



Нысан
ПМУ ҰС Н 7.18.4/19

Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігі
С.Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті
Математика кафедрасы

5B051000- Мемлекеттік және жергілікті басқару
мамандығының студенттеріне арналған

Еко2210 Эконометрика

ПӘНІ БОЙЫНША ОҚЫТУ БАҒДАРЛАМАСЫ (SYLLABUS)

Павлодар, 2013 ж.



Нысан
ПМУ ҰС Н 7.18.4/19

БЕКІТЕМІН

ФМжАТФ-нің деканы

_____ Н.А.Испулов

20__ж. «__»_____

Құрастырушы: _____ аға оқытушы Н.М.Исмагулова

5B051000- Мемлекеттік және жергілікті басқару мамандығының ЖОБ негізіндегі күндізгі оқу нысанының студенттеріне арналған

Еко2210 Эконометрика пәні бойынша оқыту бағдарламасы (Syllabus)

Бағдарлама 20__ж. «__» _____ бекітілген жұмыс оқу бағдарламасының негізінде әзірленді.

2013ж. «04» 04__ кафедра отырысында ұсынылған №9 Хаттама
Кафедра меңгерушісі _____ М.Е.Исин 2013ж. «_04_» _04_____

Физика, математика және ақпараттық технологиялар факультетінің оқу-әдістемелік кеңесімен мақұлданған 2013_ж. «15_»_05_____ №10 Хаттама

ОӘК төрағасы _____ А.Б.Искакова 2013ж. «_15_»_05_____

1. Оқу пәнінің паспорты

Пәннің атауы

Еко2210 Эконометрика

Кредит саны және меңгеру мерзімі

Барлығы – 3кредит

Курс: 2

Семестр: 3

Барлығы аудиториялық сабақтар – 45 сағат

Дәрістер – 30 сағат

Тәжірибелік сабақтар – 15 сағат

СӨЖ – 90 сағат

соның ішінде СОӨЖ – 22,5 сағат

Жалпы еңбек сыйымдылығы – 135 сағат

Бақылау формасы

Емтихан – 3 семестр

Пререквизиттер

Осы пәнді меңгеру үшін төмендегі пәндерді меңгеру кезінде алынған білім, икемділік және машықтар қажет:

мектепте оқыған математика пәнінің негізі ;

экономикалық теория;

микро-макро экономика.

Постреквизиттер

Пәнді меңгеру кезінде алынған білім, икемділік және машықтар келесі пәндерді меңгеру үшін қажет: менеджмент, маркетинг, экономиканы мемлекеттік реттеу.

2. Оқытушы туралы мәліметтер және байланысу ақпараттары

Исмагулова Нұрсұлу Мұқашқызы

Математика кафедрасының аға оқытушысы

«Математика» кафедрасы, А - 410 аудитория

Байланыс телефоны: 67-36-46, ішкі тел. 11-20

E-mail: ismagulovanursulu@mfil.ru

3. Пәннің мақсаты және міндеттері

Пәннің мақсаты: Эконометрика макроэкономика және микроэкономика мен қатар осы замандағы экономикалық білімнің негізгі пәндерінің бірі болып табылады. Студенттерге қазіргі даму теориясына сүйене отырып нақты экономикалық құбылыстарды сандық талдау негізін үйрету.

Пәннің міндеті: Эконометрика пәнін оқытудың міндеті студенттің экономикалық процестерді зерттеудің қазіргі замандағы мәселелері мен амал-тәсілдері туралы

дағдылармен білім алуы. Ал оқытудың нәтижесі экономикадағы байланыстар мен тәуелділіктерді эмпирикалық зерттеу жолына түсіну, осы бағытта пайда болатын кедергілерді білу, қарапайым эконометрикалық модельді өз бетінше құрып, оны зерттей білу және құрылған модельді экономикалық саясатты дұрыс жүргізуде қолдану болып табылады.

4. Білім, икем, дағдылар және құзырларға қойылатын талаптар

Осы пәнді меңгеру нәтижесінде студенттердің:

Эконометриканың негізгі ұғымдары мен заңдылықтарын еркін қолдануға;

- эконометрикалық модельдерді құра білуге;

- модельдік функцияны таңдай білу және осы модельдің параметрлерін анықтау әдістерін білу дағдылары

- сапалы эконометрикалық зерттеулер жүргізуге;

- жүргізілген талдаулар негізінде қолдануға қажетті және тиімді іс жүзінде нұсқаулар ұсынуға- міндетті.

студенттің икемді болуы тиіс:

- бағдарлама бойынша қарастырылатын формулаларда қолдана білу;

- эконометрикалық модельдерді құрастыру;

- эконометрикалық зерттеулерді жүргіздіру;

студент тәжірибелік дағдыларды иемденуі тиіс:

- ұсынылатын әдебиетпен өздігінен жұмыс жасау;

- өз алдына қойылған эконометрикалық есепті шешу;

студент құзырлы болуы тиіс:

- экономикалық теория сұрақтарында;

- экономикалық болжау сұрақтарында

5. Пәннің тақырыптық жоспары

Сабақ түрлері бойынша академиялық сағаттардың бөлінуі

№	Тақырыптардың атауы	Сабақ түрлері бойынша аудиториялық сағаттардың саны			СОӨЖ	
		Дәрістер	Тәжірибелік	Зертханалық, студиялық, жеке	Барлығы	Соның ішінде СОӨЖ
1	Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика түсініктері	6	4		20	5
2	Эконометрика негіздері	2			6	2
3	Регрессия-корреляциялық талдаудың математикалық негіздері	8	4		24	8
4	Сызықты емес эконометрикалық модельдер	6	3		14	2
5	Көптік регрессия және корреляция	6	4		16	4
6	Динамикалық қатар	2			10	1,5
	Барлығы: 90 (2 кредит)	30	15		90	22,5

6. Дәріс сабақтарының мазмұны

Тақырып 1. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика түсініктері

Жоспар:

1. Негізгі ұғымдар. Оқиғалар түрлері.

2. Ықтималдықтың классикалық анықтамасы, статистикалық ықтималдық.

Ықтималдықтың қасиеттері.

Әр сұрақтың қысқаша мазмұны

Сынау жүргізілгенде А оқиғасы пайда болуы да, пайда болмауы да мүмкін болса, ондай оқиғаны кездейсоқ оқиға дейді. Сынау нәтижесінде оқиға (А

оқиғасы) сөзсіз пайда болатын болса, ондай оқиғаны ақиқат оқиға дейді. Сынау нәтижесінде оқиға (A оқиғасы) сөзсіз пайда болмайтын болса, ондай оқиғаны мүмкін емес оқиға дейді.

Анықтама. A оқиғасы қолайлы жағдайлар санының (m) сынаудың тең мүмкіндікті барлық жағдайлар санын (n) қатынасын A оқиғасының ықтималдығы деп атайды және былай жазады:

$$p(A) = \frac{m}{n}$$

Ықтималдықтың бұл анықтамасын классикалық анықтама дейміз.

Ықтималдықтарды қосу және көбейту теоремалары

Жоспар:

1. Ықтималдықтарды қосу теоремасы. Шартты ықтималдық.
2. Ықтималдықты көбейту теоремасы.
3. Ең болмағанда бір оқиғаның пайда болуының ықтималдығы туралы теорема

Әр сұрақтың қысқаша мазмұны

Қосу теоремасы. Үйлесімсіз A және B оқиғаларының қосындысының ықтималдығы олардың ықтималдықтардың қосындысына тең, яғни

$$p(A + B) = p(A) + p(B)$$

Теорема. Екі тәуелді оқиға көбейтіндісінің ықтималдығы біреуінің шартсыз ықтималдығын сол оқиға пайда болды деп алынғандағы екінші оқиғаның шартты ықтималдығына көбейткенге тең:

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$$

Кездейсоқ шамалар, олардың сандық сипаттамалары

Жоспар:

1. Кездейсоқ шамалар. Дискретті кездейсоқ шамалар. Дискретті кездейсоқ шамалардың үлестірім заңдары.
2. Дискретті кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары.
3. Үзіліссіз кездейсоқ шамалар. Үлестірім функциясы. Үлестірім тығыздығы.
4. Үзіліссіз кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары.

Әр сұрақтың қысқаша мазмұны

Анықтама. Тәжірибенің нәтижесінде әртүрлі мән қабылдай алатын шаманы кездейсоқ шама деп атайды.

Кездейсоқ шамалар x, y , арқылы белгіленеді де оның мәндерін x_1, x_2, \dots, x_n ; y_1, y_2, \dots, y_n арқылы белгілейді. Кездейсоқ шамалардың қабылдайтын мәндеріне қарап, оларды екі топқа бөледі:

Дискретті және үздіксіз кездейсоқ шамалар (дискретті-үздікті)

x кездейсоқ шамасының қабылдайтын мәндері ақырлы бүтін сандар немесе тізбек түрінде жазылса, онда ондай кездейсоқ шаманы дискретті деп атайды (үздікті шама).

Егер x кездейсоқ шамасы шекті немесе шексіз интервалдың барлық мәндерін қабылдайтын болса, оны үздіксіз кездейсоқ шама деп атайды.

Тәжірибе нәтижесінде кездейсоқ X шамасы x_1, x_2, \dots, x_n мәндерінің бірін қабылдап, яғни қос –қостан үйлесімсіз оқиғалардың толық тобын жасайтын $X = x_1, X = x_2, \dots, X = x_n$ оқиғаларының бірі пайда болсын. Бірақ бұл жеткіліксіз. Өйткені x_i мәнін қандай ықтималдықпен қабылдайтынын да білу қажет. Бұл оқиғалардың ықтималдықтарын сәйкес $P_i, i = 1, 2, \dots, n$ арқылы белгілейміз, яғни

$P_1 = P(X = x_1), P_2 = P(X = x_2), \dots, P_n = P(X = x_n)$ оқиғалардың толық тобын жасағандықтан,

$$\sum_{i=1}^n P(X = x_i) = \sum_{i=1}^n P_i = 1$$

яғни кездейсоқ шаманың барлық мүмкін мәндері ықтималдықтарының қосындысы бірге тең. Бұл ықтималдықтар қандай да бір жолмен x_i -дің дербес мәндеріне үлестіріп таратылып отыр.

Сонымен, кездейсоқ шама мәндерімен оларға сәйкес ықтималдықтарды байланыстыратын ереже дискретті кездейсоқ шаманың үлестіру заңы делінеді. Бұл заң таблица, график немесе формула түрінде өрнектелуі мүмкін.

I. Үлестіру таблицасы

Кездейсоқ шама мәндері	X	X_1	X_2	...	X_n	қосынды
Кездейсоқ шама мәніне сәйкес ықтималдық	$P_i = P(X = x_i)$	P_1	P_2	...	P_n	

Енді үлестіру заңының формула түрін қарастырайық. Биномдық, пуассондық, геометриялық үлестірулерді қарастырайық.

1. Биномдық үлестіру $P_n(x) = C_n^x p^x q^{n-x}$ формуласымен берілетінді, мұнда $\sum_{x=0}^n P_n(x) = \sum_{x=0}^n C_n^x p^x q^{n-x} = 1$.

2. Пуассондық үлестіру. $P(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ формуласымен өрнектеледі.

Кездейсоқ шама үздіксіз болғанда $X = x_i$ мәндеріндегі оқиғалар ұғымын пайдаланбайды, мұның орнына $X < x$ теңсіздігін алады. Мұндағы x -айнымалы шама. Бұл теңсіздікті, кездейсоқ шама x -тен кіші болатын барлық мүмкін мәндерді қабылдайды деп аталады, яғни $-\infty < X < x$. Сөйтіп, оның ықтималдығын $P(X < x)$ түрінде жазады. Сондықтан бұл ықтималдық x -тің кейбір функциясы болады, оны $F(x)$ деп белгілесек, онда $F(x) = P(X < x)$ немесе

$$F(x) = P(-\infty < X < x) \quad (1)$$

болады. Бұл функцияны үлестіру функциясы немесе үлестірудің интегралдық функциясы деп атаймыз.

X дискретті кездейсоқ шама болса, онда ол шекті немесе санамалы шексіз мәнді қабылдайды және оның әрбір x_i мәніндегі ықтималдық $P(X = x_i) = p_i$ болады. Сондықтан

$$F(x) = P(X < x_i) = \sum_{x_i < x} P(X = x_i) = \sum_{x_i < x} P_i$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & X < x_1 \\ p_1 & x_1 < X \leq x_2 \\ p_1 + p_2 & x_2 < X \leq x_3 \\ \dots & \dots \\ p_1 + p_2 + \dots + p_n & X > x_n \end{cases}$$

Үздіксіз кездейсоқ шаманы ықтималдық тығыздығы (дифференциалдық функция) деп аталатын функциямен де беруге болады. $[x, x + \Delta x]$ интервалын алып,

кездейсоқ шама X -тің осы аралықта болу ықтималдығын анықтайық. Алдыңғы пункттегі 3-қасиет бойынша

$$P(x \leq X < x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x_i)$$

$$\frac{1}{\Delta x} P(x \leq X < x + \Delta x) = \frac{F(x + \Delta x) - F(x_i)}{\Delta x}$$

бұл шама ықтималдықтың орташа тығыздығы делінеді. Егер $\Delta x \rightarrow 0$

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X < x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x_i)}{\Delta x} = F'(x) \quad (2)$$

Бұл функция ықтималдық тығыздығы немесе ықтималдықтар үлестіруінің тығыздығы деп аталады.

Бұдан ықтималдық тығыздығы үлестіру функциясының туындысы екенін байқаймыз. Ал үлестіру функциясы болса, ықтималдық тығыздығы үшін бастапқы функция болып отыр. Сондықтан ықтималдық тығыздығы деу орнына ықтималдықтар үлестіруінің дифференциалдық заңы (функциясы деп те атайды). Үлестіру функциясын ықтималдық тығыздығы арқылы да анықтауға болады. Ньютон-Лейбниц формуласы бойынша

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Үлестіру функциясының 3-қасиеті бойынша

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

$$a = -\infty, b = x$$

десек, онда

$$F(x) = P(-\infty < X < x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (3)$$

Бұдан дифференциалдық функция $f(x)$ пен интегралдық функция $F(x)$ бірін-бірі анықтайтынын байқаймыз.

Үлестіру тығыздығы үлестіру функциясы сияқты үлестіру заңының бір түрі болып есептеледі. Бірақ үлестіру функциясы дискретті және үздіксіз кездейсоқ шамаларды сипаттайтын болғандықтан, олардың универсал заңы болады. Ал үлестіру тығыздығы болса, тек үздіксіз кездейсоқ шамаларды ғана сипаттайды.

Үлестіру заңы кездейсоқ шаманы сипаттайтынын көрдік. Көптеген практикалық мәселелерді шешкенде кездейсоқ шаманың үлестіру заңын іздестірмей-ақ, сол үлестірудің маңызды ерекшелігін қамтитын кейбір сандық сипаттамаларымен қанағаттануға болады.

Кездейсоқ шаманың сандық сипаттамалары

Математикалық үміт

Анықтама. Дискретті кездейсоқ шама X -тің математикалық үміті деп оның барлық мүмкін мәндерін сәйкес ықтималдықтарына көбейтілген қосындысын айтамыз, оны $M(x)$ деп белгілейміз, сонда

$$M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (4)$$

Ал X үздіксіз кездейсоқ шама болса

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (5)$$

болады.

Анықтама. Кездейсоқ шама мен оның математикалық үмітінің айырымының квадратының математикалық үмітін дисперсия дейді және $D(X)$ деп белгілейді.

Сонда, анықтама бойынша

$$D(X) = M[X - M(X)]^2 \quad (6)$$

Егер X дискретті кездейсоқ шама болса,

$$D(X) = \sum_i (x_i - a)^2 p_i \quad (7)$$

формуласымен өрнектеледі.

Егер X үздіксіз болса, онда дисперсия

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - a)^2 f(x) dx \quad (8)$$

формуласымен есептеледі.

Квадраттық түбірден алынған дисперсияны орташа квадраттық ауытқу дейміз және $\sigma(X)$ деп белгілейміз.

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} \quad (9)$$

Кездейсоқ шамалар үлестіруінің түрлері

Жоспар:

1. Бір қалыпты үлестірім.
2. Көрсеткіш үлестірім.
3. Қалыпты үлестірім.

Әр сұрақтың қысқаша мазмұны

Бірқалыпты үлестірім заңы

Анықтама. Егер X үздіксіз кездейсоқ шамасы $[a, b]$ интервал мәндерін қабылдап және оның үлестірім тығыздығы

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x < a \\ \frac{1}{b - a}, & \text{егер } a \leq x < b \\ 0, & \text{егер } x \geq b \end{cases}$$

теңдігі арқылы анықталса, онда X кездейсоқ шамасы бірқалыпты үлестірім заңымен берілген деп атайды.

Көрсеткіштік үлестірім заңы

Анықтама. Егер X кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{егер } x \geq 0 \\ 0, & \text{егер } x < 0 \end{cases}$$

теңдігі арқылы анықталса, онда X кездейсоқ шамасы көрсеткіштік үлестірім заңымен берілген деп атайды.

Үлестірудің нормаль (қалыпты) заңы.

Тығыздығы $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ функциясы болған үздіксіз кездейсоқ шама

ықтималдықтарының үлестіруін нормаль заң (үлестіру) делінеді. Мұндағы μ - математикалық күтім, σ - орташа квадраттық ауытқу деп аталатын параметрлер.

Екі кездейсоқ шама жүйесі

Жоспар:

1. Екі кездейсоқ шама жүйесінің сандық сипаттамалары.
2. Ковариация. Корреляция моменті. Корреляция коэффициенті.

Әр сұрақтың қысқаша мазмұны

Бір элементар кеңістікте X_1, X_2, \dots, X_n кездейсоқ шамалар анықталған болсын. Сонда X_1, X_2, \dots, X_n кездейсоқ шамалар жүйелері деп аталады, мұндағы X_1, X_2, \dots, X_n оның координаталары болады.

Бір өлшемді кездейсоқ шамаларға қатысты негізгі түсініктер мен анықтамалар көп өлшемді кездейсоқ шамалар үшін де сақталады.

Екі өлшемді үзіліссіз кездейсоқ шамалар үлестірім функциясы немесе дифференциалдық үлестірім функциясы арқылы анықталады.

Әдебиет [1], 2бөлім, 15-20 беттер

Математикалық статистика негіздері

Жоспар:

1. Бас жиынтық және таңдама
2. Таңдаманың статистикалық үлестірілуі
3. Эмпирикалық үлестіру функциясы
4. Таңдаманың сандық сипаттамалары.
5. Таңдаманың ковариациясы. Корреляция коэффициенті.
- 6 Үлестіру параметрлерін бағалау
7. Таңдама арқылы бірден табылатын нүктелер бағалары.
8. Интервалдық бағалар
9. Статистикалық болжамдарды тексеру
10. Тексеру критерийлері

Әр сұрақтың қысқаша мазмұны

Нақты экономикалық құбылыстарды әртүрлі көрсеткіштер бойынша зерттеуде өте көп статистикалық мәліметтерді өңдеуге тура келеді. Статистикалық мәліметтер құрылымы бойынша кездейсоқ шамалар болып табылады. Көп жағдайда параметрлердің сандық мәндерін бағалау үшін бірнеше рет болжам қоюға және оларды тексеруге тура келеді. Әртүрлі факторлар арасындағы тәуелділікті орнату және тәуелділіктің шамасын анықтау қажет.

Статистикалық мәліметтер дегеніміз жүргізілген байқаулардың, тәжірибелердің қорытындысы. Математикалық статистиканың негізгі міндеттерінің бірі статистикалық мәліметтердің заңдылықтарын айқындап, оларға сәйкес экономикалық модель құру және шешімдер қабылдау. Математикалық статистиканың бірінші міндеті байқаулар, тәжірибелер арқылы алынған мәліметтерді жинастырып, топтастыру әдістерін көрсету. Ал екінші міндеті

статистикалық мәліметтерді алға қойған мақсатқа байланысты талдау жасау әдістерін табу.

Бас жиынтық және таңдама. Бас жиынтық деп белгілі қасиеттерімен бірігетін барлық қарастырылып отырған объектілер жиынын атайды.

Таңдама дегеніміз бас жиынтықтан кездейсоқ таңдап алынған объектілер жиынтығы. Бас және таңдама жиынтықтағы объектілер саны олардың көлемі деп аталады.

Таңдаманың статистикалық үлестіруі. Бас жиынтықтан көлемі n болатын таңдама бөлініп алынды делік. Оларды X -тің мәндерінің өсу ретіне байланысты x_1, x_2, \dots, x_k деп жазамыз. Бақылау бойынша x_1 элементі n_1 рет, x_2 элементі n_2 рет, тағы сол сияқты x_k элементі n_k рет пайда болсын, мұндағы $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$, онда тәжірибелер нәтижесінде алынған x_i - варианттар, ал x_1, x_2, \dots, x_k тізбегі вариациялық қатар деп аталады. n_1, n_2, \dots, n_k - сәйкес варианттардың жиіліктері, ω_i - варианттардың салыстырмалы жиіліктері, мұндағы $\omega_i = \frac{n_i}{n}$, $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_k = 1$.

Таңдаманың статистикалық үлестіруі деп варианттар мен, олардың жиіліктерінің немесе салыстырмалы жиіліктерінің арасындағы өзара бір мәнді сәйкестікті атайды. Таңдаманың құлашы деп, оның ең үлкен және ең кіші варианттарының айырымын айтады. Вариациялық қатар дискретті және үздіксіз болып екіге бөлінеді. Вариациялық қатар дискретті деп аталады, егер шаманың мәндері бір бірінен кемінде кейбір тұрақты санға өзгеше болса. Егер шама интервалдар тізбегімен және оларға сәйкес жиіліктерімен берілетін болса (интервал жиілігі осы интервалға кіретін варианттардың жиіліктерінің қосындысы), онда вариациялық қатар үздіксіз деп аталады.

X	x_1	x_2	\dots	x_k	$\sum_{i=1}^k n_i = n$ $\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} = 1.$
n_i	n_1	n_2	\dots	n_k	
$\omega_i = \frac{n_i}{n}$	$\frac{n_1}{n}$	$\frac{n_2}{n}$	\dots	$\frac{n_k}{n}$	

Статистикалық қатар бойынша эмпирикалық үлестіру функциясын құруға болады.

Эмпирикалық үлестіру функциясы. Эмпирикалық үлестіру функциясы деп әрбір X -тің мәні үшін $X < x$ оқиғасының салыстырмалы жиілігін атайды.

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n}, \quad (10)$$

мұндағы n_x - кездейсоқ шама ($X < x$) жиілігі, n - таңдама көлемі. Анықтама бойынша $F^*(x)$ функциясының қасиеттері:

1) $0 \leq F^*(x) \leq 1$;

2) кез келген $x_1 < x_2$ үшін $F^*(x_1) \leq F^*(x_2)$;

3) $F^*(x) = 0$ егер $x_1 \leq x_2$ болса, $F^*(x) = 1$ егер $x > x_k$ болса.

Таңдаманың сандық сипаттамалары. X көлемі N саны болатын бас жиынтық болсын.

Анықтама 1

Бас орта деп бас жиынтық объектілерінің арифметикалық ортасын атайды және \bar{x}_B деп белгілейді

$$\bar{x}_B = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (11)$$

Анықтама 2

Бас дисперсия деп бас жиынтық қабылдайтын барлық мүмкін мәндерінің бас ортасынан ауытқуының квадратының арифметикалық ортасын атайды және D_B деп белгілейді

$$D_B = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_B)^2 \quad (12)$$

Анықтама 3

Бас дисперсияның квадрат түбірі бас орташа квадраттық ауытқу деп аталады.

$$\sigma_B = \sqrt{D_B} \quad (13)$$

X – көлемі n саны болатын таңдама жиынтық болсын. Таңдаманың ортасы, таңдаманың дисперсиясы, таңдаманың орташа квадраттық ауытқуы келесі формулалармен анықталады.

$$\bar{x}_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i, \quad D_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_T)^2 n_i, \quad \sigma_T = \sqrt{D_T}. \quad (14)$$

мұнда $n = \sum_{i=1}^k n_i$.

Дисперсияны есептеудің ықшамдалған формуласы

$$D_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - (\bar{x}_T)^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad (15)$$

Полигон және гистограмма. Статистикалық үлестіруді толық түсіну үшін, оларды полигон және гистограммамен көрсетуге болады. Бұл екі ұғымның экономикалық процесстерді зерттеуде үлкен маңызы бар. Полигон жиіліктің және салыстырмалы жиіліктің полигоны болып екіге бөлінеді. Жазықтықта $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$ нүктелерін сынық сызықпен қосқанда пайда болған көпбұрыш жиілік полигоны деп аталады. Салыстырмалы жиілік полигоны деп

жазықтықта $(x_1, \omega_1), (x_2, \omega_2), \dots, (x_k, \omega_k)$ нүктелерін сынық сызықпен қосқанда пайда болатын көпбұрышты атайды. Жиілік гистограммасы деп табандары h , биіктігі $\frac{n_i}{h}$ (жиілік тығыздығы) болатын тік төртбұрыштардан тұратын сатылы фигураны атайды. Салыстырмалы жиілік гистограммасы деп табандары h , биіктігі $\frac{\omega_i}{h}$ (салыстырмалы жиілік тығыздығы) болатын тік төртбұрыштардан тұратын сатылы фигураны атайды.

Таңдаманың ковариациясы және корреляция коэффициенті

$$S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}, \quad (16)$$

$$r_T = \frac{S_{xy}}{\sigma_T(X) \cdot \sigma_T(Y)} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}}, \quad \overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i. \quad (17)$$

Таңдаманың ковариациясы және корреляция коэффициентіне кездейсоқ шама үшін келтірілген теориялық ковариация және корреляция коэффициентінің қасиеттері орындалады.

Үлестіру параметрлерін бағалау

Бас жиынның сандық белгісін білу үшін, оның үлестіру заңы белгілі болған жағдайда үлестіру параметрлерін бағалау керек. Дискретті немесе үздіксіз сандық сипатты X үлестіруінің белгісіз параметрін θ деп белгілейік. Оның таңдама арқылы табылатын бағасы θ^* болсын. Әртүрлі таңдама алған сайын θ^* өзгеріп отыратын болғандықтан θ^* - кездейсоқ шама болады.

Анықтама 4

Егер $M(\theta^*) = \theta$ болса, онда θ^* жылжымаған баға деп аталады.

Анықтама 5

Егер $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta - \theta^*| < \varepsilon) = 1$ болса, онда θ^* орнықты баға деп аталады, бұл

жерде n - таңдама көлемі.

Анықтама 6

θ - параметрінің бағасы θ^* тиімді баға деп аталады, егер оның $D(\theta^*)$ дисперсиясы басқа көлемі тұрақты альтернативті таңдамалардың дисперсияларына қарағанда кіші болса.

Таңдама арқылы бірден табылатын нүктелік бағалар. Нүктелік баға деп бір санмен анықталатын бағаны атайды.

Сөйлем 1 Бас ортаның жылжымаған және орнықты нүктелік бағасы таңдаманың ортасы болады.

Сөйлем 2 Бас дисперсияның жылжыған бағасы таңдаманың дисперсиясы болады, ал жылжымаған бағасы таңдаманың түзетілген дисперсиясы S^2 болады.

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_T, \quad n - \text{таңдама көлемі, } D_T - \text{таңдаманың дисперсиясы.}$$

Интервалдық бағалар. Бір санмен ғана анықталатын нүктелік баға таңдаманың көлемі кіші болғанда, өрескел қателерге әкелуі мүмкін. Сондықтан бас жиынның белгісіз параметрінің интервалдық бағасын, яғни θ параметрі жататындай (α, β) интервалын белгілі бір сенімділікпен айқындау мәселесін қарастырайық.

Анықтама 7

θ параметрінің θ^* бағасы бойынша сенімділік ықтималдығы деп $|\theta - \theta^*| < \delta$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығы γ -ны атайды, яғни $P(|\theta - \theta^*| < \delta) = \gamma$, бұл жерде δ бағаның дәлдігі. Сенімділік интервалы

$$\left[\bar{X} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right] \quad (18)$$

Статистикалық болжамдарды тексеру

Негізгі ұғымдар. Болжамды тексерудің жалпы схемасы

Статистикалық болжам деп кездейсоқ шаманың үлестіру түрі немесе үлестіру параметрлері туралы алдын-ала жасалатын болжамды атайды. Статистикалық болжам таңдаманың көмегімен тексеріледі. Алдымен нөлдік болжам деп аталатын, тексерілуге тиіс H_0 болжамы қарастырылады. Бұл болжамға қарсы болжамды альтернативті деп атап, H_1 әріпімен белгілейміз. Мысалы үлестірудің белгісіз параметрі θ туралы нөлдік болжам былай болса, $H_0: \theta = \theta_0$, онда $H_1: \theta \neq \theta_0$ ($H_1: \theta > \theta_0, H_1: \theta < \theta_0$). Статистикалық болжамды тексеру барысында екі түрлі қате жіберуіміз мүмкін.

Бірінші текті қате – H_0 болжамы жоққа шығарылып H_1 болжамы қабылданады, бірақ негізінде H_0 дұрыс.

Екінші текті қате – H_0 болжамын қабылдаймыз, бірақ негізінде H_1 болжамы дұрыс.

Анықтама

Бірінші текті қате жіберу ықтималдығын маңыздылық деңгейі дейміз де, α әріпімен белгілейміз.

Анықтама

Екінші текті қате жіберу ықтималдығын β деп белгілейміз, сонда екінші текті қате жібермеу ықтималдығы $(1 - \beta)$ критерийдің қуаты деп аталады.

Тексеру критерийлері. Кризистік аймақтар (облыстар)

Статистикалық болжам таңдаманың мәліметтері негізінде тексеріледі. Ол үшін үлестіру заңы белгілі статистикалық критерий деп аталатын K кездейсоқ шамасы қарастырылады. Бұл шама U немесе Z - қалыпты, χ^2 - (хи-квадрат), F - Фишер, T - Стьюдент үлестірулерімен берілуі мүмкін. Тексеру критерийінің мүмкін мәндері екі жиынға бөлінеді: олардың біреуінде нөлдік болжам орындалады да, екіншісінде орындалмайды. Нөлдік болжам орындалмайтын критерийдің мәндер жиыны кризистік аймақ деп аталады. Нөлдік болжам орындалатын критерийдің мәндер жиыны болжам қабылданатын аймақ деп аталады.

Статистикалық болжамдарды тексерудің негізгі қағидалары:

Таңдаманың (эмпирикалық) белгілі мәліметтеріне сүйене отырып, критерийдің бақыланатын мәні K анықталады. Берілген α маңыздылық деңгейінде K үлестіруінің кризистік нүктелерінің кестесінен критерийдің сындық мәні $K_{кр}$ анықталады. Егер K критерийдің бақыланатын мәні кризистік аймақта жататын болса, онда нөлдік болжам жоққа шығарылады. Егер K критерийдің бақыланатын мәні болжам қабылданатын аймақта жататын болса, онда нөлдік болжамды жоққа шығаруға негіз жоқ (қабылданады).

Корреляция коэффициентінің маңыздылығын тексеру

Эконометрикалық талдаудың негізі элементтерінің бірі экономикалық көрсеткіштер арасында байланысты орнату. Әдетте талдауды қарапайым сызықтық байланыстан бастайды. X және Y кездейсоқ шамалары арасындағы байланыстың тығыздығын анықтау үшін корреляция коэффициентінің статистикалық маңыздылығын тексереміз. Бұл жағдайда келесі болжам тексеріледі

$$\begin{aligned} H_0 : \rho_{xy} &= 0, \\ H_1 : \rho_{xy} &\neq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Тәжірибелік зерттеулерде ρ_{xy} белгісіз болғандықтан, корреляциялық байланыстың тығыздығын r арқылы есептейміз. r - таңдаманың корреляция коэффициенті. Нөлдік болжамды тексеру үшін Стьюдент үлестіруімен берілген t -статистиканы пайдаланамыз. Критерийдің бақылау бойынша мәнін келесі формуламен есептейміз

$$T = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}. \quad (20)$$

Критерийдің кризистік мәні берілген α маңыздылық деңгейі және $n-2$ еркіндік дәрежесі бойынша Стьюденттің кризистік нүктелері кестесінен анықталады

$$T_{кр} = t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$$

Егер $|T_{бак}| > T_{кр}$ болса, онда болжам қабылданбайды, корреляция коэффициенті статистикалық маңызды. Ал егер $|T_{бак}| < T_{кр}$ болса, нөлдік болжамды жоққа шығаруға негіз жоқ, корреляция коэффициенті статистикалық маңызды емес.

Әдебиет [1], 2бөлім, 15-20 беттер

Тақырып 3 Қос сызықтық регрессиялық талдау

Жоспар:

- 1) қос сызықтық регрессия теңдеуі
- 2) ең кіші квадраттар әдісі

Сызықтық регрессиялық талдау есебі: X және Y айнымалылары үшін белгілі (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ статистикалық мәліметтер бойынша

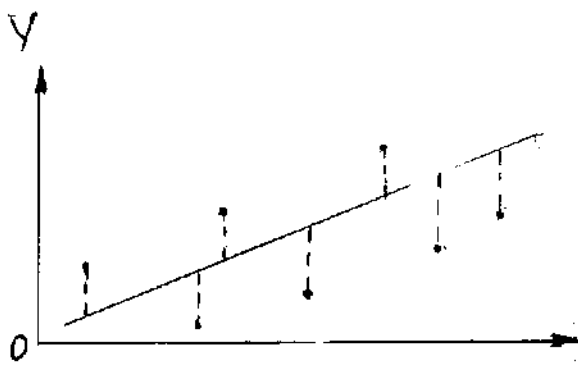
Көлемі шектелген таңдама бойынша сызықтық регрессияның эмпирикалық теңдеуін жазайық

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x \quad (1)$$

мұнда \hat{y} - шартты математикалық үміт $M\langle Y|X = x_i \rangle$ бағасы, b_0, b_1 - эмпирикалық коэффициенттер

Ең кіші квадраттар әдісі

Берілген (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ таңдама бойынша регрессияның эмпирикалық теңдеуінің коэффициенттері b_0, b_1 - ді анықтайық. Бұл жағдайда келесі функцияның минимум мәнін іздейміз.



Сурет 4.2

$$Q(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 \quad (2)$$

Q функциясы b_0, b_1 - параметрлерінің квадраттық функциясы, себебі (x_i, y_i) $i = 1, 2, \dots, n$ бақылау бойынша белгілі сандар.

$$\begin{aligned} b_0 + b_1 \bar{x} &= \bar{y}, \\ b_0 \bar{x} + b_1 \bar{x}^2 &= \bar{xy} \\ \Rightarrow \begin{cases} b_0 = \frac{\bar{xy} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}^2}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \\ b_1 = \bar{y} - b_0 \bar{x} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

мұнда $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$, $\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum x_i^2$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$.

олай болса, ең кіші квадраттар әдісі бойынша белгісіз параметрлер бағасы b_0 және b_1 (3) формулаларымен анықталады.

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{S_{xy}}{S_x^2} \quad (4)$$

немесе

$$b_1 = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\text{Var}(x)}, \quad b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}.$$

b_1 коэффициентін түрлендіріп

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \cdot \frac{S_y}{S_x} = r_{xy} \cdot \frac{S_y}{S_x}. \quad (5)$$

мұнда r_{xy} - таңдаманың корреляция коэффициенті; S_x, S_y - стандарттық ауытқулар, S_{xy} - таңдаманың ковариациясы. Олай болса, регрессия коэффициенті ковариация және корреляция коэффициенттеріне пропорционал. Ендеше корреляция коэффициенті белгілі болса, (13) формуланы пайдаланып қос сызықтық регрессия коэффициентін табуға болады. Егер Y - тің X - ке регрессиялық теңдеуінен ($\hat{Y} = b_0 + b_x X$), осы эмпирикалық мәліметтер үшін X - тің Y - ке регрессиялық теңдеуі ($\hat{X} = c_0 + b_y Y$) белгілі болса, онда $b_x \cdot b_y = r_{xy}^2$

$$b_x \cdot b_y = r_{xy} \frac{S_y}{S_x} \cdot r_{xy} \frac{S_x}{S_y} = r_{xy}^2. \quad (6)$$

c_0 және b_y коэффициенттері келесі формуламен анықталады

$$\begin{cases} b_y = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{y^2 - \bar{y}^2}; \\ c_0 = \bar{x} - b_y y. \end{cases} \quad (4.18)$$

Тақырып 4.Сызықты емес эконометрикалық модельдер

Жоспар:

- 1) Логарифмдік (лог – сызықты) модельдер.
- 2) Жартылай логарифмдік модельдер
- 3) Лог-сызықты модель
- 4) Сызықты – логарифмдік модель
- 5) Кері модель
- 6) Дәрежелік модель
- 7) Көрсеткіштік модель

Егер сұраныстың бағаға икемділігін талдау қажет болса, онда келтірілген теңдеу оны қарастыруға мүмкіндік бермейді. Бұл жағдайда логарифмдік деп аталатын моделді қарастыруға тура келеді.

Өндірістік функцияларды қарастыруда сызықты модель жарамсыз болады. Әдетте бұл жағдайда дәрежелік модельдер пайдаланылады. Мысалы, кеңінен белгілі Кобба-Дугластың өндірістік функциясы:

$$Y = AK^\alpha L^\beta$$

мұнда Y – өнім көлемі; K мен L – сәйкесінше капитал мен еңбек көлемі; A, α, β – модель параметрлері.

Қазіргі эконометриялық талдауда жеткілікті дәрежеде басқа моделдер қолданылады, дербес жағдайларда кері және көрсеткіштік моделдер.

Сызықтық емес модельді құру мен талдаудың өз ерекшеліктері бар. Жоғарыда келтірілген ұйғарымдар мен мысалдар сызықты емес модельдерді тереңірек қарастыруға мүмкіндік береді. Сызықты модельге келтірілетін сызықты емес модельдерді қарастырайық. Бұл – модель параметрлеріне қарағанда сызықты модельдер деп аталады.

1) Логарифмдік (лог – сызықты) модельдер

Кейбір экономикалық байланыстың моделі:

$$Y = AX^{\beta} \quad (.1)$$

Мұнда A және β – модель параметрлері (яғни анықтауға тиісті параметрлер). Бұл функция бағасы X болатын тауарға сұраныс Y -тің тәуелділігін анықтайды ($\beta < 0$) немесе X табыс мөлшерін анықтағанда ($\beta > 0$; бұл жағдайда X пен Y -тің байланысын анықтайтын (1) функциясын Энгель функциясы деп атайды). Сол сияқты (1) функциясы өнім көлемі Y пен пайдаланылатын ресурс X (өндіріс функциясы) тәуелділігін анықтайды, бұл жағдайда $0 < \beta < 1$.

(1) моделі X бойынша сызықты емес (тәуелді Y -тің X -ке байланысты өзгерісін көрсететін, айнымалы Y -тің X бойынша туындысы $\frac{dY}{dX} = A\beta X^{\beta-1}$, X -ке тәуелді болады, яғни тұрақты емес, сызықты емес модель үшін тән қасиет). Эконометрикада осы тектес функцияларды талдауда стандартты және кеңінен тараған әдіс экспонент (негізі $e = 2,71828$) бойынша логарифмдеу. Мұндай логарифмді натурал логарифм деп атайды және $\ln X$, $\ln Y$ арқылы белгілейді.

(1)-дің екі жағын логарифмдейтін болсақ:

$$\ln Y = \ln A + \beta \ln X \quad (.2)$$

шығады. $\ln A = \beta_0$ деп алмастырсақ (9.2) мына түрге келеді:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta \ln X \quad (.3)$$

Статистикалық тұрғыдан коэффициенттерді бағалау үшін, моделге кездейсоқ қателіктерді қосамыз. Соның нәтижесінде қос логарифмдік деп аталатын моделді аламыз (тәуелді айнымалы және түсіндіретін айнымалы логарифмдік түрде берілген):

$$\ln Y = \beta_0 + \beta \ln X + \varepsilon \quad (.4)$$

X , Y бойынша сызықты емес, бірақ $\ln X$, $\ln Y$ бойынша сызықты теңдеу, сол сияқты β_0 , β параметрлері бойынша сызықты.

$Y^* = \ln Y$, $X^* = \ln X$ алмастыру жасайтын болсақ (4) теңдеуі төмендегі түрде жазылады:

$$Y^* = \beta_0 + \beta X^* + \varepsilon. \quad (.5)$$

(5) моделі сызықты модель болады. Егер (5) моделі үшін классикалық сызықты регрессияның қажетті шарттары орындалатын болса, онда ЕКӘ бойынша β_0 , β коэффициенттерінің ең жақсы жылжымаған бағалауларын анықтауға болады. β коэффициенті Y айнымалысының X -ке қарағандағы икемділігін, яғни берілген X -тің пайыздық өзгерісіне сәйкес келетін Y -тің пайыздық өзгерісін анықтайды.

2) Жартылай логарифмдік моделдер

$$\text{Моделдер:} \quad \ln Y = \beta_0 + \beta \ln X + \varepsilon \quad (6)$$

$$Y = \beta_0 + \beta \ln X + \varepsilon \quad (7)$$

жартылай логарифмдік модельдер деп аталады. Мұндай модельдер, әдетте, өсу қарқынын немесе кейбір экономикалық көрсеткіштердің өсім мөлшерін анықтауға қажет. Мысалы, банк салымын алғашқы капитал мен салым пайызы бойынша талдау жасауда, өнім көлемінің өсімін ресурс шығындарының артуына байланысты болатындығын зерттеуде, инфляцияның өсу қарқыны ақша массасының көлеміне байланысты зерттеуде қолданылады.

3) Лог-сызықты модель

Банк пен қаржы саласында жақсы таныс

$$Y_t = Y_0(1+r)^t \quad (8)$$

байланысты қарастырайық. Мұнда Y_0 - айнымалы Y -тің алғашқы шамасы (мысалы, банктегі алғашқы салым) r - Y шамасының күрделі өсім қарқыны; Y_t - Y шамасының уақыттың t мерзіміндегі мәні (t мезгіліндегі банктегі салым). (8) моделді жартылай логарифмдік моделге оңай айналдыруға болады. Шынында, (8) логарифмдейтін болсақ, онда

$$\ln Y_t = \ln Y_0 + \ln(1+r) \quad (9)$$

шығады.

$\ln Y_0 = \beta_0$, $\ln(1+r) = \beta$ белгілеулерін енгізетін болсақ, онда (9) келесі түрге келеді:

$$\ln Y_t = \beta_0 + \beta t + \varepsilon_t \quad (10)$$

(10) формуласында пайыздық салымның өзгермелі болуына сәйкес кездейсоқ ε_t қосылғышын пайдаландық.

Жартылай логарифмдік модель (9.10) $Y^* = \ln Y$ алмастыруын жасау арқылы сызықты моделге оңай келтіріледі.

4) Сызықты – логарифмдік модель

Сызықты-логарифмдік деп аталатын модель ді қарастырайық:

$$Y = \beta_0 + \beta \ln X + \varepsilon \quad (11)$$

Ал $X^* = \ln X$ алмастыруымен сызықты модельге келтіріледі. Бұл модельде β коэффициенті X – тің бірлік өсіміне байланысты Y айнымалысының өзгеруін дәл анықтайды. (Мысалы, 1% – ға), яғни

Y – тің абсолютті өзгеруінің X – тің салыстырмалы өзгеруіне қатынасын сипаттайды:

$$\frac{dY}{dX} = \beta \cdot \frac{1}{X} \Rightarrow \beta = \frac{dY}{dX/X} = \frac{Y}{X} \Rightarrow dY = \beta \frac{dX}{X} \Rightarrow \Delta Y \approx \beta \cdot \frac{\Delta X}{X}$$

Соңғы қатынасты 100% – ға көбейтсек, X – тің пайыздық өзгеруіне сәйкес Y – тің абсолютті өсімін аламыз. Сондықтан, егер $\frac{\Delta X}{X}$ қатынасы 1% (0,01) өзгерсе, онда Y шамасы $0,01 \beta$ – ға өзгереді. (9.11) модель, әдетте, тәуелсіз айнымалының пайыздық өзгерісінің тәуелді айнымалының абсолютті өзгерісіне әсерін зерттеуде пайдаланылады. Мысалы, егер Y = GNP (жалпы ұлттық өнім), ал X = M (ақша массасы) болса, онда келесі формуланы аламыз:

$$GNP = \alpha + \beta \ln M + \varepsilon$$

Осыдан, M ақшаға ұсынысты 1% – ға көбейтсек, онда жалпы ұлттық өнім мөлшері орташа $0,01 \beta$ – ге өседі.

5) Кері модель

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{X} + \varepsilon \quad (12)$$

түріндегі моделді **кері модель** деп атайды. $X^* = \frac{1}{X}$ алмастыруын жасау арқылы оны сызықты түрге келтіруге болады. Бұл модель, әдетте, түсіндірілетін айнымалы X шексіз өскенде тәуелді айнымалыға асимптотикалық түрде шексіз жақындағанда колданылады (қарастырылып отырған жағдайда β_0 – ге). β_0 және β_1 таңбаларына сәйкес әртүрлі жағдайлар орын алады.

Жұмыссыздықтың X пайыздық шамасы мен еңбекақы Y – тің пайыздық өзгерісі арасындағы байланыс деңгейін анықтайды. Қисықтың X өсімен қиылысу нүктесі жұмыссыздықтың табиғи деңгейін анықтайды.

б) Дәрежелік модель

Дәрежелік функция

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \dots + \beta_m X^m + \varepsilon \quad (13)$$

Экономикалық байланыстарды жиі бейнелейді. Мысалы, кубтық функция

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon \quad (14)$$

Микроэкономикада жалпы шығынның (ТС) өнім көлемі (Q) арасындағы байланысты модельдейді. Сол сияқты квадраттық функция

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon \quad (15)$$

өнім көлемі (Q) мен орта (АС) немесе (МС) шығын арасындағы байланысты анықтайды.

Олай болса, оны сызықты регрессия моделіне келтіруге болады. X – ті X_1 – мен, X^2 – ты X_2 – мен, ..., X^m – ді X_m – мен алмастырып, (15) моделінің орнына m айнымалылар X_1, X_2, \dots, X_m бойынша көптік сызықты регрессия моделін аламыз:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_m X_m + \varepsilon \quad (16)$$

7) Көрсеткіштік модель

Көрсеткіштік функция

$$Y = b_0 e^{\beta x} \quad (17)$$

эконометриялық талдау барысында кеңінен жеткілікті дәрежеде қолданылады. Уақыт бойынша тұрақты өсім қарқыны мен айнымалы Y арасындағы өзгерісті талдау барысында көп қолданылады. Бұл жағдайда X бейне ретінде айнымалы t – мен алмастырылады.

$$Y = \beta_0 e^{\beta t} \quad (18)$$

Берілген функция логарифмдеу арқылы ($\ln e^{\beta t} = \beta t$) лог- сызықты моделіне келтіріледі:

$$\ln Y = \ln \beta_0 + \beta t. \quad (19)$$

Жалпы жағдайда көрсеткіштік функция

$$Y = \beta_0 \alpha^{\beta x} \quad (20)$$

түрінде анықталады, мұнда α – кез келген оң тұрақты шама ($\alpha \neq 1$). Кейбір экономикалық көрсеткіштер аталған функциялардың қосындысынан тұратын функциялар арқылы моделденеді. Сондықтан ондай модельді де сызықты түрге келтіруге болады.

Мысалы, ғылыми-техникалық жетістікке байланысты кеңінен таныс Кобба-Дуглас функциясы

$$Y = AK^\alpha L^\beta e^{\gamma t} \quad (21)$$

формуласымен анықталады.

Логарифмдеу арқылы берілген функцияны келесі қатынаста аламыз:

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L + \gamma t \quad (22)$$

$a = \ln A$, $k = \ln K$, $l = \ln L$, $y = \ln Y$ белгілеріне сәйкес соңғы теңдеуді сызықты түрге келтіреміз.

Тақырып 5. Көптік сызықтық регрессия ұғымы

Жоспар

1) Көптік сызықтық регрессия теңдеуі

2)Ең кіші квадраттар әдісі

Экономикалық көрсеткіштер тек қана бір фактордан емес бірнеше фактордан тәуелді. Көптік сызықтық регрессия моделі қос сызықтық регрессия моделінің жалпы түрі болады. Көптік сызықтық регрессияның теориялық теңдеуі:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon, \quad (5.1)$$

мұнда Y – тәуелді айнымалы, X_1, X_2, \dots, X_k түсіндіруші айнымалылар, $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ – регрессия коэффициенттері, ε – кездейсоқ мүше. $k=1$ болғанда (5.1) қос сызықтық регрессия теңдеуіне айналады. n бақылаудан тұратын таңдама алайық

$$y_i, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Тік жолдан тұратын вектор және матрицаны анықтаймыз:

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Y және X матрицалары таңдама бойынша алынған мәліметтерден тұрады. β тік жолында таңдама бойынша бағаланатын белгісіз коэффициенттер, ал ε – бақыланбайтын кездейсоқ мүшелерден тұратын тік жол. Осы белгілеулерді пайдаланып (5.1) теңдеулер жүйесін матрицалық түрде былай жазуға болады.

$$Y = X\beta + \varepsilon. \quad (5.2)$$

Көптік регрессия теңдеуінің параметрлерін бағалаудағы ең көп тараған әдіс – **ең кіші квадраттар әдісі (ЕКӘ)**. Бақылау бойынша анықталған тәуелді айнымалы Y – тің мәні регрессия теңдеуі бойынша алынған \hat{Y} мәндері

айырымдарының квадраттарының қосындысын минимумге айналдыру ең негізгі мақсат болып табылады.

Регрессия коэффициенттерін бағалаудың алгоритміне көшпес бұрын, **ЕКӨ** алғышарттарының орындалуын көрсетеміз. Олар арқылы классикалық сызықты регрессия моделі шеңберінде талдау жасау мүмкіндігі туады.

Ең кіші квадраттар әдісінің алғы шарттары (Гаусс-Марков шарттары)

- 1) Барлық бақылаулар үшін кездейсоқ ауытқу ε_i - дің математикалық үміті нөлге тең $M(\varepsilon_i) = 0$;
- 2) Гомоскедастық орын алады, яғни кез келген i және j бақылаулары үшін кездейсоқ ауытқулар дисперсиясы тұрақты $D(\varepsilon_i) = D(\varepsilon_j) = \sigma^2$;
- 3) Автокорреляция жоқ, яғни кездейсоқ ауытқулар ε_i және ε_j , $i \neq j$ үшін бір-біріне тәуелсіз:

$$\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} 0, & \text{егер } i \neq j; \\ \sigma^2, & \text{егер } i = j. \end{cases}$$

- 4) Кездейсоқ ауытқулар түсіндіруші айнымалылардан тәуелсіз $\text{Cov}(\varepsilon_i, x_i) = 0$;
 - 5) Модель параметрлер арқылы сызықтық тәуелсіз.
 - 6) Мультиколлинеарлық жоқ. Түсіндіруші айнымалылар арасында тығыз (қатал) сызықты байланыс жоқ.
 - 7) ε_i , $i = 1, 2, \dots, n$. қателіктері қалыпты үлестірілген ($\varepsilon_i \sim N(0, \sigma)$)
- Алғышарттың орындалуы статистикалық болжамдарды тексеру және интервалдық бағаларды құру үшін маңызды.

5.2 Ең кіші квадраттар әдісі

Көптік сызықтық регрессия моделінде қос сызықтық регрессия үшін пайдаланылатын ең кіші квадраттар әдісінің жалпылама түрі қолданылады. Бағаланған көптік сызықтық регрессия теңдеуі

$$\hat{y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k + e \tag{5.3}$$

барлық бақылаулар үшін осындай теңдеу жазайық

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \dots + b_k x_{ik} + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \tag{5.4}$$

Мұнда b_0, b_1, \dots, b_k – теориялық коэффициенттер $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ – бағалары (эмпирикалық регрессия теңдеуінің коэффициенттері).

Бағаланған көптік сызықтық регрессия теңдеуі матрицалық түрде былай жазылады

$$\hat{Y} = XB \tag{5.5}$$

мұнда $\hat{Y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n)^T$, $B = (b_0, b_1, b_2, \dots, b_k)^T$ -тік жолдар. Жоғары индекс T - әріпі транспонирленген матрица екенін көрсетеді. Тәуелді айнымалы Y - тің нақты мәндері Y_i және оның (5.3) теңдеуімен анықталған сәйкес мәндерінен ауытқуын анықтаймыз

$$e = Y - \hat{Y} = Y - XB, \quad e^T = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T.$$

Ең кіші квадраттар әдісі ауытқулардың квадраттарының қосындысының минимум шартынан (5.3) теңдеудің коэффициенттерін анықтауға негізделген

$$e^T e = \sum_{i=1}^n e_i^2 \rightarrow \min. \quad (5.6)$$

Матрицалардың қасиеттерін пайдаланып,

$$\begin{aligned} e^T e &= (Y - XB)^T (Y - XB) = (Y^T - B^T X^T)(Y - XB) = \\ &= Y^T Y - Y^T XB - B^T X^T Y + B^T X^T XB. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial (e^T e)}{\partial B} = -2X^T Y + 2(X^T X)B = 0.$$

X матрицасының тік жолдары сызықтық тәуелсіз болса, онда $(X^T X)^{-1}$ кері матрица болады және регрессия теңдеуінің коэффициенті B векторын бағалау келесі формула бойынша табылады

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (5.7)$$

5.3 Коэффициенттердің дисперсиялары және стандарттық қателері

Коэффициенттердің дисперсиялары және стандарттық қателері белгілі болса бағалау дәлдігін талдауға, теориялық коэффициенттердің сенімділік интервалдарын құруға және сәйкесінше статистикалық болжамдарды тексеруге болады. Аталған сипаттамаларды есептеу формулаларын матрицалық түрге келтірген ыңғайлы. ЕКӨ алғышарттарының алдыңғы үшеуі матрицалық түрде былай жазылады:

1. $M(\varepsilon) = 0$;
2. $D(\varepsilon) = \sigma^2 I$;
3. $K(\varepsilon) = M(\varepsilon \varepsilon^T) = \sigma^2 E$;

Мұнда

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = [\mathbf{1}]_{n \times n} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & & & \\ & \mathbf{1} & & \\ & & \dots & \\ & & & \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_{n \times n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} D(\varepsilon_1) \sigma_{\varepsilon_1 \varepsilon_2} & \dots & \sigma_{\varepsilon_1 \varepsilon_n} \\ \sigma_{\varepsilon_2 \varepsilon_1} & D(\varepsilon_2) & \dots & \sigma_{\varepsilon_2 \varepsilon_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{\varepsilon_n \varepsilon_1} & \sigma_{\varepsilon_n \varepsilon_2} & \dots & D(\varepsilon_n) \end{bmatrix}.$$

Көптік сызықтық регрессияның эмпирикалық коэффициенттері (5.7) формуламен анықталады

$$\mathbf{B} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}.$$

Өрнекке $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$ в теориялық мәндерін қойып, түрлендіреміз:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}\beta + \varepsilon) = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})\beta + (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \varepsilon = \beta + (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \varepsilon.$$

Ендеше, $\beta - \mathbf{B} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \varepsilon$.

Дисперсионды-ковариациялық матрица құрамыз

$$\mathbf{K}(\beta) = \mathbf{M}((\beta - \mathbf{B})(\beta - \mathbf{B})^T) = \mathbf{M}(((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \varepsilon) \cdot ((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \varepsilon)^T) = \mathbf{M}((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \varepsilon \varepsilon^T \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}).$$

$\mathbf{X}_j, j = 1, 2, \dots, m$, кездейсоқ шамалар емес, сондықтан:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(\beta) &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X}) \mathbf{X}^T \mathbf{M}(\varepsilon \varepsilon^T) \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \sigma^2 \mathbf{E} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = \\ &= \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \Rightarrow D(\varepsilon_i) = \sigma^2 z_{ij}' \end{aligned} \quad (5.8)$$

z'_{jj} – лар $Z^{-1} = (X^T X)^{-1}$ матрицасының диагоналдық элементтері. Дисперсияның нақты мәні σ^2 таңдама бойынша анықтау мүмкін емес сондықтан, ол сәйкес жылжымаған бағамен алмастырылады

$$S^2 = \frac{\sum e_i^2}{n - m - 1}, \quad (5.9)$$

m – моделдегі түсіндіруші айнымалылар саны. Кейбір жағдайларда (5.9) формуланың бөлімі $n - m - 1 = n - k$ деп жазылады. k – модель параметрлерінің саны (анықталуға тиісті регрессия коэффициенттері).

Сондықтан, таңдама бойынша тек қана регрессияның эмпирикалық коэффициенттерінің таңдамалық дисперсиясын анықтай аламыз:

$$S_{b_j}^2 = S^2 z_{jj} = \frac{\sum e_i^2}{n - m - 1} = z'_{jj}, j = 0, 1, \dots, m \quad (5.10)$$

$s = \sqrt{S^2}$ – регрессияның стандарттық қатесі. $S_{b_j} = \sqrt{S_{b_j}^2}$ – регрессия коэффициентінің стандарттық қатесі деп аталады.

Дербес жағдайда екі түсіндіруші айнымалыдан тұратын $\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$ регрессия теңдеуі үшін дисперсиялар және коэффициенттердің стандарттық қателері келесі формулалармен есептеледі:

$$S_{b_0}^2 = \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}_2^2 \sum (x_{i_2} - \bar{x}_2)^2 + \bar{x}_1^2 \sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)^2 - 2\bar{x}_1 \bar{x}_2 \sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)(x_{i_2} - \bar{x}_2)}{\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)^2 (x_{i_2} - \bar{x}_2)^2 - (\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)(x_{i_2} - \bar{x}_2))^2} \cdot S^2$$

$$S_{b_1}^2 = \frac{\sum (x_{i_2} - \bar{x}_2)^2}{\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)^2 (x_{i_2} - \bar{x}_2)^2 - (\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)(x_{i_2} - \bar{x}_2))^2} \cdot S^2 \Leftrightarrow$$

$$S_{b_1}^2 = \frac{S^2}{\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)^2 (1 - r_{12}^2)}, \quad (5.11)$$

$$S_{b_2}^2 = \frac{\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)^2}{\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)^2 (x_{i_2} - \bar{x}_2)^2 - (\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)(x_{i_2} - \bar{x}_2))^2} \cdot S^2 \Leftrightarrow$$

$$S_{b_2}^2 = \frac{S^2}{\sum (x_{i_2} - \bar{x}_2)^2 (1 - r_{12}^2)}, \quad (5.12)$$

$$S_{b_0} = \sqrt{S_{b_0}^2}, S_{b_1} = \sqrt{S_{b_1}^2}, S_{b_2} = \sqrt{S_{b_2}^2}.$$

Мұнда $r_{12} = r_{x_1 x_2}$ – екі түсіндіруші айнымалы X_1 және X_2 арасындағы таңдаманың корреляциялық коэффициенті.

Коэффициенттердің ковариациясы келесі формуламен есептеледі:

$$\text{cov}(b_1, b_2) = \frac{-r_{12} \cdot S^2}{(1 - r_{12}^2) \sqrt{\sum (x_{i_1} - \bar{x}_1)^2} \sqrt{\sum (x_{i_2} - \bar{x}_2)^2}} \quad (5.13)$$

5.4 Регрессияның теориялық теңдеуінің коэффициенттерінің интервалдық бағалары.

Қос сызықтық регрессия сияқты көптік регрессияның теориялық теңдеулерінің коэффициенттері β_j ($j=1,2,\dots,m$) - лардың нүктелік бағалары b_j анықталған соң аталған коэффициенттердің интервалдық бағалары есептелінеді. β_j коэффициентінің интервалдық бағасын табу үшін еркіндік дәрежесі $\nu = n - m - 1$ болатын Стюдент үлестіруімен берілген t -статистиканы қарастырамыз

$$t = \frac{b_j - \beta_j}{S_{b_j}}, \quad (5.14)$$

(n – таңдама көлемі, m – моделдегі түсіндіруші айнымалылар саны).

β_j коэффициенті үшін $100(1 - \alpha)\%$ - тік сенімділік интервалын құру қажет делік. Онда Стюдент үлестіруінің кризистік нүктелер кестесінен берілген маңыздылық деңгейі α , еркіндік дәрежесі ν саны бойынша келесі шартты қанағаттандыратын кризистік нүкте $t_{\frac{\alpha}{2}, n-m-1}$ табамыз

Сонымен сенім ықтималдығы $(1 - \alpha)$ белгісіз параметр β_j -ді қамтитын сенімділік интервалы мына теңсіздікпен анықталады:

$$b_j - t_{\frac{\alpha}{2}, n-m-1} S_{b_j} < \beta_j < b_j + t_{\frac{\alpha}{2}, n-m-1} S_{b_j}. \quad (5.16)$$

Болжамның орта мәні үшін сенімділік интервалы мына теңсіздікпен анықталады:

$$\underline{\underline{Y}}_p - t_{\frac{\alpha}{2}, n-m-1} S(\underline{\underline{Y}}_p) < M(Y_p | X_p^T) < \underline{\underline{Y}}_p + t_{\frac{\alpha}{2}, n-m-1} S(\underline{\underline{Y}}_p). \quad (5.17)$$

Теңсіздік матрицалық түрде былай жазылады:

$$\underline{\underline{Y}}_p - t_{\frac{\alpha}{2}, n-m-1} S \sqrt{X_p^T (X^T X)^{-1} X_p} < M(Y_p | X_p^T) < \underline{\underline{Y}}_p + t_{\frac{\alpha}{2}, n-m-1} S \sqrt{X_p^T (X^T X)^{-1} X_p}$$

Регрессия теңдеулері коэффициенттерінің статистикалық маңыздылығын тексеру. Қос сызықтық регрессия жағдайындағындай m түсіндіруші айнымалыдан тұратын көптік сызықты регрессияның коэффициенттерінің статистикалық маңыздылығы t - статистикамен тексеріледі:

$$t = \frac{b_j}{S_{b_j}}, \quad (5.18)$$

Бұл жағдайда Стьюдент үлестірімінің еркіндік дәрежесі $v = n - m - 1$ (n - таңдама көлемі). Берілген маңыздылық деңгейде t - статистиканың бақылау бойынша мәнін Стьюдент үлестіруінің кризистік нүктесі $t_{\alpha/2, n-m-1}$ мәнімен салыстырады.

Егер $|t| > t_{\alpha/2, n-m-1}$ болса, онда b_j коэффициенті статистикалық маңызды деп аталады.

Кері жағдайда $|t| < t_{\alpha/2, n-m-1}$, b_j коэффициенті статистикалық маңызды емес (0 - ге статистикалық жақын). Бұл жағдай X_j факторы тәуелді айнымалы Y - пен сызықты байланыста болмайтындығын көрсетеді. Ондай фактордың түсіндіруші айнымалылар арасында кездесуі статистикалық тұрғыдан алғанда ақталмаған. Ал тәуелді айнымалыға белгілі бір әсер ете алмаса да, өзара байланысты анықтау барысында шындықты көрсетуде кері әсері бар. Сондықтан b_j коэффициентінің статистикалық маңызды еместігін анықтағаннан кейін, X_j -ді регрессия теңдеуі құрамынан шығару ұсынылады. Бұл жағдайда моделдің сапасы үлкен өзгеріске ұшырайды, бірақ модель айқынырақ болады.

Кейбір жағдайларда коэффициенттерді қатал тексеру жай салыстыру жолдарымен алмастырылады.

Егер $|t| \leq 1$ ($b_j < S_{b_j}$) болса, онда коэффициент статистикалық маңызды емес.

Егер $1 < |t| \leq 2$ ($b_j < 2S_{b_j}$) болса, онда коэффициент салыстырмалы маңызды. Бұл жағдайда Стьюдент үлестіруінің (қосымша 2) кризистік нүктелер кестесін пайдалану қажет.

Егер $2 < |t| \leq 3$ болса, онда коэффициент маңызды. Бұл ұйғарым $v > 20$ және $\alpha \geq 0.05$ (қосымша 2) болғанда, кепілдік болады.

Егер $|t| > 3$ болса, онда коэффициент өте жоғары дәрежеде маңызды. Бақылау саны жеткілікті болғанда, қателік ықтималдығы $0,001$ -ден аспайды.

Регрессия теңдеуінің жалпы сапасын тексеру. Әрбір коэффициентінің маңыздылығын тексергеннен кейін, регрессия теңдеуінің жалпы сапасы тексеріледі.

Осы мақсатпен қос регрессия жағдайындағыдай детерминация коэффициенті R^2 пайдаланылады

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

Жалпы жағдайда $0 \leq R^2 \leq 1$. Коэффициент 1-ге жақындаған сайын регрессия теңдеуі Y – тің өзгерісін дәлірек анықтайды. Сондықтан R^2 ең үлкен болатын регрессияны құру керек екені түсінікті.

Көптік регрессия үшін детерминация коэффициенті түсіндіруші айнымалылар санының кемімейтін функциясы болады. Моделге жаңа түсіндіруші айнымалы енгізу ешқашан R^2 мәнін азайтпайды. Әрбір жаңа түсіндіруші айнымалы тәуелді айнымалы туралы ақпаратты толықтырады.

Кейбір жағдайда детерминация коэффициентін есептеуде бөлшектің $\frac{\sum e_i^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$ алымы мен бөлімінің бағалары жылжымаған болу үшін олардың еркіндік дәрежелеріне түзету енгізу керек. Модельде қосымша айнымалылар пайда болу нәтижесінде еркіндік дәрежелерінің кемуі түзетілген детерминация коэффициентін енгізу арқылы шешіледі. Түзетілген детерминация коэффициенті:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2 / (n - m - 1)}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 1)} \quad (5.19)$$

$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 1)$ жалпы дисперсияның жылжымаған бағасы, яғни айнымалы Y – тің \bar{Y} – тен ауытқу мәндерінің дисперсиясы. Бұл жағдайда оның еркіндік дәрежесі $(n - 1)$. Еркіндік дәрежесінің біреуі \bar{Y} – ны есептеу барысында жоғалады.

$\sum e_i^2 / (n - m - 1)$ – қалдық дисперсиясының жылжымаған бағасы, яғни кездейсоқ ауытқулар дисперсиясы (бақылау нүктелерінің регрессия сызығынан ауытқуы). Оның еркіндік дәрежесі $(n - m - 1)$ – ге тең. Регрессияның эмпирикалық теңдеулерінің коэффициенттерін есептеу барысында еркіндік $(m + 1)$ дәрежесі жоғалады.

Түсіндірілетін дисперсияның жылжымаған бағасының регрессия сызығындағы нүктелердің \bar{Y} – тен ауытқу дисперсиясы еркіндік дәрежесі жалпы дисперсияның еркіндік дәрежесімен қалдық дисперсияның еркіндік дәрежесінің айырымына тең, яғни $(n - 1) - (n - m - 1) = m$ (5.19) өрнегін келесі түрде жазамыз:

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - m - 1} \quad (5.20)$$

(5.19) формуласынан барлық $m > 1$ болғанда $\bar{R}^2 < R^2$ екендігі белгілі. m – нің мәндерінің өсуіне сәйкес түзетілген детерминация коэффициенті \bar{R}^2 әдеттегі детерминация коэффициенті R^2 – қа қарағанда баяу өседі. Басқа сөзбен айтқанда, түсіндіруші

айнымалылар саны өскен сайын детерминация коэффициенті кему бағытына қарай өзгертіледі (түзетіледі). Тек қана $R^2 = 1$ болғанда $\bar{R}^2 = R^2$ болатындығын байқау қиын емес. \bar{R}^2 теріс мәндер қабылдай алады (мысалы, $R^2 = 0$). Егер айнымалыға сәйкес t статистика мәні модулі бойынша 1 – ден үлкен болса, онда жаңа айнымалыны қосқанда \bar{R}^2 артады. Сондықтан моделге жаңа айнымалыны қосу түзетілген детерминация коэффициентінің өсу барысында іске асады. Әдетте R^2 және \bar{R}^2 мәндері келтіріледі. Олар регрессия теңдеуінің жалпы сапасының қосындылық өлшемі ретінде алынады. Ендеше, түзетілген детерминация

коэффициентін моделге жаңа айнымалылар енгізу немесе енгізбеу туралы шешім қабылдау критерийі ретінде пайдалануға болады.

5.5 Детерминация коэффициентінің маңыздылығын статистикалық талдау

Әрбір регрессия коэффициентінің статистикалық маңыздылығы жеке бағаланғаннан кейін, коэффициенттердің маңыздылығының жиынтығы талданады. Мұндай талдау жасау жалпы маңыздылық туралы болжамды түсіндіруші айнымалылардың регрессия теңдеуіндегі барлық коэффициенттердің бір мезгілде нөлге тең болуын тексеру арқылы іске асырылады.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_m = 0 \quad (5.21)$$

Егер болжам жоққа шығарылмаса, онда моделдегі X_1, X_2, \dots, X_m түсіндіруші айнымалалардың тәуелді айнымалыға әсері статистикалық маңызды емес, ал регрессия теңдеуінің жалпы сапасы жоғары болмайды.

Аталған болжам түсіндірілетін және қалдық дисперсияларды салыстыру арқылы дисперсиялық талдау негізінде тексеріледі.

H_0 : (түсіндірілетін дисперсия) = (қалдық дисперсия)

H_1 : (түсіндірілетін дисперсия) > (қалдық дисперсия)

F – статистика құрамыз:

$$F = \frac{\sum k_i^2 / m}{\sum e_i^2 / (n - m - 1)}, \quad (5.22)$$

мұнда $\sum k_i^2 / m$ - түсіндірілетін дисперсия;

$\sum e_i^2 / (n - m - 1)$ - қалдық дисперсия.

Ең кіші квадраттар әдісінің алғышарттары орындалғанда, құрылған F статистика еркіндік дәрежелері $\nu_1 = m$, $\nu_2 = n - m - 1$ болатын Фишер үлестіруі болады.

Сондықтан талап етілген α деңгейлік мәнде $F_{\text{бак}} > F_{\text{кр}} = F_{\alpha, m, n - m - 1}$ болса, онда H_0 болжамы жоққа шығарылады. $F_{\alpha, m, n - m - 1}$ - Фишер үлестіруінің кризистік нүктесі.

Бұл түсіндірілетін дисперсия қалдық дисперсиядан әлдеқайда үлкен екендігін білдіреді. Ендеше регрессия теңдеуі тәуелді айнымалы Y - тің өзгеру динамикасын жеткілікті дәрежеде сапалы анықтайды. Егер $F_{\text{бак}} < F_{\text{кр}} = F_{\alpha, m, n - m - 1}$ болса, онда H_0 болжамын жоққа шығаруға негіз жоқ.

Алайда іс жүзінде көбіне келтірілген болжам орынына онымен тығыз байланыста болатын R^2 детерминация коэффициентінің статистикалық маңыздылығы туралы болжам тексеріледі.

$$\begin{aligned} H_0 : R^2 &= 0, \\ H_1 : R^2 &> 0. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Болжамды тексеру үшін F статистика пайдаланылады

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}. \quad (5.24)$$

Бөлшектің алымы мен бөлімін $\sum (y_i - \bar{y})^2$ ауытқудың квадраттарының жалпы қосындысына бөліп,

$$F = \frac{\sum k_i^2 / \sum (y_i - \bar{y})^2}{\sum e_i^2 / \sum (y_i - \bar{y})^2} \cdot \frac{(n - m - 1)}{m} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}. \quad (5.25)$$

Осы формуладан F және R^2 бір уақытта нөлге тең болатындығын көруге болады. Егер $F = 0$, онда $R^2 = 0$ және $Y = \bar{y}$ регрессия сызығы ЕКӘ бойынша ең жақсы болады, ендеше Y шамасы X_1, X_2, \dots, X_m шамаларынан сызықты тәуелді емес. $H_0: F = 0$ болжамын тексеру үшін берілген α маңыздылық деңгейінде Фишер үлестіруінің кризистік нүктелер кестесінен $F_{кр} = F_{\alpha, m, n - m - 1}$ мәні табылады. Егер $F > F_{кр}$ болса, онда нөлдік болжам жоққа шығарылады. $R^2 > 0$, яғни R^2 статистикалық маңызды. F статистикалық талдау сызықты регрессия коэффициенттері бір уақытта нөлге тең болуы туралы болжамды қабылдау үшін детерминация коэффициенті нөлден тым алшақ емес деп қорытынды жасауға мүмкіндік береді.

Жұптық сызықтық регрессия жағдайында $F = 0$ болжамын тексеру $t = 0$ болжамын тексерумен пара-пар. Корреляция коэффициенті үшін t -статистика.

$$t = \frac{r_{xy} \cdot \sqrt{n - 2}}{1 - r_{xy}^2}$$

Бұл жағдайда F статистика t статистиканың квадратына тең.

Тәжірибелік сабақтардың мазмұны, сағаттағы көлемі

Тақырып 1. Ықтималдықтар теориясының негізгі түсініктері

Жоспар:

1. Ықтималдықтың классикалық анықтамасы, статистикалық ықтималдық. Ықтималдықтың қасиеттері.
2. Дискретті және үзіліссіз кездейсоқ шамалар, олардың сандық сипаттамалары. Үлестірім функциясы. Үлестірім тығыздығы.
3. Кездейсоқ шамалар үлестіруінің түрлері. Бір қалыпты үлестірім.
4. Екі кездейсоқ шама жүйесі. Екі кездейсоқ шама жүйесінің сандық сипаттамалары. Корреляция моменті. Корреляция коэффициенті.
5. Таңдама. Таңдаманың сипаттамалары.

Тапсырмалар:

Тапсырма 1 X кездейсоқ шаманың үлестіру заңы берілген.

X	1	3	5	7	9
P	v	2v	3v	4v	5v

Табу керек:

- 1) v
- 2) $M(X)$, $D(X)$, орташа квадраттық ауытқуын

3) $M(3X-4)$, $D(4X-3)$.

Тапсырма 2 . Кестеде (X) фирманың жылдық табысы үлестірілген.

X	-10	-5	0	10	20	25
P	0,05	0,15	0,25	0,30	0,20	0,05

Табу керек:

- 1) Күтуге болатын табысты
- 2) орташа квадраттық ауытқуды
- 3) оң табыс болуының ықтималдығын.
- 4) үлестірім функциясын.

Тапсырма 3. Қалыпты үлестірілген кездейсоқ шаманың математикалық үміті және орташа квадраттық ауытқуы берілген. Кездейсоқ шаманың (\square, \square) интервалында жататының ықтималдығын табу керек.

№	\square	\square	a	\square
1	2	13	10	4
2	5	14	9	5
3	4	9	8	1
4	3	10	7	2
5	2	11	6	3
6	1	12	5	1
7	2	11	4	5
8	3	10	3	2
9	4	9	2	5
10	6	10	2	4

Тапсырма 4. Сенімділік интервалын пайдаланып, статистикалық жинақ қалыпты үлестірімді болған жағдайда, математикалық үмітін 0,95 тең сенімділікпен бағалаңыздар, егер \bar{x} таңдаманың ортасы, n таңдаманың көлемі және σ орташа квадраттық ауытқуы белгілі болса.

№	\bar{x}	σ	n
1	75,17	6	36
2	75,16	7	49
3	75,15	8	64
4	75,14	9	81
5	75,13	10	100
6	75,12	11	121
7	75,11	12	144
8	75,10	13	169

9	75,09	14	196
10	75,08	15	225

Тапсырма 5. Екі өлшемді кездейсоқ шамаларды талдау

Көп жылдар бойы екі компанияға құйылған инвестиция нәтижелерін бақылау бойынша X және Y жылдық дивидендтер өлшемдерінің үлестіру заңы құрылған. Әр кездейсоқ шаманың үлестіру заңын жазып, олардың арасындағы байланысты анық таңыздар. Ковариация және корреляция коэффициенттерін есептеңіз, екі компанияның біреуіне немесе екеуіне де бірдей мөлшерде инвестиция құю тәуекелін есептеп, тиімді жағдайды анықтаңыз.

X \ Y	-10	0	10
-10	0.20	0.10	0.02
0	0.03	0.30	0.05
10	0.01	0.04	0.25

Тапсырма 6. 20 күн аралығында сатылған тауар көлемін талдау нәтижесінде келесі мәліметтер алынған

Табу керек:

- Статистикалық қатар;
- Эмпирикалық үлестіру функциясын;
- Таңдаманың ортасын, дисперсиясын, орташа квадраттық ауытқуын.
 - 5, 6, 3, 2, 7, 7, 6, 6, 10, 11, 6, 4, 5, 6, 3, 12, 9, 10, 7, 4
 - 6, 7, 8, 8, 10, 5, 5, 4, 3, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 10, 6, 4, 5, 6

Әдістемелік нұсқаулар

Мысал 1 Дискретті кездейсоқ шаманың үлестіру функциясын, оның графигін және сандық сипаттамаларын табыңыздар

X	2	4	5	8	12
P	0.25	0.30	0.10	0.20	0.15

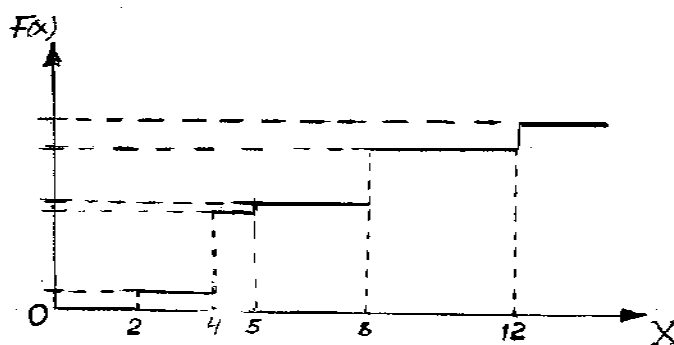
Айталық X - кездейсоқ шама, ал X - кез келген нақты сан. Кез келген X - тен кіші мән қабылдайтын X - кездейсоқ шаманың ықтималдығын ықтималдықтың $F(x)$ үлестіру функциясы деп атайды.

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Келтірілген мысал үшін үлестіру функциясы және оның графигі

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq 2; \\ 0,25 & \text{егер } 2 < x \leq 4; \\ 0,55 & \text{егер } 4 < x \leq 5; \\ 0,65 & \text{егер } 5 < x \leq 8; \\ 0,85 & \text{егер } 10 < x \leq 12; \\ 1 & \text{егер } x > 12. \end{cases}$$

1 мысалдағы кездейсоқ шама үшін



Математикалық үміті:

$$M(x) = 2 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,2 + 12 \cdot 0,15 = 5,6$$

Дисперсиясы:

$$D(X) = (2 - 5,6)^2 \cdot 0,25 + (4 - 5,6)^2 \cdot 0,3 + (5 - 5,6)^2 \cdot 0,1 + (8 - 5,6)^2 \cdot 0,2 + (12 - 5,6)^2 \cdot 0,15 = 11,34$$

Мысал2. Көп жылдар бойы екі компанияға құйылған инвестиция нәтижелерін бақылау бойынша X және Y жылдық дивидендтер өлшемдерінің үлестіру заңы құрылған. Әр кездейсоқ шаманың үлестіру заңын жазып, олардың арасындағы байланысты анық таңыздар. Ковариация және корреляция коэффициенттерін есептеңіз, екі компанияның біреуіне немесе екеуіне де бірдей мөлшерде инвестиция құю тәуекелін есептеп, тиімді жағдайды анықтаңыз.

X	Y	-10	5	10	$P(X = x_i)$
-10		0.05	0.25	0.3	0.6
20		0.15	0.20	0.05	0.4
	$P(Y = y_j)$	0.2	0.45	0.35	

X және Y кездейсоқ шамаларының үлестіру заңдары:

X	-10	20
P	0.6	0.4

Y	-10	5	10
P	0.20	0.45	0.35

$P(X = 20) = 0.4$; $P(Y = 5) = 0.45$; $P(X = 20, Y = 5) = 0.2$
 $P(X = 20, Y = 5) = 0.2 \neq 0.4 \cdot 0.45 = 0.18 = P(X) \cdot P(Y)$, ендеше X және Y кездейсоқ шамалары тәуелді.

$$M(X) = -10 \cdot 0.6 + 20 \cdot 0.4 = 2, \quad M(Y) = -10 \cdot 0.2 + 5 \cdot 0.45 + 10 \cdot 0.35 = 3.75$$

$$D(X) = 100 \cdot 0.6 + 400 \cdot 0.4 - 2^2 = 216,$$

$$D(Y) = 100 \cdot 0.2 + 25 \cdot 0.45 + 100 \cdot 0.35 - 3.75^2 = 52.1845$$

$$\sigma_x^2 = 216, \quad \sigma_y^2 = 52.1845$$

$$M(X, Y) = -10 \cdot (-10) \cdot 0.05 + (-10) \cdot 5 \cdot 0.25 + (-10) \cdot 10 \cdot 0.3 + 20 \cdot (-10) \cdot 0.15 + 20 \cdot 5 \cdot 0.2 + 20 \cdot 10 \cdot 0.05 = -37.5$$

X және Y кездейсоқ шамалары арасындағы байланыс ковариациямен анықталады.

$$\sigma_{xy} = \text{cov}(X, Y) = M(XY) - M(X)M(Y) = -37.5 - 2 \cdot 3.75 = -45.$$

$$r_{xy} = \frac{-45}{\sqrt{216} \cdot \sqrt{52.1845}} = -0.42,$$

X және Y кездейсоқ шамаларының арасында теріс тығыз емес сызықтық байланыс бар деп айтуға болады. Инвестиция тәуекелін дивидендтер мәнінің шашылуына байланысты кездейсоқ шамалардың дисперсиялары бойынша есептеуге болады.

$$D(X) = 216 > 52.1845 = D(Y),$$

Z - деп, екі компанияға бірден бірдей мөлшерде инвестиция құйғанда дивидендтер өлшемін белгілейік. Ендеше $Z = 0.5X + 0.5Y$.

$$M(Z) = 0.5 \cdot 2 + 0.5 \cdot 3.75 = 2.875$$

$$D(Z) = 0.25[D(X) + D(Y) + 2 \cdot r_{xy} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y] = 46.45$$

$D(Z) < D(Y)$ осыдан қарастырылған үш жағдайдан екі компанияға бірден бірдей мөлшерде инвестиция құйған тиімді екенін көреміз.

Тақырып 2 Регрессиялық талдау

Жоспар:

1. Қос сызықты регрессия.
2. Ең кіші квадраттар әдісі
3. Регрессия теңдеуінің параметрлерінің маңыздылығын тексеру және теңдеудің жалпы сапасын тексеру
4. Детерминация коэффициенті

Тапсырмалар

Тапсырма 7. Ең кіші квадраттар әдісінің көмегімен сызықты, сызықты емес регрессия теңдеулерінің параметрлерін анықтау. Құрылған регрессия теңдеуінің сапасын тексеру.

Таңдамада ай сайын 1 жылдың ішінде үй шаруашылығының сатып алған белгілі бір заттың (Q) саны және әрбірінің Р бағасы берілген.

айлар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	10	20	15	25	30	35	40	35	25	40	45	40
Q	110	75	100	80	60	55	40	80	60	30	40	30

Табу керек:

- 1) ең кіші квадраттар әдісін қолданып сызықты регрессияның параметрлерін анықтау
- 2) r_{pq} корреляция коэффициентін
- 3) құрылған регрессияның сапасын тексеру

Тапсырма 8. Берілген мәліметтер бойынша өткен 10 ай аралығында - x, тауар айналымы - y (ақша бірлігі) тәуелділік моделі құрылған: $y = 16,2 - 1,15x$.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	15	16	11	12	9	10	7	8	6	5

Дарбин – Уотсон критерийін пайдаланып құрылған теңдеу үшін автокорреляция қалдығын бағалаңыз.

Әдістемелік нұсқаулар

Мысал 3 Бірнеше өндіріс орынынан шығарылатын өнім көлемі және оған жұмсалатын өндірістік шығынды бақылау нәтижесінде екі қатар мәліметтер алынған. Жұмсалған шығынның өнім көлеміне тәуелділігін сипаттайтын регрессия теңдеуін жазу керек. Статистикалық мәліметтер төмендегі кестемен берілген.

Бақылау номері	Өндіріс шығыны, у, мың теңге	Өнім көлемі х, мың дана	xy	x^2	\hat{y}
1	68.80	45.10	3102.88	2034.01	66.68
2	61.20	41.30	2527.56	1705.69	62.61
3	59.90	38.70	2318.13	1497.69	59.82

4	56.70	36.50	2069.55	1332.25	57.46
5	55.00	36.20	1991.00	1310.44	57.13
6	54.30	32.40	1759.32	1049.76	53.06
7	49.30	28.10	1385.33	789.61	48.44
Барлығы	405.20	258.30	15153.77	9719.45	405.20
Орта мәні	57.89	36.90	2164.82	1388.49	57.89

$$b_1 = \frac{2164.82 - 57.89 \cdot 36.9}{1388.49 - 36.9^2} = \frac{26.68}{26.88} = 1.07,$$

$$b_0 = 57.89 - 1.07 \cdot 36.9 = 18.41.$$

Жұмсалған шығынның өнім көлеміне тәуелділігін сипаттайтын регрессия теңдеуі мынадай

$$\hat{y} = 18.41 + 1.07x$$

Шығарылатын өнім көлемін бір мың данаға арттыратын болсақ өндірістік шығын 1070 мың теңгеге артады.

8. Өздік жұмыс тапсырмалары

Тақырып 1 Ықтималдықтар теориясының негізгі ұғымдары

Жоспар: Кездейсоқ шамалардың үлестіру заңдары:

- Қалыпты үлестіруі
- Хи-квадрат үлестіруі
- Стьюдент үлестіруі
- Фишер үлестіруі

Әдебиет:[2], 11-15б

Тақырып 2

Жоспар:

- эконометрикалық модель туралы түсінік
- модель құру сатылары
- Әдебиет:**[2], 4-5б.

Тақырып 3 Регрессия- корреляциялық талдаудың математикалық негіздері

Жоспар:

- корреляциялық талдау.
 - бір факторлы дисперсиялық талдау
- Әдебиет:[2], 11-15б**

Тақырып 4 Сызықтық емес эконометрикалық моделдер

Жоспар:

- логарифмдік және жартылай логарифмдік регрессия моделдері.
- дәрежелік және басқа регрессия моделдері.
- эконометрикалық моделдердің формасын таңдау.
- кері модель.

Әдебиет:[3], 104-113б.

Тақырып 5 Көптік сызықтық регрессия және корреляция

Жоспар:

- көптік сызықтық регрессия коэффициенттеріне қатысты болжамды тексеру. Стьюденттің t- статистикасы.
- көптік сызықтық регрессия коэффициенттерінің интервалдық бағалары.
- регрессия теңдеуінің жалпы сапасын тексеру.
- детерминация және түзетілген детерминация коэффициенттерін есептеу.
 - детерминация коэффициентінің мәнділігін тексеру.
 - көптік сызықтық регрессия моделіндегі дербес корреляция.

Әдебиет:[2], 58-68 б.

Тақырып 6 Динамикалық қатар

Жоспар: Уақыттық қатарлар

- уақыт бойынша корреляция.
- уақыттық қатардың деңгейлерін өңдеу әдістері. Автокорреляция.

Әдебиет:[2], 97 б.

9. СОӨЖ кеңестер графигі (СОӨЖ СӨЖ-дің 25% құрайды)

№	Сабақтар түрлері	дүйсенбі	сейсенбі	сәрсенбі	бейсенбі	жұма	сенбі
1	Дәріс сабақтары бойынша кеңес	14.45 15.35					
2	Тәжірибелік сабақтар бойынша кеңес		14.45 15.35				
3	СӨЖ бойынша кеңес				17.55 15.35		

10. Студенттердің білімін тексеру кестесі

Пән бойынша тапсырмаларды орындау және тапсыру графигі

№	Жұмыс түрлері	Тақырып	Әдебиет	Орындау уақыты	Бақылау түрі	Тапсыру мерзімі
1	2	3	4	5	6	7
1	конспект	Біқтималдықтар теориясы және математикалық статистика	[2]	Екі апта		3-ші апта
2	Бақылау жазбаша	Кездейсоқ шамалар, олардың сандық сипаттамалары. Математикалық статистика элементтері. Үлестіру параметрін статистикалық бағалау	[2],[3]	Екі апта		4-ші апта
3	конспект	Регрессия корреляциялық талдаудың негіздері. Бір факторлы дисперсиялық талдау.	[2],[3]	Екі апта		7-ші апта
4	Межелік бақылау				тест	8-ші апта
5	Реферат	Сызықтық емес эконометрикалық модельдер	[2],[3]	Екі апта		10-шы апта
6	конспект	Көптік сызықтық регрессия және корреляция	[2]	Екі апта		13-ші апта
7	Бақылау жазбаша	Сапалы регрессиялық теңдеу жазу		1 апта		14-ші апта
8	Межелік бақылау				тест	15-ші апта

11. Студенттердің білімін бағалау критерийлері

Пән бойынша емтихан тест түрінде өткізіледі. Емтиханға жұмыс бағдарламасының барлық талаптарын орындаған студенттер жіберіледі.

Әр тапсырма 0-100 баллмен бағаланады.

Жіберу рейтингі ағымдағы сабақтардағы (дәрістерге қатысу, үй тапсырмалары, СӨЖ бойынша тапсырмалар, тәжірибе тапсырмалары, межелік бақылау) барлық орындалған тапсырмалардың арифметикалық орташасынан қорытылады.

Пән бойынша қорытынды бақылауға (ҚБ) жұмыс бағдарламасының барлық талаптарын (жұмыстарды және СӨЖ бойынша тапсырмаларды орындау және тапсыру) орындаған және кіру рұқсатының рейтингі 50 баллдан кем емес студенттер жіберіледі.

Студенттің әр пән бойынша (пәннің қорытынды бақылау түрі мемлекеттік емтихан болса да) оқу жетістіктерінің деңгейі қорытынды бағамен (Қ) анықталады. Қорытынды баға ЖР және ҚБ (емтихан, дифференциалды сынақ немесе курстық жұмыс (жоба))салмақтық үлестер негізінде есептеледі (СҮжр және СҮқб).

$$Қ = ЖР*0,6 + ҚБ*0,4$$

Пән бойынша қорытынды баға жіберу рейтингі де, емтихан бағасы да оң бағаланған жағдайда ғана есептеледі. Дәлелсіз себеппен қорытынды бақылауға келмеген жағдайда «қанағаттанарлықсыз» деген бағаға теңестіріледі.

Қорытынды бағаның есептелуі дұрыс болу үшін межелік бақылау (рейтинг) және қорытынды емтихан 0 ден 100%-ға дейін пайызбен бағаланады.

Межелік бақылау бағасы ағымдағы және межелік бақылаудың бағаларының қосындысы болады.

Бақылаудың барлық түрінде де оқудағы жетістіктер балды-рейтингті жүйесі бойынша бағаланады:

Әріп жүйесі бойынша баға	Балдың цифрлық баламасы	Пайыздық мазмұны	Дәстүрлі жүйедегі баға
A	4,0	95-100	Өте жақсы
A-	3,67	90-94	
B+	3,33	85-89	Жақсы
B	3,0	80-84	
B-	2,67	75-79	
C+	2,33	70-74	Қанағаттанарлық
C	2,0	65-69	
C-	1,67	60-64	
D+	1,33	55-59	
D	1,0	50-54	
F	0	0-49	Қанағаттанарлықсыз

12. Оқытушының талаптары, курс саясаты

Студенттер міндетті түрде сабақтарға қатысу керек. Сабақты босатқан жағдайда деканаттың орнатқан тәртібі бойынша босатқан сабағын тапсырады. Сабаққа екі рет кешігіп келу бір сабақты босатумен теңеледі. Екі сабақтан көп босатқан жағдайда оқытушы студентті сабаққа кіргізбеуге құқылы. Берілген курстың студенттерінің контингенті болмайтын бөгде адамдардың дәрісте отыруына тыйым салынады.

Тапсырмаларды көрсетілген мерзімде тапсыру қажет. Барлық тапсырмаларды тапсырудың соңғы мерзімі – емтихан сессиясының басталуына 3 күн қалғанға дейін.

Барлық тапсырмаларды тапсырмаған студенттер емтиханға жіберілмейді.

Студенттер әр оқу сабағы бойынша тақырыпты қайталауға және өткен тапсырмаларды орындап тапсыруға міндетті. Оқу материалдарын меңгеру деңгейі тест немесе жазбаша жұмыстар арқылы тексеріледі. Студенттерді тестілеу алдын ала ескертусіз өткізілуі мүмкін.

Студенттің оқытушымен өздік жұмысын (СОӨЖ) орындау барысында келесі төрт негізгі функцияларды ескеру керек:

Бірінші – оқу пәні бойынша сабақтар барысында оқытушы студентке берген ақпараттың белсенді қабылдануын болжамдайды.

Екінші – студенттер өздігінен оқытушының нұсқауларын негізге алып, оқу-әдістемелік құралдарды, әдебиеттерді меңгеруді, үй тапсырмаларын, бақылау және курстық жұмыстарды орындауды болжамдайды. Осы кезеңде студенттерден жұмыс әдістерін білуді, өздік ұйымдастырушылықты және тәртіпті талап етеді.

Үшінші – студенттің өзінің қиындық туғыздыратын жағдайларын талдау және жүйелеу, оқу материалын түсіну және меңгеру кезіндегі қиыншылықтардың себептерін анықтау, басқа оқу амалдарын орындау. Студенттер шешілмейтін қиындықтарын оқытушы үшін сұрақтар жүйесіне аударады (реттейді, құрастырады), сол сұрақтарға өз жауаптарын қосады.

Студенттердің төртінші функциясы оқытушыдан сәйкес түсініктеме, кеңес алудан тұрады.

Әдебиеттер тізімі

Негізгі:

1Исмагулова Н. М., Бергузинова Т. М. Эконометрика. – Павлодар : Кереку, 2007. – 95 б

2 Исмагулова Н. М., Бергузинова Т. М. Эконометрика. – Павлодар : Кереку, 2010. – 149 б

3 Сапарбаев Ә. Ж., Мақұлова А. Т. Эконометрика. – Алматы : Бастау, 2007. – 214 б.

4Мухамедиев Б. М. Краткий курс лекций по эконометрике. – Алматы : Қазақ университеті, 2003. – 95 б.

5 Елисеева И. И. и другие. Практикум по эконометрике. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 192 с.

Қосымша

6 Замков О. О. и др. Математические методы в экономике. – М. : Дис, 1997. – 368 с.

7 Колемаев В. А. Эконометрика, 2005. – 160 с.

8 Кремер Н. Ш. Эконометрика. – М. : Юнити, 2004. – 311 с.