

МРНТИ 55.13.99

А.Ж. Таскарина, Г.Т. Итыбаева, Ж.К. Мусина, А.Ж. Касенов

Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова, г. Павлодар

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАБОТКИ ОТВЕРСТИЙ РЕЗЦОВОЙ СБОРНОЙ РАЗВЁРТКОЙ С ЖЁСТКИМ КРЕПЛЕНИЕМ БЕЗВЕРШИННЫХ ЗУБЬЕВ

Выполнены экспериментальные исследования обработки отверстий сборной резцовой развёрткой с использованием математического аппарата многофакторного эксперимента типа  $2^3$ . В качестве параметров оптимизации выбраны: отклонение диаметра и шероховатость; факторов: частота вращения шпинделя, подача и длина обработки. Выполнен статистический анализ полученного уравнения регрессии (критерий Стьюдента и критерий Фишера). По полученным адекватным моделям вычислено значение исследуемого параметра (отклонение диаметра, шероховатость поверхности) при любом сочетании значений факторов, находящихся в области экспериментирования.

$2^3$  типті көп факторлы математикалық аппаратты пайдалана отырып кескіш құрамалы ұңғылағышпен тесіктерді өңдеуге, эксперименттік зерттеулер жасалды. Оңтайландыру параметрлері ретінде диаметрінің ауытқуы және кедір-бұдырлығы; факторлар: шпиндельдің айналу жиілігі, беріс және өңдеу ұзындығы таңдалды. Алынған теңдеу регрессияларына (Стьюдент критерийі мен Фишер критерийі) статистикалық талдау жасалды. Эксперимент аумағында орналасқан факторлар мәндерінің кез келген үйлесімі үшін алынған барабар модельдер арқылы, зерттелетін параметрдің (диаметр ауытқуы, беттің кедір-бұдырлығы) мәні есептелді.

Experiments were carried out with the use of mathematical tools such as multi-factor experiment  $2^3$ . As the optimization parameter, the following elements have been selected: deviation diameter and the burr; factors: frequency of spindle speed, feed and the length of treatment. We carry out a statistical analysis of the results of the regression equation (Student criterion and Fisher's exact test). According to the yielded findings, adequate model we calculate the value of the studied parameters (diameter deviation, surface roughness) for any combination of values of the factors that are in the area of experimentation.

**Ключевые слова:** резание, отверстие, развёртка, качество, точность, шероховатость (поверхности), эксперимент, факторы, модель.

Повышение эффективности исследований возможно с применением математических методов и построения математической теории планирования эксперимента [1, 2].

Экспериментальные исследования проведены с применением математического аппарата многофакторного эксперимента типа  $2^3$ . В качестве параметров оптимизации выбрано отклонение диаметра, шероховатость, а в качестве факторов – частота вращения шпинделя, подача и глубина резания (табл. 1).

Обработка отверстий резцовой сборной развёрткой с жёстким креплением безвершинных зубьев осуществлялась на вертикально-сверлильном станке модели 2A135. Обработка отверстий диаметром  $d = 45$  мм, длиной 20, 45 и 90 мм из стали 45 производилась со смазывающе-охлаждающей жидкостью (Укринол-1) и без неё.

Таблица 1

## Значения варьируемых факторов

Уровни варьирувания факторов	Значения факторов					
	частота вращения, n		подача, S		глубина резания, t	
	нат.	код.	нат.	код.	нат.	код.
	об/мин	$X_1$	мм/об	$X_2$	мм	$X_3$
Основной	114	0	0,9	0	0,375	0
Верхний	160	+1	1,60	+1	0,5	+1
Нижний	68	-1	0,20	-1	0,25	-1
Интервал варьирувания	46	$\Delta X_1$	0,7	$\Delta X_2$	0,125	$\Delta X_3$

По [3, с. 381–382] рассчитываем глубину резания, скорость резания и подачу, далее, учитывая паспортные данные вертикально-сверлильного станка модели 2A135, устанавливаем пределы варьирования (верхний и нижний) и составляем матрицу планирования [4]. Согласно матрице планирования проводим экспериментальные исследования, выполняем необходимые вычисления по известным формулам, приведенным в [5-7], и полученные результаты сводим в табл. 2.

Таблица 2  
Результаты расчётов на отклонение отверстий  $\varnothing 45$  мм при  $l = 45$  мм

№ опыта			Результаты опытов, $y_{il}$			Среднее значение, $\bar{y}$	Дисперсия, $S_i^2$	Параметр оптимизации, $\hat{y}$
1	9	17	45,010	44,998	45,014	45,0073	$0,0693 \cdot 10^{-3}$	44,967
2	10	18	45,000	45,002	45,008	45,0033	$0,0173 \cdot 10^{-3}$	45,044
3	11	19	45,016	45,012	45,016	45,0147	$0,0053 \cdot 10^{-3}$	45,056
4	12	20	46,000	45,016	45,020	45,3453	$3,2144 \cdot 10^{-1}$	45,305
5	13	21	45,012	45,010	45,016	45,0127	$0,0093 \cdot 10^{-3}$	45,009
6	14	22	45,008	44,998	45,010	45,0053	$0,0413 \cdot 10^{-3}$	44,965
7	15	23	46,000	45,012	45,016	45,3427	$3,2340 \cdot 10^{-1}$	45,302
8	16	24	45,014	46,000	45,016	45,3433	$0,9181 \cdot 10^{-1}$	45,384

По  $m$  параллельным опытам находится среднее значение функции отклика каждой строки матрицы планирования:

$$y_i = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m y_{il} \quad 1 = 1, 2, \dots, m; i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где  $y_{il}$  – значение функции отклика в  $l$ -м параллельном опыте;  $i$  – номер опыта в матрице планирования;  $N$  – число опытов в матрице планирования.

В первом опыте среднее значение равно:

$$y_1 = (45,010 + 44,998 + 45,014) / 3 = 45,0073.$$

Аналогично определены средние значения  $y_i$  в других опытах (табл. 3).

Прежде чем приступить к определению модели эксперимента в виде уравнения регрессии, необходимо произвести проверку воспроизводимости эксперимента для исследуемого объекта.

Проверяем гипотезу однородности дисперсии по  $G$ -критерию Кохрена:

$$G = S_{i_{\max}}^2 / \sum_{i=1}^N S_i^2. \quad (2)$$

Оценка дисперсии опыта:

$$S_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{l=1}^m (y_{il} - \bar{y}_i)^2, \quad (3)$$

$$S_1^2 = \frac{1}{(3-1)} [(45,010 - 45,0073)^2 + (44,998 - 45,0073)^2 + (45,014 - 45,0073)^2] = 0,0693 \cdot 10^{-3}.$$

Полученные значения  $S_i^2$  для других опытов представлены в табл. 3.

Определяем дисперсию ошибки опыта:

$$S_{ош}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i^2 = \frac{0,737}{8} = 0,092 . \quad (4)$$

Определяем максимальное значение дисперсии:

$$S_{i\max}^2 = 0,324$$

Сумма дисперсий:

$$\sum S_i^2 = 0,737$$

$$G = 0,324 / 0,737 = 0,439$$

Табличное значение критерия при 5%-м уровне значимости равно  $G_{\text{табл}} = 0,5157$  [3, с. 10]. Полученное значение критерия меньше табличного, поэтому эксперимент считается воспроизводимым.

После оценки воспроизводимости эксперимента определяем величины коэффициентов уравнения регрессии:

$$b_q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_{iq} \cdot y_i; q=0 \dots n, \quad (5)$$

где  $z_{iq}$  – табл. 3;  $n$  – число коэффициентов.

$$b_0 = \frac{1}{8} (45,0073 + 45,0033 + 45,0147 + 45,3453 + 45,0127 + 45,0053 + 45,3427 + 45,3433) = 45,134;$$

$$b_1 = \frac{1}{8} (-45,0073 + 45,0033 - 45,0147 + 45,3453 - 45,0127 + 45,0053 - 45,3427 + 45,3433) = 0,040;$$

$$b_2 = \frac{1}{8} (-45,0073 - 45,0033 + 45,0147 + 45,3453 - 45,0127 - 45,0053 + 45,3427 + 45,3433) = 0,127;$$

$$b_3 = \frac{1}{8} (-45,0073 - 45,0033 - 45,0147 - 45,3453 + 45,0127 + 45,0053 + 45,3427 + 45,3433) = 0,042$$

Затем проводим проверку значимости коэффициентов уравнения регрессии. Для этого определяем дисперсии коэффициентов:

$$S^2 \{b_q\} = \frac{S_{ош}^2}{m \sum_{i=1}^m z_{iq}^2} = \frac{0,092}{3 \cdot 8} = 0,0038 \quad (6)$$

и среднеквадратичное отклонение:

$$S \{b_q\} = \sqrt{S^2 \{b_q\}} = \sqrt{0,0038} = 0,062. \quad (7)$$

Табличное значение t-критерия для 5%-го уровня значимости и числа степеней 8 (3-1) = 16 равно 2,12 распределения Стьюдента [3, с. 13]. Вычисляем критическое значение коэффициентов уравнения регрессии из формулы 8:

$$t_q = \frac{|b_q|}{S \{b_q\}}, \quad (8)$$

$$b_{\text{гаккри}} = t_{\text{крит}} \cdot S \{b_q\} = 2,12 \cdot 0,062 = 0,131$$

Значение  $b_q$  меньше  $t_{\text{крит}}$ , поэтому его можно признать статистически незначимым и исключить из уравнения регрессии. Тогда интерполяционная модель примет вид:

$$y = 45,134 + 0,040x_1 + 0,127x_2.$$

Для проверки адекватности полученной модели необходимо вычислить остаточную дисперсию, предварительно вычисляя параметр оптимизации  $\hat{y}_i$ :

$$S_{ост}^2 = \frac{1}{N-d} \sum_{i=1}^N m(y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (9)$$

где  $d$  – число значимых коэффициентов в модели,  $d = 7$ ;  $y_i$  – значение функции отклика, вычисленное по полученной модели для условий  $i$ -го опыта.

$$S_{ост}^2 = \frac{1}{8-7} [3(45,0073 - 44,967)^2 + 3(45,0033 - 45,044)^2 + 3(45,0147 - 45,056)^2 + \dots + 3(45,3433 - 45,384)^2] = 0,035.$$

Однородность дисперсий  $S_{ост}^2$  и  $S_{ои}^2$  проверяется с помощью  $F$ -критерия, сопоставляя расчётное значение критерия Фишера с табличным [3, с. 14].

$$F = \frac{S_{ост}^2}{S_{ои}^2} = \frac{0,035}{0,092} = 0,38 < 2,85 = F_{табл}. \quad (10)$$

Так как  $F < F_{табл}$ , то модель адекватно описывает процесс, то есть признаётся пригодной.

Чтобы получить модель в натуральных переменных  $n$ ,  $S$ , необходимо вместо  $X_1$ ,  $X_2$  подставить выражения:

$$X_1 = \frac{2(\ln \hat{X}_1 - \ln 160)}{\ln 160 - \ln 68} + 1, \quad X_2 = \frac{2(\ln \hat{X}_2 - \ln 1,60)}{\ln 1,60 - \ln 0,20} + 1. \quad (11)$$

Формулы преобразования получены путём подстановки верхних и нижних уровней факторов в выражение (7):

$$\ln d = 45,134 + 0,040 \left[ \frac{2(\ln n - \ln 160)}{\ln 160 - \ln 68} + 1 \right] + 0,127 \left[ \frac{2(\ln S - \ln 1,60)}{\ln 1,60 - \ln 0,20} + 1 \right]. \quad (12)$$

Решая выражение (12), находим зависимость отклонения диаметра от исследуемых факторов процесса обработки отверстия.

При длине 45 мм:

$$\Delta d = 0,0057 \frac{S^{0,114}}{n^{0,094}}. \quad (13)$$

Согласно формулам (1)-(10) определяем зависимость отклонения диаметра от исследуемых факторов процесса обработки отверстия при  $l = 20$  мм и  $l = 90$  мм.

При длине 20 мм:

$$\Delta d = 0,0032 \frac{S^{0,084}}{n^{0,077}}. \quad (14)$$

При длине 90 мм:

$$\Delta d = 0,009 \frac{S^{0,261}}{n^{0,184}}. \quad (15)$$

Аналогично по вышеописанной методике выполнены необходимые вычисления шероховатости поверхности отверстия  $\varnothing 45$  мм (табл. 3).

Таблица 3

Результаты расчёта шероховатости поверхности отверстия  $\varnothing 45$  мм при длине 45 мм

№ опыта			Результаты опытов, $y_i$			Среднее значение, $\bar{y}$	Дисперсия, $S_i^2$	Параметр оптимизации, $\hat{y}$
1	9	17	0,160	0,200	0,250	0,2033	0,0020	0,233
2	10	18	0,125	0,150	0,130	0,1350	0,0002	0,105
3	11	19	0,300	0,400	0,400	0,3667	0,0033	0,337
4	12	20	0,600	0,800	0,600	0,6667	0,0133	0,696
5	13	21	0,200	0,600	0,600	0,4667	0,0533	0,275
6	14	22	0,125	0,160	0,200	0,1617	0,0014	0,191
7	15	23	0,400	0,600	0,400	0,4667	0,0133	0,496
8	16	24	0,800	0,750	0,750	0,7667	0,0918	0,737

На основании данных табл. 3 выполнены соответствующие расчёты и получены зависимости шероховатости поверхности отверстия  $\varnothing 45$  мм от частоты вращения, подачи и глубины резания для следующих длин:

– при длине 45 мм:

$$Ra = 1,44 \frac{S^{0,441}}{n^{0,312}}; \quad (16)$$

– при длине 20 мм:

$$Ra = 0,58 \frac{S^{0,365}}{n^{0,247}}; \quad (17)$$

– при длине 90 мм:

$$Ra = 2,96 \frac{S^{0,533}}{n^{0,372}}. \quad (18)$$

Таким образом, по полученным зависимостям модели, частоты вращения, подачи и глубины резания определены значения отклонения диаметра, шероховатости поверхности при любом сочетании значений факторов.

Анализ полученных зависимостей показал, что при увеличении частоты вращения и уменьшения подачи отклонение диаметра отверстия и шероховатость поверхности уменьшаются.

При обработке отверстий резцовой сборной развёрткой с жёстким креплением безвершинных зубьев глубина резания в выбранном интервале на отклонение диаметра и шероховатость существенного влияния не оказывает, о чем свидетельствуют полученные результаты экспериментальных исследований.

#### Список литературы

1. Рогов В.А. Методика и практика технических экспериментов: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.А. Рогов, Г.Г. Позняк. – М.: Изд. центр «Академия», 2005. – 288 с.
2. Дудак Н.С. Методика планирования экспериментальных исследований при обработке новыми стержневыми инструментами / Н.С. Дудак, Г.Т. Итыбаева, Ж.К. Мусина и др. // Вестник ПГУ. – Павлодар: ПГУ им. С. Торайгырова, 2007. – № 4. – С. 154–163.
3. Справочник технолога-машиностроителя: в 2 т. / Под ред. А.М. Дальского, А.Г. Косиловой, Р.К. Мещерякова, А.Г. Сулова. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение-1, 2001. –

- Т. 2. – 944 с.
4. Таскарина А.Ж. Планирование экспериментальных исследований обработки отверстий сборной резцовой головкой / А.Ж. Таскарина, Т.М. Мендебаев, Н.С. Дудак и др. // Сб. тез. междунар. науч.-практ. конфер. «Инновационные технологии, оборудование и материалы в машиностроении». – Алматы: КазНТУ, 2012. – С. 152–156.
  5. Видмаер А.Э. Применение теории планирования эксперимента при испытаниях деталей машин: Метод. указания для выполнения УИРС по дисциплине «Детали машин» / А.Э. Видмаер, А.Н. Сорокин, В.А. Дахно. – Алма-Ата: РУМК, 1987. – 23 с.
  6. Дудак Н.С. Экспериментальные исследования обработки отверстий / Н.С. Дудак, Г.Т. Итыбаева, Ж.К. Мусина и др. // Междунар. науч. конфер. молодых ученых, студентов и школьников «IX Сатпаевские чтения». – Павлодар: ПГУ им. С. Торайгырова, 2009. – Т. 4. – С. 16–20.
  7. Кокарев В.И. Применение статистических методов планирования эксперимента при идентификации процесса резания. – Алма-Ата: Кітап, 1985. – 52 с.

Получено 13.08.2018

---

МРНТИ 20.01.15

А.И. Такуадина

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана

#### ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТЬ МОДЕЛЕЙ В ФАРМАКОКИНЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

*В статье рассмотрено понятие идентифицируемости фармакокинетических моделей. Приведены методы применения для линейных и нелинейных моделей. Рассмотрены различные подходы к анализу идентифицируемости модели. Проведен анализ идентифицируемости параметров для динамических систем обыкновенных дифференциальных уравнений.*

*Мақалада фармакокинетикалық үлгілерді сәйкестендіру тұжырымдамасы қарастырылған. Сызьқты және сызьқты емес үлгілерге қолдану әдістері келтірілген. Модельдік сәйкестікті талдаудың әртүрлі тәсілдері қарастырылады. Қарапайым дифференциалдық теңдеулердің динамикалық жүйелеріне арналған параметрлердің сәйкестендірілуі талданған.*

*The concept of identifiability of pharmacokinetic models is considered in the article. Methods of application for linear and nonlinear models are given. Different approaches to the analysis of model identifiability are considered. Analysis of the identifiability of parameters for dynamical systems of ordinary differential equations.*

**Ключевые слова:** фармакокинетика, математическая, модель, идентифицируемость, уравнения.

При изучении математических моделей по описанию процесса распределения концентрации препаратов в камерах фармакокинетическое моделирование сводится к необходимости решения прямой или обратной задачи систем дифференциальных уравнений. Подробно о разновидностях фармакокинетических моделей было рассмотрено в статье [1]. Надо отметить тот момент, что в фармакокинетике при камерном подходе к анализу данных принято выделять в качестве единиц системы камеры (или компартменты). Камера может не иметь никаких пространственных ограничений в анатомическом смысле и необязательно должна совпадать с определенным органом. Фармакокинетическая камера при этом – это часть организма, в которой равномерно распределен препарат. Для целей фармакокинетического моделирования выделяется такое число камер, которое необходимо в данном случае для адекватного модельного описания имеющихся опытных данных. Тогда проблема идентифицируемости параметров математической модели становится актуальной. Действительно, невозможно построить исследование в фармакокинетике таким образом, чтобы измерять все переменные модели, описывающей поведение препарата.

Идентифицируемость параметров определяется разными авторами по-разному. Наиболее подходящие для понимания данной проблемы приведены ниже.