



УТЕГУЛОВ Б.Б.,  
ЗАХАРОВ И.В.,  
ИЖИКОВА А.Д.

**СПЕЦИАЛЬНЫЕ  
ВОПРОСЫ  
ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИИ**

# **1 ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДУГА**

## **1.1 Общие сведения об электрической дуге**

В дуговых электрических печах дуговой разряд или электрическая дуга является основной частью, которая определяет работу печи и все ее основные параметры и характеристики. В соответствии с законом Джоуля-Ленца подводимая электрическая в дуговом разряде энергия практически полностью преобразуется в тепловую энергию.

Дуговой разряд или электрическая дуга – один из видов электрических разрядов в газе или парах. Обычно неэлектропроводная газовая среда приобретает проводимость, если в ней, кроме нейтральных, появляются свободные заряженные частицы – электроны, положительные и отрицательные ионы. Эти частицы обуславливают прохождение в газе тока, если в нем электрическое поле. Под действием электрического поля положительные ионы двигаются к катоду, электроны – к аноду, обуславливая протекание тока через дуговой промежуток.

Электрическая дуга характеризуется большой плотностью тока, которая может достигать сотен и тысяч ампер на  $1 \text{ см}^2$ , малым катодным падением напряжения ( $10 \div 20 \text{ В}$ ) и высокой температурой газа в разрядной области ( $8000 \text{ К}$  и выше). Эти свойства дугового разряда объясняются наличием в нем мощных источников ионизации.

В дуговом разряде одним из основных видов ионизации газа является термическая ионизация, суть которой состоит в

соударении частиц, вызванном их интенсивным тепловым движением. Термическая ионизация имеет существенное значение только при очень высоких температурах в столбе дуги.

Вторым видом ионизации является ударная ионизация – столкновение электрона, ускоряющего свое движение к аноду под действием электрического поля, с нейтральной частицей.

Одновременно с процессами ионизации в столбе дуги происходят процессы деионизации: рекомбинация заряженных частиц и диффузия заряженных частиц за пределы дуги в окружающее пространство в результате их теплового движения. Рекомбинация заряженных частиц – это процесс объединения электрона и положительного иона в нейтральную частицу.

Совместное протекание процессов ионизации и деионизации определяет установившееся значение тока дуги.

Наиболее характерными особенностями дуги в печах являются: большие мощности и токи при низких напряжениях; горение в закрытом пространстве; достаточно длительное время горения; необходимость максимальной ее устойчивости и равенства длин дуг во всех фазах.

В различных типах печей условия горения и характеристики дуг различны, и дуги можно классифицировать в зависимости от типа печей.

В дуговых сталеплавильных печах (ДСП) дуги горят между электродами и расплавленным металлом, непосредственно нагревая его. В этом случае дуга называется открытой, т.к. она ничем не ограничена в пространстве, кроме самих электродов.

Циркуляция газов в околодуговом пространстве не затруднена, тепло свободно излучается.

В дуговых печах сопротивления (руднотермических печах) электрическая дуга закрытая. Она горит в газовой полости внутри расплавляемой шихты, включенной последовательно или параллельно с дугой.

Основным способом зажигания дуги в электропечах является разведение электродов после их соприкосновения, т.е. создание искусственного короткого замыкания. Как известно, соприкосновение твердых тел при небольшом давлении происходит небольшим числом малых выступов. Проходящий через них ток вызывает быстрый нагрев выступов до температуры кипения, что приводит к термоэлектронной эмиссии на некоторых металлах.

Горящая в воздухе между угольными электродами дуга состоит из центрального стержня фиолетового цвета 3 и окружающей его зелено-желтоватой оболочки – ореола 5 (рисунок 1.1). Конец катода обычно принимает форму конуса, т.к. падающие на катод положительные частицы, нейтрализуясь и оседая на нем, наращивают его. На аноде образуется кратер, из которого вырываются положительные ионы. Благодаря такому переносу вещества электрода в дуге отрицательный электрод расходится медленнее положительного, поэтому его берут обычно меньшего размера. На поверхности катода выделяется светлое пятно 1, иногда перемещающееся по ней и являющееся основанием столба дуги. Это катодное пятно является мощным источником электронов. На аноде также заметно яркое анодное пятно 6 большего по сравнению с катодным размера.

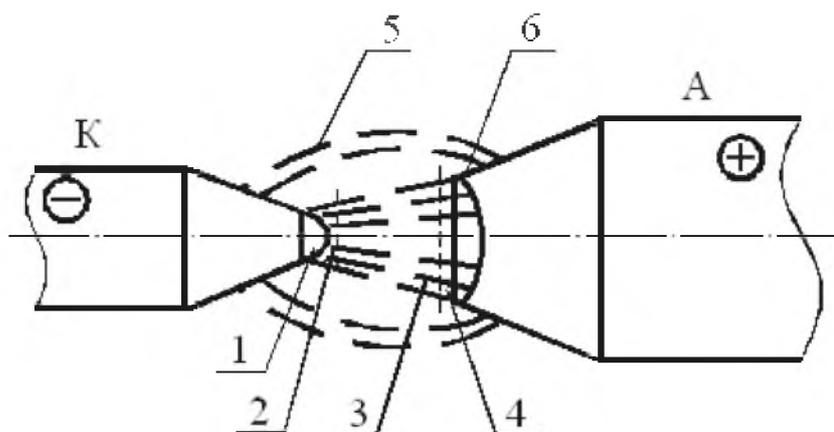


Рисунок 1.1

Плотность тока в катодном пятне изменяется в широких пределах в зависимости от материала катода, среды, в которой горят дуги, давления и других факторов. Например, для угольных электродов в воздухе при маломощных дугах она составляет величину порядка  $500 \text{ A/cm}^2$ , а плотность тока в анодном пятне на порядок меньше. Для токов дуги  $60 \div 600 \text{ A}$  и графитовых электродов были определены следующие плотности тока: в катодном пятне  $2700 \div 2900 \text{ A/cm}^2$ , в анодном –  $200 \div 400 \text{ A/cm}^2$ . С уменьшением давления плотности тока в электродных пятнах снижаются.

Если электроды выполнены из легко испаряющихся металлов (медь, ртуть), то плотность тока в электродных пятнах может достигать значительно больших значений. В этих случаях температура катода не столь высока, чтобы обеспечить достаточную термоэлектронную эмиссию. Такие дуги принято называть дугами с холодным катодом, потому что здесь большую роль играет электростатическая эмиссия в отличие от угольных дуг,

которые называют термическими дугами или дугами с горячим катодом.

Различают дуги в газе и парах. Дуга в газе имеет место, если электроды тугоплавкие или интенсивно охлаждаются, и поэтому их материал практически не принимает участия в образовании среды разряда. Так, дугу между угольными электродами в воздухе с некоторыми оговорками можно отнести к этому типу. И хотя угольные электроды испаряются, и разрядный промежуток содержит некоторое количество частиц углерода и его соединений, их количество не настолько велико, чтобы определять характер процесса разряда.

Если же электроды дуги испаряются настолько интенсивно, что их пары определяют атмосферу разрядного промежутка, то такой разряд называют дугой в парах. Классическим примером дуги в парах служит дуга в ртутных вентилях. Печные дуги также следует считать дугами, горящими в парах тех металлов, которые расплавляются или восстанавливаются в дуговых печах. Это относится к сталеплавильным и руднотермическим печам, в которых дуги горят при давлении, близком к атмосферному, а также и к вакуумным дуговым печам.

Если катод и анод дуги удалены друг от друга настолько, что тепловой режим одного из них не влияет на тепловой режим другого, то такую дугу считают длинной. Если же электроды сближены настолько, что находятся в тесном тепловом воздействии, то дуга называется короткой.

С этой точки зрения дуги сталеплавильных и руднотермических печей следует отнести к длинным дугам, а дуги вакуумных дуговых

печей в нормальном режиме – к коротким.

В дуговом разряде можно отметить три области, различные по характеру протекающих в них процессов. Непосредственно к катоду прилегает катодная приэлектродная область, где скапливаются вылетевшие из катодного пятна электроны; далее идет столб дуги, занимающий почти всю длину дуги; непосредственно к аноду прилегает анодная область, состоящая из слоя электронов и положительных ионов (рисунок 1.1).

Размеры катодной 2 и анодной 4 областей ничтожно малы (примерно  $10^{-5}$  см). Распределение напряжения по длине разрядного промежутка представлено на рисунке 1.2.

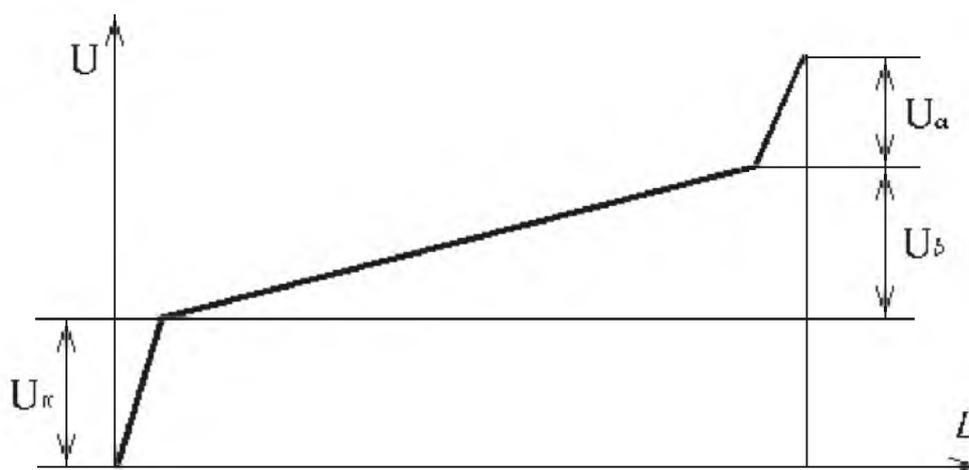


Рисунок 1.2

В приэлектродных областях, несмотря на их малую протяженность, напряжения катодной области  $U_k$  и анодной области  $U_a$  значительны, что указывает на высокую напряженность электрического поля в них. В столбе дуги напряжение  $U_c$  нарастает значительно слабее.

Главное возрастание потенциала в столбе дуги свидетельствует о том, что в нем отсутствуют пространственные заряды, т.е. плазма столба в целом нейтральна. А скачки потенциала у катода и анода указывают на наличие там пространственных зарядов.

Так как подвижность положительных ионов значительно меньше, чем электронов, то они накапливаются в прикатодной области, образуя пространственный положительный заряд, который и обуславливает скачок катодного потенциала.

Анод обычно имитирует мало положительных ионов, поэтому их количество вблизи анода ничтожно мало. Перенос зарядов осуществляется почти только электронами, и у анода образуется некомпенсированный отрицательный заряд, который обуславливает анодное падение напряжения. Зависимость между напряжением дуги и ее током называется вольтамперной характеристикой дуги и выражается уравнением Г. Айртона

$$U_d = \alpha + \beta \cdot l + \frac{\gamma + \delta \cdot l}{I_d}, \quad (1.1)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  – постоянные, зависящие от материала катода и состава газа, в котором горит дуга;

$l$  – длина дуги, мм;

$I_d$  – ток дуги, А.

Выражение (1.1) было получено для маломощных и сравнительно коротких дуг. При больших токах последний член его, зависящий от тока, становится ничтожно малым, следовательно,

напряжение дуги перестает изменяться. Итак, при малых токах напряжение на дуге круто падает с увеличением тока, а при больших токах практически остается постоянным. Для токов, больших 100 А, третьим членом выражения (1.1) можно пренебречь, и тогда по формуле Фрелиха имеем напряжение на дуге

$$U_d = \alpha + \beta \cdot l, \quad (1.2)$$

где  $\alpha$  – сумма анодного и катодного падений напряжения;

$\beta$  – градиент потенциала в столбе дуги, являющийся функцией состава газа, его температуры и давления.

Произведение ( $\beta \cdot l$ ) представляет собой падение напряжения в столбе дуги, пропорциональное его длине.

Вольтамперная характеристика дуги постоянного тока представлена на рисунке 1.3, где участок 1-2 – малые токи – соответствует выражению (1.1), а участок 2-3 – большие токи – соответствует выражению (1.2).

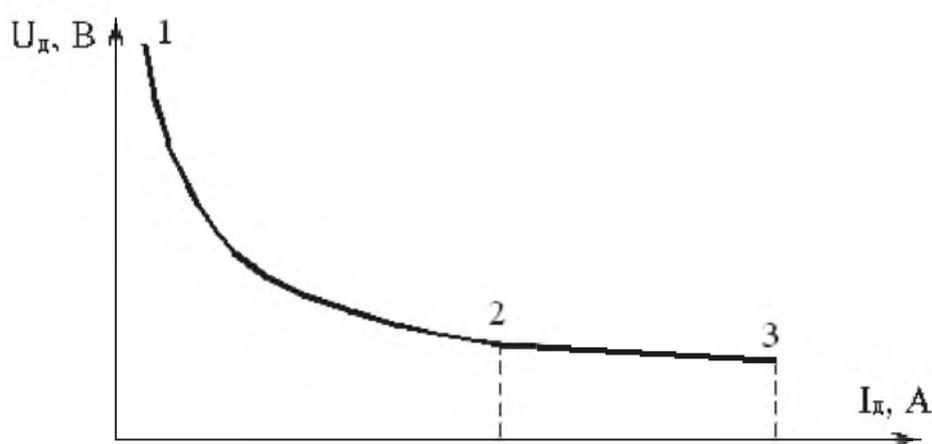


Рисунок 1.3

В электрических печах ток дуги достигает тысяч и десятков тысяч ампер, поэтому для них справедлива зависимость (1.2). Для дуговых печей значения  $a$  обычно находятся в пределах  $9 \div 30$  В, а именно, для электродов уголь-сталь  $a = 22$  В; уголь-основной шлак  $a = 9$  В; уголь-кислый шлак  $a = 30$  В. Коэффициент  $b$  колеблется в еще большей степени. Он сильно зависит от температур электродов и окружающего пространства. В сталеплавильных печах в период расплавления при холодной шихте, когда отвод тепла от дуги весьма интенсивен,  $b = 10 \div 12$  В/мм; в период окисления  $b = 3,5 \div 4$  В/мм и в период рафинирования  $b = 1,0 \div 1,2$  В/мм.

Для интенсивного охлаждения дуг, к которым относятся плазменные дуги, а также для дуг, горящих при низких давлениях (в вакуумных дуговых печах), вольтамперная характеристика дуги имеет слегка возрастающий характер.

Из (1.1) следует, что напряжение на дуге линейно зависит от расстояния между электродами. На рисунке 1.4 даны такие зависимости для нескольких значений тока, причем, чем больше ток, тем меньше наклон прямой к оси абсцисс.

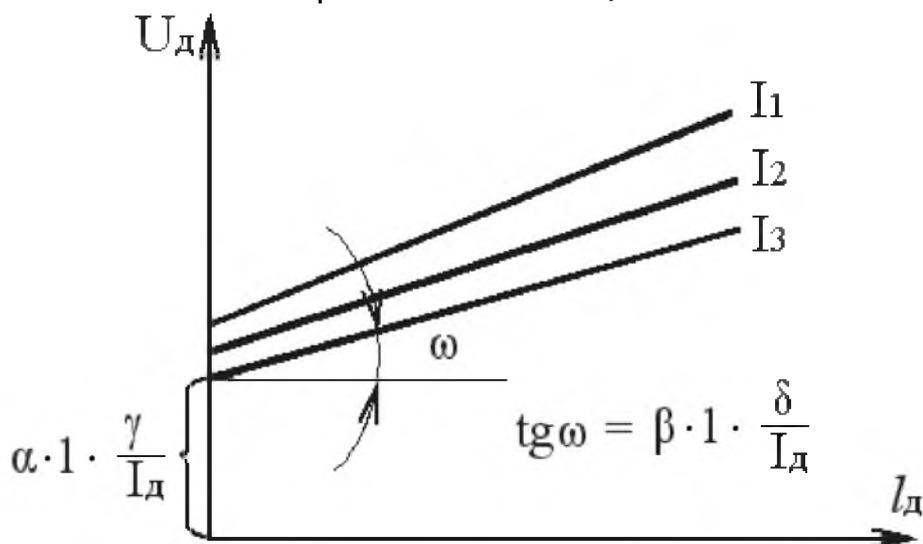


Рисунок 1.4

## 1.2 Дуга постоянного тока

Вследствие снижающегося характера вольтамперной характеристики дуги она может гореть устойчиво при питании от источника постоянного напряжения только при условии, если последовательно с ней в цепь включено некоторое добавочное активное сопротивление  $R$ . Тогда, в соответствии с рисунком 1.5, напряжение источника складывается из падения напряжения на этом сопротивлении  $R$  и напряжения на дуге  $U_d$

$$U_{\text{ист}} = I \cdot R + U_d. \quad (1.3)$$

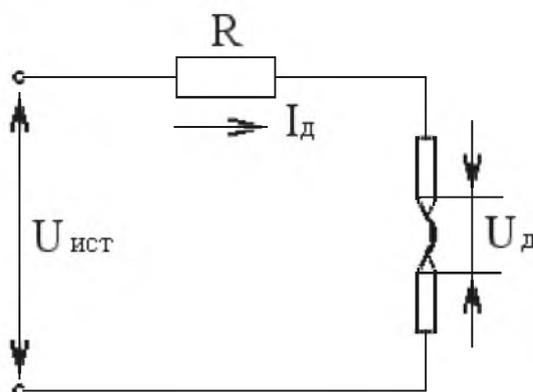


Рисунок 1.5

На рисунке 1.6 приведены совместные вольтамперные характеристики дуги, источника питания и сопротивления  $R$  в цепи дуги. Прямая ( $U_{\text{ист}} - I \cdot R$ ) пересекает характеристику дуги в точках  $a$  и  $b$ . В этих точках удовлетворяется условие (1.3) при токах дуги  $I_a$  и  $I_b$ , и поэтому кажется, что горение дуги возможно в этих двух режимах. В действительности устойчиво дуга может существовать

только в точке  $b$  при токе  $I_b$ ; а в точке  $a$  при токе  $I_a$  наблюдается неустойчивый режим горения дуги.

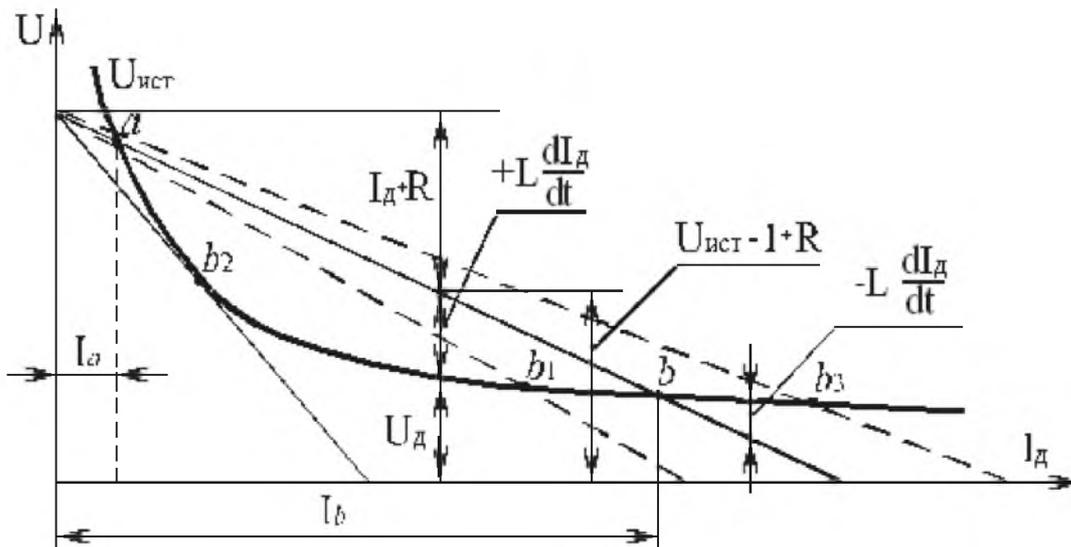


Рисунок 1.6

Выражение (1.3) соответствует неизменному току дуги. Вследствие индуктивности контура с дугой при изменениях тока в нем появляется противо-ЭДС, и тогда выражение (1.3) записывается с учетом этой ЭДС следующим образом

$$U_{ист} = I \cdot R + U_d + L \cdot \frac{di}{dt}. \quad (1.4)$$

Обратимся к рисунку 1.6 и допустим, что по каким-то причинам ток дуги увеличился ( $I > I_b$ ). Величина возникающей противо-ЭДС

$$L \cdot \frac{di}{dt} = U_{ист} - U_d - I \cdot R \quad (1.5)$$

будет отрицательной, а, следовательно, отрицательной будет величина  $L \cdot \frac{di}{dt}$ , т.к. всегда  $L > 0$ . Это приведет к тому, что ток начнет уменьшаться до первоначального значения  $I_b$ .

Если ток почему-либо уменьшился ( $I < I_b$ ), то в этом случае противо-ЭДС  $L \cdot \frac{di}{dt}$  будет положительной, вследствие чего ток начнет увеличиваться до тех пор, пока не достигнет значения  $I_b$ . Следовательно, точка  $b$  является точкой устойчивого режима горения дуги.

В точке  $a$  случайному увеличению тока соответствует появление положительной противо-ЭДС, а, значит, ток и дальше будет увеличиваться до значения  $I_b$ , при котором наступит устойчивое состояние. Если же ток стал бы меньше, чем  $I_a$ , то противо-ЭДС стала бы отрицательной, и ток уменьшился бы до нуля, т.е. дуговой разряд прекратился бы. Следовательно, точка  $a$  является точкой неустойчивого режима и дуга при токе  $I_a$  гореть не может.

Если дуга питается от источника с жесткой внешней характеристикой, то на нее можно воздействовать тремя способами:

- изменением сопротивления контура  $R$ ;
- изменением напряжения источника питания;
- изменением длины дуги, т.е. расстояния между электродами.

На рисунке 1.6 пунктиром показаны характеристики  $U_{ист} - I \cdot R$  при изменении сопротивления  $R$ . При увеличении сопротивления  $R$  прямая  $U_{ист} - I \cdot R$  повернется вокруг точки напряжения холостого

хода источника по часовой стрелке, и точка  $b$  переместится влево в положение  $b_1$ . Пределом увеличения сопротивления является такое его значение  $R_{\text{доп}}$ , при котором прямая  $U_{\text{ист}} - I \cdot R$  становится касательной к характеристике дуги (точка  $b_2$ ), потому что при  $R > R_{\text{доп}}$  дуга вообще гореть не может. При уменьшении сопротивления точка  $b$  перемещается вправо, например, в точку  $b_3$ , т.е. ток дуги возрастает. Таким образом, изменяя сопротивление  $R$ , можно изменять устойчивое значение тока дуги. Этот способ для мощных дуг не применяют, т.к. чрезмерное уменьшение балластного сопротивления  $R$  (собственное активное сопротивление контура не может быть изменено) вызывает значительное увеличение тока короткого замыкания.

Если изменяется напряжение источника питания, то прямая  $U_{\text{ист}} - I \cdot R$  при постоянной величине  $R$  перемещается параллельно самой себе, что показано на рисунке 1.7. Очевидно, что этим способом также можно изменять в широких пределах ток дуги.

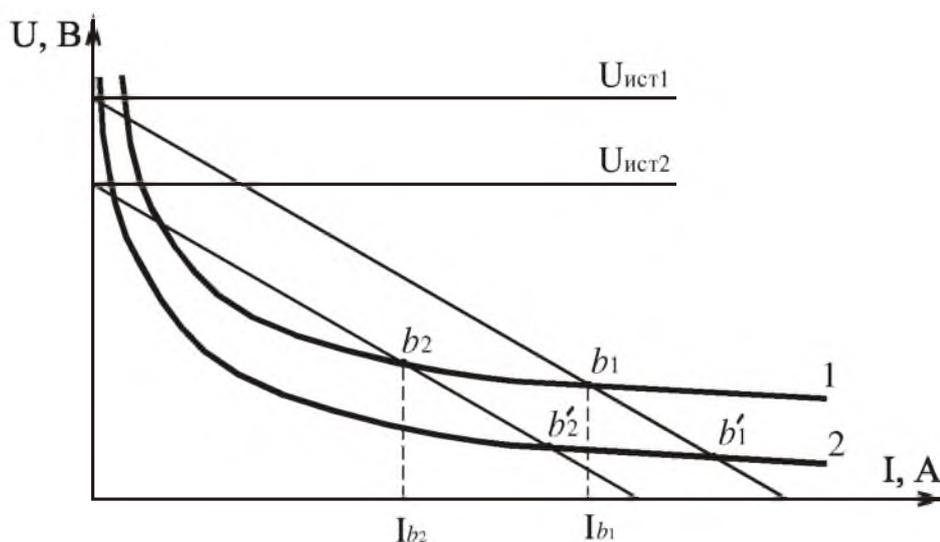


Рисунок 1.7

Изменение длины дуги вызывает переход на другую ее характеристику, расположенную выше прежней, при увеличении длины дуги (характеристика 2,  $I_{b2} < I_b$ ), или ниже ее при уменьшении длины дуги (характеристика 3,  $I_{b3} < I_{b1}$ ). При этом ток дуги изменяется в значительных пределах, и для восстановления его первоначального значения требуется соответственно изменять величину напряжения источника, либо величину сопротивления  $R$ .

Наиболее удобным и распространенным способом изменения режима в установках, работающих при давлении, близком к атмосферному (ДСП, дуговые печи косвенного действия, руднотермические печи), является изменение длины дуги, часто комбинируемое со ступенчатым изменением питающего напряжения.

В вакуумных дуговых установках основным способом регулирования тока является плавное изменение напряжения источника питания, т.к. у них градиент потенциала столба дуги мал по сравнению с катодно-анодным падением напряжения и способ регулирования тока путем изменения длины дуги неэффективен.

Статическую характеристику дуги получают при медленном изменении ее режима. Если же ток изменять быстро, то изменение состояния столба дуги не будет успевать за изменением тока вследствие термической инерции. При малых значениях тока сопротивление столба больше, потому падение напряжения на дуге при быстром увеличении тока в первый момент больше, чем это следует из статической характеристики. При быстром уменьшении тока, наоборот, дуговой промежуток не успевает деионизироваться, его сопротивление не успевает возрасти, и падение напряжения на

дуге вначале будет меньше соответствующего по статической характеристике. На рисунке 1.8 статическая характеристика представлена кривой 1.

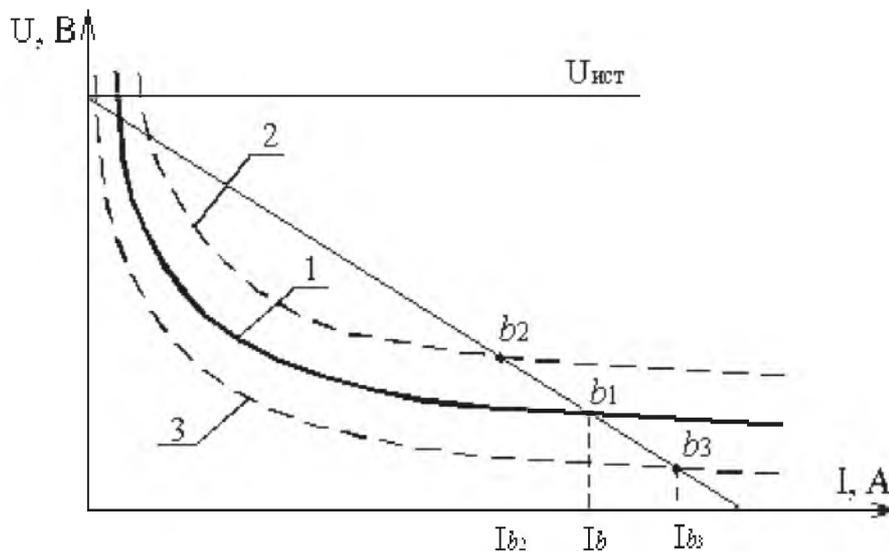


Рисунок 1.8

При весьма быстрых изменениях тока дуга ведет себя как металлический проводник, подчиняясь закону Ома. Поэтому при мгновенном увеличении тока от  $I_a$  до  $I_b$  напряжение на дуге сначала возрастет от значения  $U_a$  до  $U_b$ , а затем уменьшится до значения  $U_{b1}$ , лежащего на статической характеристике. При мгновенном уменьшении тока от  $I_b$  до  $I_a$  напряжение на дуге сначала снизится от  $U_{b1}$  до  $U_{a1}$ , а затем поднимается до величины  $U_a$ , лежащей на статической характеристике.

Если же ток изменяется не мгновенно, а со скоростью, соизмеримой со скоростью изменения теплового состояния дугового промежутка, то характеристики занимают промежуточные положения, например,  $a - b_2$  при увеличении тока и  $b_1 - a_2$  при его уменьшении, что показано на рисунке 1.9.

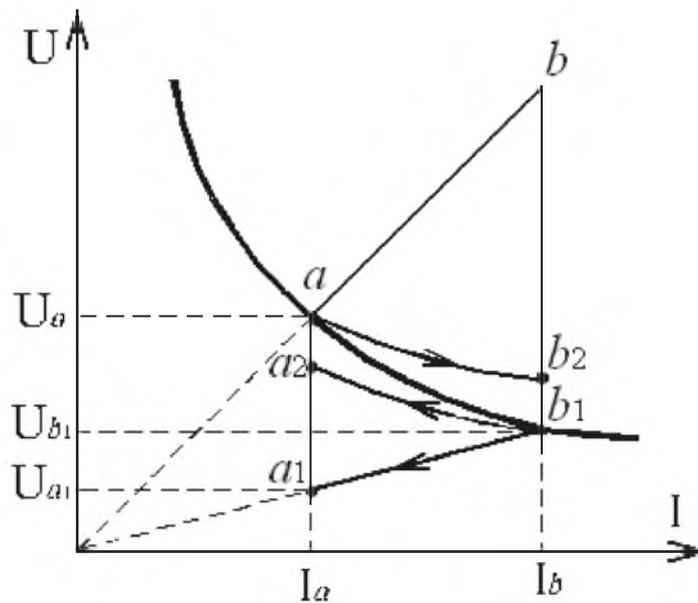


Рисунок 1.9

Вольтамперные характеристики дуги, соответствующие настолько быстрому изменению тока, при котором не может быть достигнут стационарный режим, называются динамическими характеристиками дуги. У них появляется своеобразный временной гистерезис, объясняемый инерционностью теплового состояния дуги.

### 1.3 Дуга переменного тока

При питании переменным током тепловое состояние газового промежутка и ток дуги непрерывно изменяются. Поэтому при переменном токе можно говорить лишь о динамических вольтамперных характеристиках, форма которых сильно изменяется в зависимости от условий горения дуги, в основном от условий ее охлаждения. Наиболее характерные формы динамических

характеристик дуг и осциллограммы токов и напряжений дуг в течение одного полупериода приведены в [1].

В большинстве случаев для дуг переменного тока кривые напряжения на дуге и тока отличаются от синусоиды, а в течение некоторой части периода через дуговой промежуток ток вообще не проходит.

При синусоидальной форме напряжения источника дуга может гореть непрерывно: ток плавно и без перерывов переходит через нулевое значение. При некоторых условиях могут возникать перерывы тока при прохождении через нуль – прерывистый, хотя и устойчивый режим дуги. И, наконец, может иметь место прерывистый неустойчивый режим, когда дуга в некоторые периоды вообще не зажигается и может окончательно погаснуть.

После перехода напряжения источника через нуль электроды изменяют свою полярность, и новый катод начинает испускать электроны. В дуговом промежутке идут два процесса: остывание катода, вызывающее уменьшение термоэлектронной эмиссии, и нарастание напряжения на дуговом промежутке, которое обуславливает ускорение движения вылетающих из катода электронов. Это приводит к увеличению степени ионизации газа и появлению новых положительных ионов, повышающих при падении на катод его температуру. Если второй процесс идет быстрее первого, то дуга вновь зажигается и режим горения устойчив. Если же деионизация дугового промежутка идет быстрее, чем нарастает напряжение, то дуга погасает.

Форма кривых тока и напряжения дуги переменного тока, прерывистый или непрерывный характер ее горения и устойчивость

зависят от многих факторов. Главными из них являются характер источника питания (величина и частота питающего напряжения), мощность дуги, тепловое состояние газового промежутка (степень теплоизоляции дуги), параметры контура с дугой.

При больших токах и раскаленных электродах динамическая характеристика дуги превращается в две прямые линии (рисунок 1.10а), а напряжение на дуге становится практически независимым от тока (рисунок 1.10б). Такой случай характерен для мощных дуг.

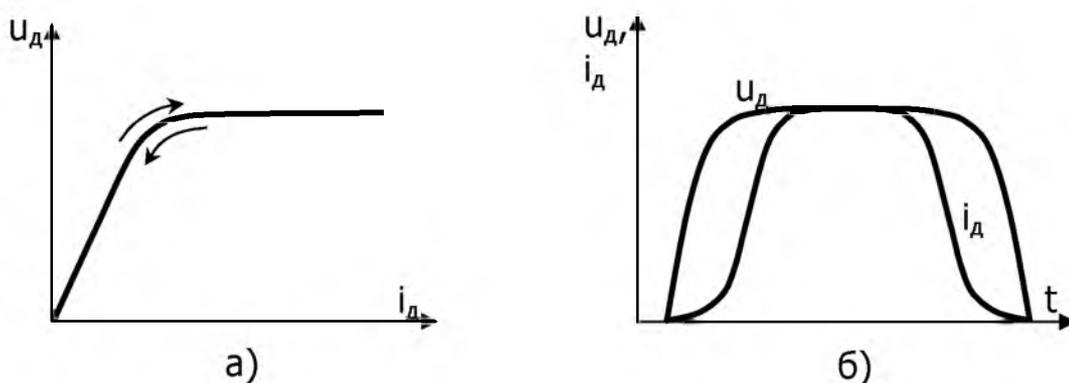


Рисунок 1.10

Для него С.И. Тельным были разработаны аналитические выражения для формы кривых тока и напряжения однофазной дуги в зависимости от параметров ее контура.

Рассмотрим сначала случай, когда в цепи отсутствует индуктивное сопротивление. Кривые изменения тока дуги, напряжения дуги и напряжения источника питания в функции времени показаны на рисунке 1.11.

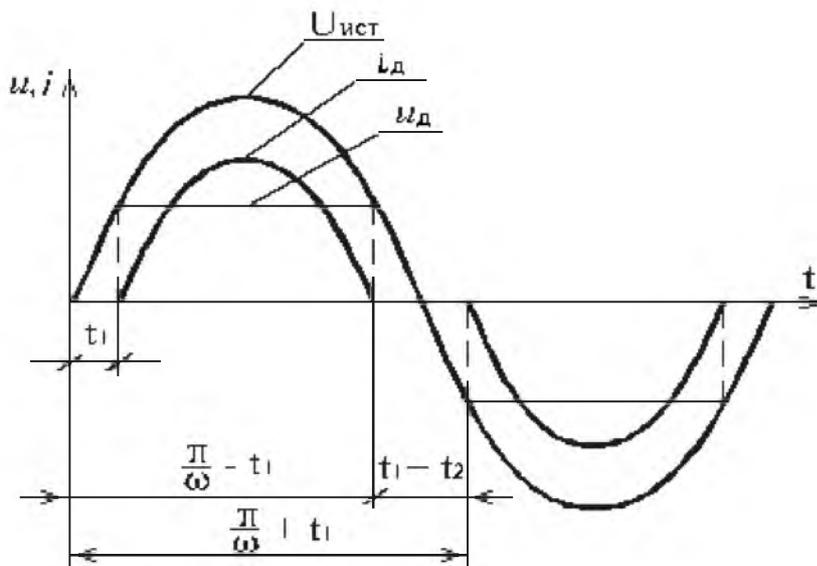


Рисунок 1.11

Для этого случая можно записать

$$u = U \cdot \sin \omega t = U_{д} + i \cdot R, \quad (1.6)$$

где  $u, U$  – текущее и амплитудное значения напряжения источника питания;

$R$  – активное сопротивление контура дуги.

Пока  $u < U_{д}$ , ток в дуге проходить не может, т.е.  $i = 0$ . Начиная с момента времени  $t_1$ , когда напряжение источника становится равным напряжению дуги  $u = U_{д}$ , появляется и увеличивается ток. Интервал времени, пока отсутствует ток, определяется из условия

$$U \cdot \sin \omega t_1 = U_{д}, \quad (1.7)$$

откуда

$$\omega t_1 = \arcsin \frac{U_d}{U}. \quad (1.8)$$

В течение всего периода горения дуги напряжение на дуге не изменяется, и в момент времени  $t_2$  она должна погаснуть, для которого имеем

$$\omega t = \pi - \omega t_1. \quad (1.9)$$

Значит, напряжение на дуге с начала периода изменяется по синусоиде  $U \cdot \sin \omega t$ , затем от момента времени  $t_1$  до момента  $\frac{\pi}{\omega} = t_1$  оно неизменно и равно  $U_d$  и в период времени от  $\frac{\pi}{\omega} = t_1$  до  $\frac{\pi}{\omega}$  снова изменяется по синусоиде.

Так как оба интервала времени  $t_1$  и  $t_2$  можно считать равными, то общее время пауз тока при прохождении напряжения через нуль определяется соотношением

$$t_1 + t_2 = \frac{2 \cdot \arcsin \frac{U_d}{U}}{\omega} = \frac{\arcsin \frac{U_d}{U}}{\pi \cdot f}. \quad (1.10)$$

Ток дуги определится как

$$i = \frac{U \cdot \sin \omega t - U_d}{R}. \quad (1.11)$$

Подставляя в (1.11) значение напряжения на дуге, равное  $U_d = U \cdot \sin \omega t_1$ , получим

$$i = \frac{U}{R} \cdot (\sin \omega t - \sin \omega t_1). \quad (1.12)$$

Величина  $\frac{U}{R}$  представляет собой амплитудное значение тока при замкнутом накоротко дуговом промежутке, т.е. амплитуду тока короткого замыкания цепи, поэтому можно записать выражение для тока в виде

$$i = I_{k,max} \cdot (\sin \omega t - \sin \omega t_1). \quad (1.13)$$

Таким образом, ток дуги при отсутствии в ее контуре индуктивного сопротивления изменяется по кривой, которая представляет собой сумму синусоиды  $i = I_{k,max} \cdot \sin \omega t$  и прямой, параллельной оси абсцисс  $i = I_{k,max} \cdot \sin \omega t_1$  (рисунок 1.12).

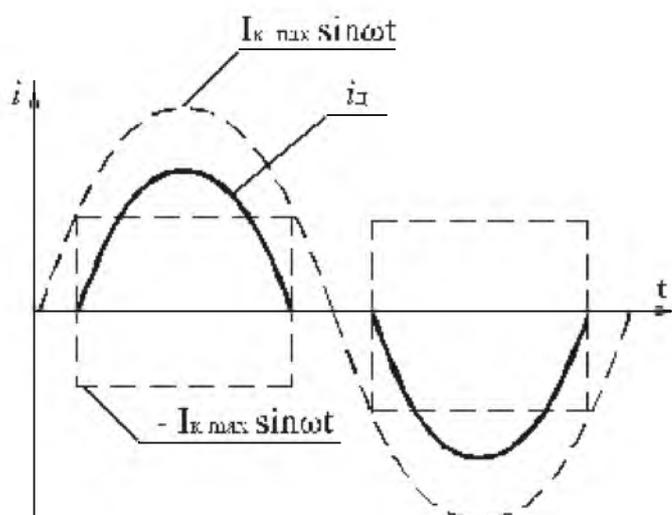


Рисунок 1.12

Из рисунка 1.12 видно, что между положительными и отрицательными значениями этой кривой имеются паузы, на протяжении которых  $i = 0$ , т.е. уравнение (1.13) не применимо. Длительность пауз определяется по (1.13) отношением напряжения горения дуги к амплитуде напряжения источника. Отсюда следует то, что, несмотря на отсутствие индуктивного сопротивления в цепи и сдвига фаз тока и напряжения, коэффициент мощности цепи с дугой меньше единицы. Чем меньше отношение  $\frac{U_d}{U}$ , тем меньше длительность пауз тока, тем устойчивее горение дуги. Если же напряжение горения дуги приближается по величине к амплитуде напряжения источника, то ток может проходить через дуговой промежуток лишь небольшую часть полупериода. За это время электроды нагреваются недостаточно для того, чтобы обеспечить необходимую ионизацию дугового промежутка, и дуга гореть не может.

Предположим теперь, что цепь дуги содержит только индуктивное сопротивление  $\omega \cdot L$ . В этом случае уравнение баланса напряжений примет следующий вид

$$u = U \cdot \sin(\omega t + \varphi) = U_d + \omega \cdot L \cdot \frac{di}{d\omega t}, \quad (1.14)$$

где  $\varphi$  – угол сдвига напряжения по отношению к току в момент прохождения тока через ноль.

Интегрируя выражение (1.14) и определяя значение постоянной интегрирования из начальных условий ( $\omega t = 0$ ;  $i = 0$ ), получаем

$$i = -\frac{U}{\omega \cdot L} \cdot \cos(\omega t + \varphi) + \frac{U}{\omega \cdot L} \cdot \cos \varphi + \frac{U_d}{\omega \cdot L} \cdot \omega t. \quad (1.15)$$

Через половину периода ( $\omega t = \pi$ ) ток дуги вновь будет равен нулю. Для этого момента уравнение дает:

$$U_d \cdot \pi = 2 \cdot U \cdot \cos \varphi; \quad (1.16)$$

$$\cos \varphi = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{U_d}{U}.$$

Это означает, что из-за наличия дуги сдвиг фаз между напряжением и током меньше  $90^\circ$ , т.е.  $\cos \varphi > 0$ , и величина  $\cos \varphi$  возрастает с ростом отношения  $\frac{U_d}{U}$ . Подставив выражение (1.16) в выражение (1.15), получим уравнение для тока

$$i = -\frac{U}{\omega \cdot L} \cdot \cos(\omega t + \varphi) + \frac{U_d}{\omega \cdot L} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right). \quad (1.17)$$

Последнее уравнение показывает, что кривая тока дуги состоит из двух слагаемых: одна  $-\left(\frac{U}{\omega \cdot L} \cdot \cos(\omega t + \varphi)\right)$  представляет собой

синусоиду, сдвинутую по отношению к напряжению на  $90^\circ$ , с амплитудой, равной амплитуде тока короткого замыкания, а вторая –  $\left( \frac{U_d}{\omega \cdot L} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \omega t \right) \right)$  – треугольную ломаную, опережающую ток на  $90^\circ$  (рисунок 1.13).

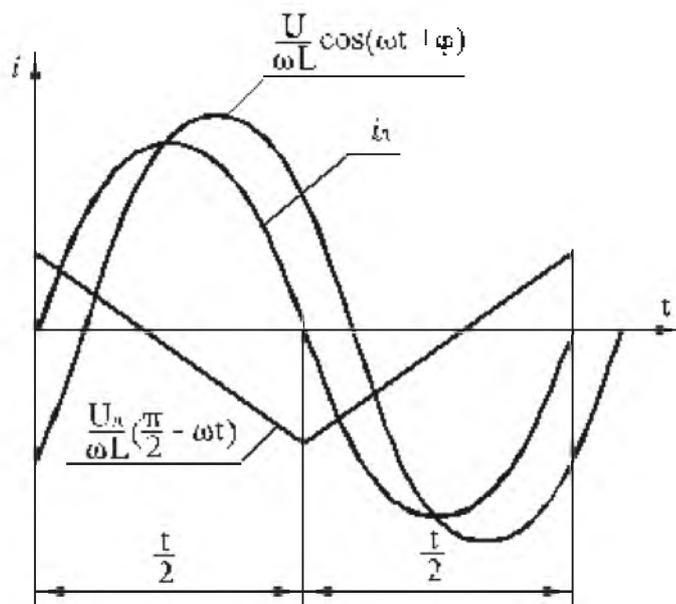


Рисунок 1.13

Уравнение (1.17) справедливо для режима непрерывного горения дуги, которое возможно при значительных сдвигах фаз, когда отношение  $\frac{U_d}{U}$  мало. Кривые тока и напряжения для такого случая даны на рисунке 1.14.

Кривая напряжения источника  $U$  опережает кривую тока на угол  $\varphi$ , т.к. при уменьшении напряжения источника до нуля ток в дуге существует за счет энергии, накопленной в индуктивности контура, поэтому остается неизменным и напряжение на дуге  $U_d$ .

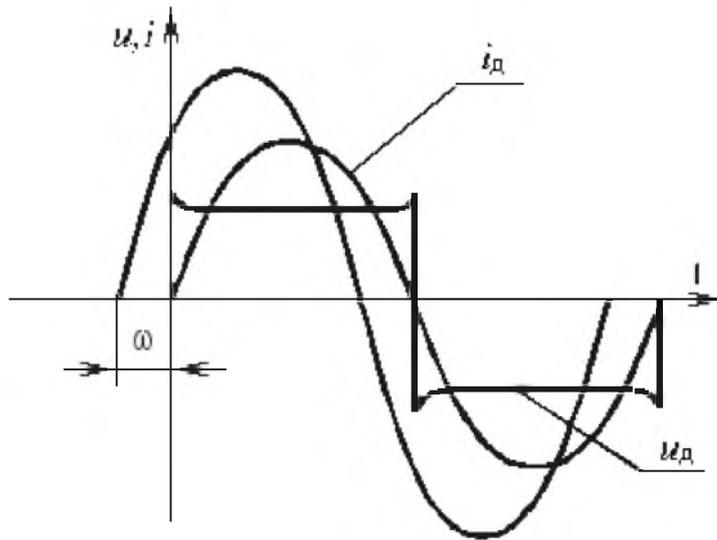


Рисунок 1.14

Когда же ток спадает до нуля, значение напряжения источника уже становится больше напряжения, которое требуется для горения дуги, вследствие чего она тотчас же вновь зажигается, переменяв лишь свой знак. Таким образом, в данном случае ток дуги непрерывен, а напряжение на дуге по форме близко к ряду прямоугольников, также переходящих один в другой без разрыва.

Предельным случаем непрерывного горения дуги будет тот, когда напряжение источника при переходе тока через нуль достигнет величины напряжения горения дуги, т.е.  $U \cdot \sin \varphi = U_d$ . Следовательно, условием непрерывного горения дуги является неравенство

$$\frac{U_d}{U} \leq \sin \varphi. \quad (1.18)$$

Имея в виду, что  $\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$  и  $\cos \varphi = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{U_d}{U}$  из выражения (1.18), получаем

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{U_d}{U}\right)^2}. \quad (1.19)$$

Подставляя это выражение в (1.18), получим, что  $\frac{U_d}{U} \leq 0,54$ , откуда

$$\cos \varphi = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{U_d}{U} \leq \frac{\pi}{2} \cdot 0,54 = 0,85. \quad (1.20)$$

Таким образом, при наличии в цепи мощной дуги только индуктивного сопротивления сдвиг между током дуги и напряжением источника отличен от  $90^\circ$ . Величина этого сдвига зависит от соотношения между напряжением горения дуги и амплитудой напряжения источника. Чем меньше это соотношение, тем больше сдвиг, тем короче промежутки времени, в течение которого обрывается дуга при прохождении тока через ноль. Если это соотношение становится равным или меньшим величины 0,54, то  $\cos \varphi \leq 0,85$  и горение дуги становится непрерывным, это означает, что кривая не имеет разрыва при переходе через ноль.

В реальных условиях в контуре дуги имеется как активное сопротивление, так и индуктивное сопротивление. В этом случае уравнение баланса напряжений имеет вид

$$U \cdot \sin \omega t = U_d + i \cdot R + \omega \cdot L \cdot \frac{di}{d\omega t} \quad (1.21)$$

Интегрирование этого уравнения, проведенное С.И. Тельным, дает выражение для тока дуги

$$i = \frac{U}{R} \cdot \left[ \sin \frac{R}{\omega \cdot L} \cdot \cos \left( \omega t_0 - \frac{R}{\omega \cdot L} \right) \cdot e^{(\omega t_0 - \omega t) \cdot \text{ctg} \frac{R}{\omega L}} + \right. \\ \left. + \cos \frac{R}{\omega \cdot L} \cdot \sin \left( \omega t - \frac{R}{\omega \cdot L} \right) - \sin \omega t_0 \right], \quad (1.22)$$

где  $\omega t_0$  – соответствует моменту зажигания дуги, когда

$$U \cdot \sin \omega t_0 = U_d.$$

Анализ выражения (1.22) показывает, что также как и в случае наличия только индуктивного сопротивления с уменьшением отношения  $\frac{U_d}{U}$  увеличивается сдвиг фазы тока дуги по отношению к фазе напряжения источника, но несколько меньше, чем в первом случае, и что при уменьшении этого отношения до определенной величины также наступит непрерывное горение дуги. Величина отношения  $\frac{U_d}{U}$  зависит от отношения  $\frac{\omega \cdot L}{R}$ : чем оно меньше, тем меньше и величина  $\frac{U_d}{U}$ . На рисунке 1.15 показана такая зависимость.

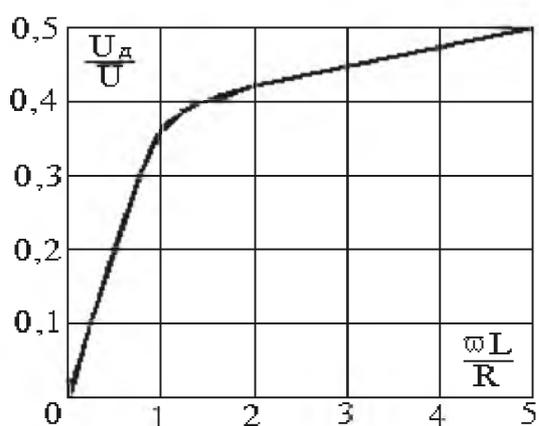


Рисунок 1.15

В действительности крупные дуговые печи работают устойчиво при более высоких значениях отношения  $\frac{U_d}{U}$ . Объясняется это тем, что для устойчивой работы дуги непрерывное горение не обязательно. Дуга может гореть устойчиво и при наличии перерыва в кривой тока, если только она достаточно мощная, ее электроды сильно раскалены и их тепловая инерция велика.

## **2 ДУГОВЫЕ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫЕ ПЕЧИ**

### **2.1 Технология плавления металлов в дуговых сталеплавильных печах**

Основное назначение дуговой сталеплавильной печи прямого действия – выплавка стали и металлического лома (скрапа). Такой процесс весьма энергоемок: на 1 т выплавленной стали в зависимости от характера процесса расходуется от 500 до 1000 кВт·ч электроэнергии, поэтому в них осуществляют лишь те процессы, которые трудно проводить в мартеновской печи или конверторе. В первую очередь – это получение высоколегированных сортов стали, которые требуют тщательного очищения металла от вредных примесей, особенно серы, и неметаллических включений и газов. Для таких сортов стали стоимость передела гораздо меньше стоимости легирующих добавок и самой стали, и решающими факторами становятся качество получаемого металла и степень угара ценных добавок. Дуговая печь как агрегат для получения стального литья имеет существенные преимущества: большие маневренность и скорость плавки, снижение капитальных затрат. В последние годы в мощных дуговых печах выплавляют не только высоколегированные, но и низколегированные стали. В этом случае в пользу дуговых печей говорят их большая приспособленность к характеру скрапа и легкость плавки в них крупного скрапа.

Выплавка легированных сталей включает следующие операции: расплавление металла, удаление содержащихся в нем

вредных примесей (марганец, кремний, хром, сера, фосфор) и газов, раскисление металла, введение в него нужных легирующих добавок и выливание его из печи в ковш для разливки по изложницам или формам. Значение этих операций и требования, которые они предъявляют к дуговой печи, весьма различны.

Расплавление скрапа необходимо вести по возможности быстрее и с минимальным расходом энергии. Часто длительность этого режима превосходит половину продолжительности всей плавки, и при этом расходуется 60 ÷ 80 % всей электроэнергии. Характерной особенностью периода является беспокойный электрический режим печи. Горящая дуга между концом электрода и холодным металлом нестабильна, ее длина невелика (2 ÷ 3 см), и сравнительно небольшие изменения в положении электрода или металла (обвал, сдвиг подплавленного куска скрапа) вызывают либо обрыв дуги, либо короткое замыкание.

Режим расплавления начинается с создания искусственного короткого замыкания, т.е. электроды опускают, они касаются шихты и затем приподнимаются. Дуга загорается между концом электрода и поверхностью шихты (рисунок 2.1). Металл начинает подплавляться и каплями стекать на подину.

В шихте образуются колодцы, в которые углубляются опускающиеся электроды. Электроды опускаются до тех пор, пока не достигнут подины, на которой во избежание перегрева ее к этому моменту образуется лужа расплавленного металла (рисунок 2.1в). Это самый беспокойный, неустойчивый период горения дуги, так как подплавленные куски шихты падают на электрод, закорачивая дугу, а при опускании куска шихты под

торцом электрода может, наоборот, наступить обрыв дуги и, следовательно, тока.

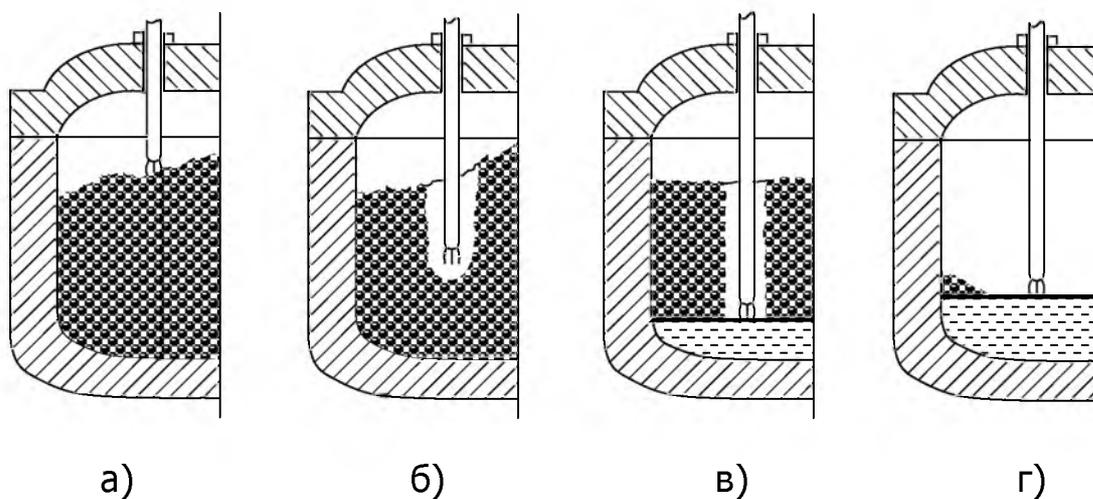


Рисунок 2.1

Горящая между электродом и расплавленным металлом дуга перегревает металл: начинается расплавление, размыв шихты, которая окружает колодцы, в результате чего они расширяются. Уровень жидкого металла в ванне начинает повышаться, а электроды – подниматься. В конце этого периода почти весь металл оказывается расплавленным. Остаются лишь отдельные куски шихты на откосах, расплавляющиеся последними (рисунок 2.1г). Чтобы не затягивать период расплавления их сбрасывают ломом вглубь ванны. Период расплавления считается законченным, когда весь металл в печи перешел в жидкое состояние. К этому моменту режим горения дуги становится более спокойным, т.к. температура в печи выше, поверхность металла покрыта слоем шлака, который образовался заброшенными в печь в период расплавления кусками извести и всплывающими окислами, количество толчков тока и обрывов уменьшается. Этот период можно проводить на

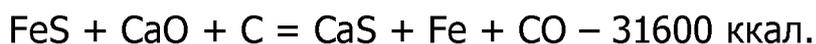
максимальном напряжении и мощности, потому что дуги окружены холодным металлом, защищающим футеровку стен и свода от их излучения.

Удаление примесей из металла начинается еще в период расплавления и продолжается в периоды окисления и восстановления.

Второй период плавки носит название периода окисления. Вследствие сравнительно низкой температуры ванны в ней вначале идут интенсивно экзотермические реакции (т.е. реакции проходят с выделением теплоты) – окисление железа, кремния, марганца и фосфора. Окислы их всплывают и образуют вместе с забрасываемой известью на поверхности металла шлак. Так как для интенсивного проведения реакций окисления окислов железа обычно не хватает, то во время расплавления металла или по окончании его в ванну добавляют железную руду или вдувают кислород. При этом углерод металла восстанавливает руду, а образующаяся окись углерода пузырьками всплывает – происходит так называемое «кипение» или «кип» ванны. Пузырьки окиси углерода интенсивно перемешивают металл, способствуя удалению из него окклюдированных газов. В этот период, кроме удаления из металла фосфора, происходит и выжигание лишнего углерода. По окончании периода окисления шлак, насыщенный окислами и силикатами железа и марганца, а также соединениями фосфора, скачивают из печи практически полностью, чтобы в последующие периоды при подъеме температуры в ванне фосфор в результате химических реакций не перешел из шлака в металл. На период скачивания шлака печь отключают, а электроды поднимают во

избежание их поломки. В этот период металл расплавлен и покрыт шлаком, дуга длиннее (5 ÷ 10 см), режим спокойнее. Но в этот период приходится снижать мощность и напряжение на 15 ÷ 20 %, т.к. увеличивается излучение удлинённых дуг на футеровку.

После скачивания шлака начинается восстановительный период, в течение которого металл освобождается от большей части серы. Для этого наводят новый известковый шлак: в печь забрасывают известь с добавками флюса и восстановители – кокс и древесный уголь. Веществом, связывающим серу, служит известь, согласно реакции



Эта реакция является необратимой, т.к. CO в виде газа удаляется из шлака, и эндотермической, т.е. происходит с поглощением теплоты. Но для того, чтобы реакция шла удовлетворительно, необходимо соблюдение условий, чтобы металл был перегрет и раскислен, и в печи поддерживалась восстановительная атмосфера, т.к. в окислительной атмосфере невозможно добиться удовлетворительного раскисления металла и шлака. Металл раскисляют, например, ферросилицием или ферромарганцем. Период удаления серы из металла носит название периода рафинирования. В конце периода рафинирования в металл добавляют легирующие добавки, чтобы довести его состав до требуемого, и приступают к разливке.

В период рафинирования металл и стены печи очень горячие, дуги еще более удлиняются (до 20 ÷ 30 см) и сильно излучают

теплоту на футеровку, которая нагревается до предельной для материала температуры. Поэтому напряжение снижают до 50 ÷ 60 % номинального и мощность также снижают до 30 ÷ 50 % номинальной.

Такой процесс получения в дуговой печи высококачественных легированных сталей носит название «основного процесса с полным окислением», т.к. он основан на использовании основных известковых шлаков. Основные шлаки при высоких температурах в печи интенсивно размывают любую футеровку, кроме основной. Поэтому печи, работающие на основном процессе, должны иметь магнезитовую или доломитовую футеровку ванны.

Из изложенного основного процесса выплавки стали вытекают требования к дуговой печи. Первое из них – необходимо иметь возможность регулировать в широких пределах мощность печи и ее напряжение. В период расплавления металла требуется вводить в печь максимальную мощность, чтобы ускорить этот процесс. В период окисления и рафинирования нужно иметь возможность в любой момент изменять величину этой мощности с тем, чтобы управлять температурами металла и шлака, являющимися мощными факторами воздействия на протекающие реакции. Это требование легко выполнить в дуговой печи, мощность которой регулируется изменением длины дуг, т.е. подъемом и опусканием электродов, а также переключением ступеней напряжения печного трансформатора.

На рисунке 2.2 представлен примерный график изменения мощности и напряжения при основном процессе выплавки стали с полным окислением в ДСП.

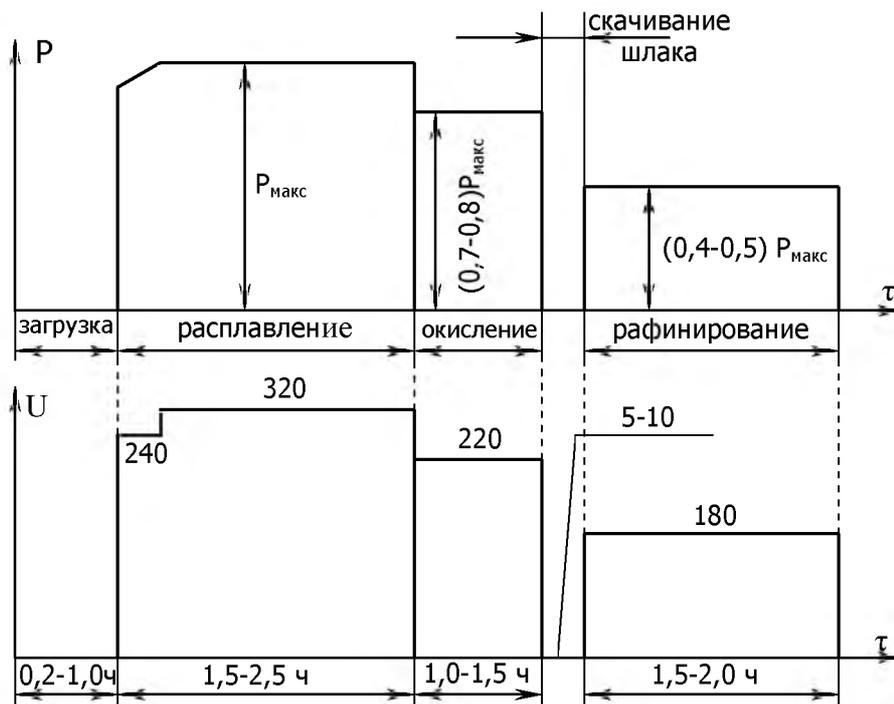


Рисунок 2.2

Как видно, и мощность печи и ее напряжение могут изменяться от 100 до 40 % максимальных значений. На рисунке 2.2 также показана продолжительность периодов плавки.

Второе требование – поддержание в печи восстановительной атмосферы. В дуговой печи это также легко осуществимо, т.к. в ней, благодаря сгоранию электродов, свободный кислород отсутствует, а закрыть доступ внешнему кислороду воздуха в восстановительный период нетрудно, если дверцы печи и электродные отверстия поддерживаются в нормальном состоянии. Именно легкость выполнения обоих этих требований выгодно отличает дуговую печь от мартеновской. Поэтому наиболее дорогие легированные стали плавят в дуговой, а не в мартеновской печи.

Третье требование, предъявляемое к печи как к электрическому агрегату, – это способность быстро реагировать на частые короткие замыкания и обрывы дуги в период расплавления, ограничивать токи короткого замыкания до безопасных величин, ликвидировать все отступления от нормального электрического режима в кратчайшее время.

Дуговая сталеплавильная печь должна быть снабжена рядом механизмов для проведения процесса выплавки стали.

В печь необходимо загружать шихту, и современные печи имеют механизм загрузки шихты.

Готовый металл нужно вылить из печи, а в процессе плавки надо из печи скачать шлак, поэтому печь должна наклоняться как в сторону летки, так и в сторону загрузочного окна с помощью механизма наклона.

На откосах ванны печи между электродами шихта плохо растворяется, и, чтобы ускорить этот процесс в современных крупных печах, где сбрасывать «настыли» вручную невозможно, для их расплавления осуществляют поворот ванны печи на некоторый угол вокруг ее вертикальной оси с помощью механизма поворота ванны.

В дуговых печах жидкий металл ванны неоднороден по составу и температуре. Особенно велика такая неоднородность в крупных печах, и, т.к. в них физически невозможно перемешать металл вручную, такие печи снабжают механизмами электромагнитного перемешивания.

И, наконец, т.к. управление электрическим режимом дуговой печи осуществляется в первую очередь путем перемещения

электродов и изменения режима, короткие замыкания и обрывы дуги, как правило, происходят отдельно по фазам, каждый электрод печи должен быть оснащен механизмом подъема и опускания с автоматическим регулятором, позволяющим легко и быстро управлять его положением. Таким образом, каждая дуговая печь имеет механизм перемещения электрода.

Кроме изложенного выше основного процесса получил распространение упрощенный процесс выплавки стали из скрапа – основной процесс, проводимый без окисления (метод переплава). Это стало возможным благодаря получению на многих заводах большого количества легированных отходов металла, сравнительно свободных от фосфора. В этом случае в шихту подбирают отходы, близкие по составу к выплавляемой марке стали, дополняя их отходами из низкоуглеродистой стали, и процесс ведут без окисления, что позволяет сократить время плавки на 1,0 ÷ 1,5 ч, уменьшить соответственно расход электроэнергии и электродов, ферросплавов и снизить в конечном итоге стоимость передела. Требования к дуговой печи и в этом случае остаются теми же, и одни и те же печи могут работать на обоих процессах без каких-либо изменений.

При выплавке стали для фасонного литья требования к плавильному агрегату несколько иные. Обычно в такой стали допустимо повышенное содержание серы и фосфора, так что при плавке нет необходимости в удалении этих примесей, и плавку ведут так называемым «кислым процессом». При проведении этого процесса шлаки состоят из кремнекислоты и окислов металла, а

футеровку печи во избежание ее разъедания выполняют кислой (из динаса).

Периоды расплавления в основной и кислой печах существенно не различаются, а рафинировка металла сведена лишь к раскислению его и некоторому выжиганию углерода, т.к. ни фосфор, ни серу при кислом процессе удалить нельзя. Поэтому с точки зрения получения чистого металла дуговая печь при кислом процессе не имеет существенных преимуществ перед мартеновской и ее широкое применение при производстве фасонного стального литья объясняется следующими причинами. Так как отливки малы, разливка длится долго и нужен очень жидкотекучий металл, легко заполняющий полости литейных форм, поэтому фасонное литье требует значительного перегрева металла. Такой перегрев легко получить в дуговой печи и трудно в мартеновской. Кроме того, мартеновская печь является для фасонного литья слишком крупным агрегатом, дающим сразу большую массу металла, в то время как процесс отливки требует непрерывной подачи хорошо нагретого металла сравнительно небольшими порциями. Поэтому дуговая печь более удобна для фасонного стального литья, чем мартеновская, и большинство машиностроительных заводов имеют литейные цехи с дуговыми печами для фасонного стального литья.

Длительность плавки в дуговой печи, работающей при кислом процессе, значительно меньше, чем при основном. Так, если при основном процессе вся длительность плавки может достигать до  $4 \div 6$  ч для крупных печей, то при кислом процессе она не превышает  $2,5 \div 3$  ч. Длительность плавки сокращается в основном за счет периода рафинирования, когда температура в печи

достигает максимума. Таким образом, при кислом процессе механизмы и футеровка печи находятся в более легких температурных условиях работы, и срок службы их увеличивается. Кроме того, период расплавления в кислых печах можно сократить, увеличив мощность печного трансформатора, что при коротких циклах плавки дает больший экономический эффект, чем при длительных плавках в основных печах, продолжительность которых определяется в основном периодами окисления и рафинирования, мало зависящими от мощности печи.

Основное преимущество дуговой печи заключается в возможности раскисления и обессеривания металла и легкости его перегрева, поэтому в целях удешевления процесса применяют так называемый «дуплекс-процесс», при котором расплавление скрапа и окисление проводят в более дешевом плавильном агрегате – мартеновской печи, а затем жидкий металл переливают в дуговую печь для рафинирования и доводки до нужного состава. Аналогично этому при специальном чугунном литье металл после расплавления в вагранке заливают в дуговую печь для частичного обессеривания и перегрева.

При дуплекс-процессах мощность печи может быть меньше, чем при работе на твердой завалке, т.к. расплавление скрапа в этом случае отсутствует. Электрический режим печей, работающих на жидкой завалке, значительно спокойнее, потому что при наличии покрытого слоем шлака жидкого металла дуга горит более стабильно и отсутствуют короткие замыкания из-за обвалов шихты.

## 2.2 Определение оптимального режима работы дуговой сталеплавильной печи

### 2.2.1 Общие сведения

При эксплуатации ДСП (рисунки 2.3 и 2.4) необходим выбор оптимального режима работы. Для этого предварительно устанавливаются электрический, технологический и экономический режимы работы печи. Регулирование режимов ДСП производят в основном изменением рабочего тока печи с использованием автоматических регуляторов.

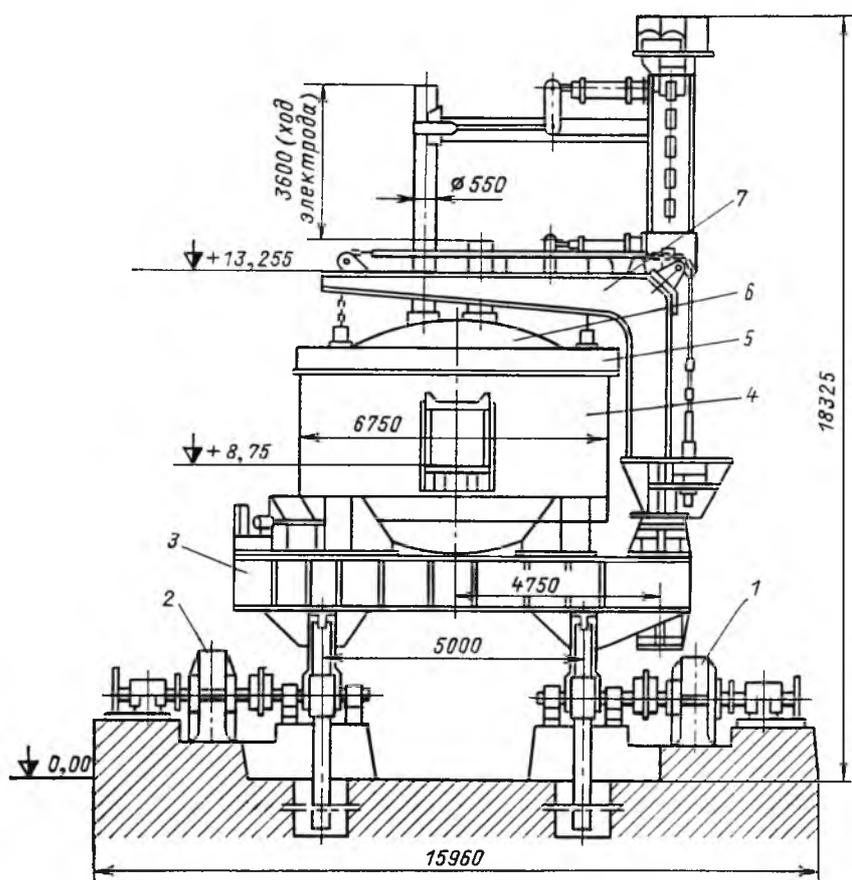


Рисунок 2.3 – Дуговая сталеплавильная печь ДСП-80/100.

1,7 – привод механизма наклона; 2 – кожух; 3 – футеровка; 4 – сводное кольцо; 5 – футеровка свода; 6 – поворотный портал для подъема и отвода свода; 8 – опорная площадка с секторами наклона

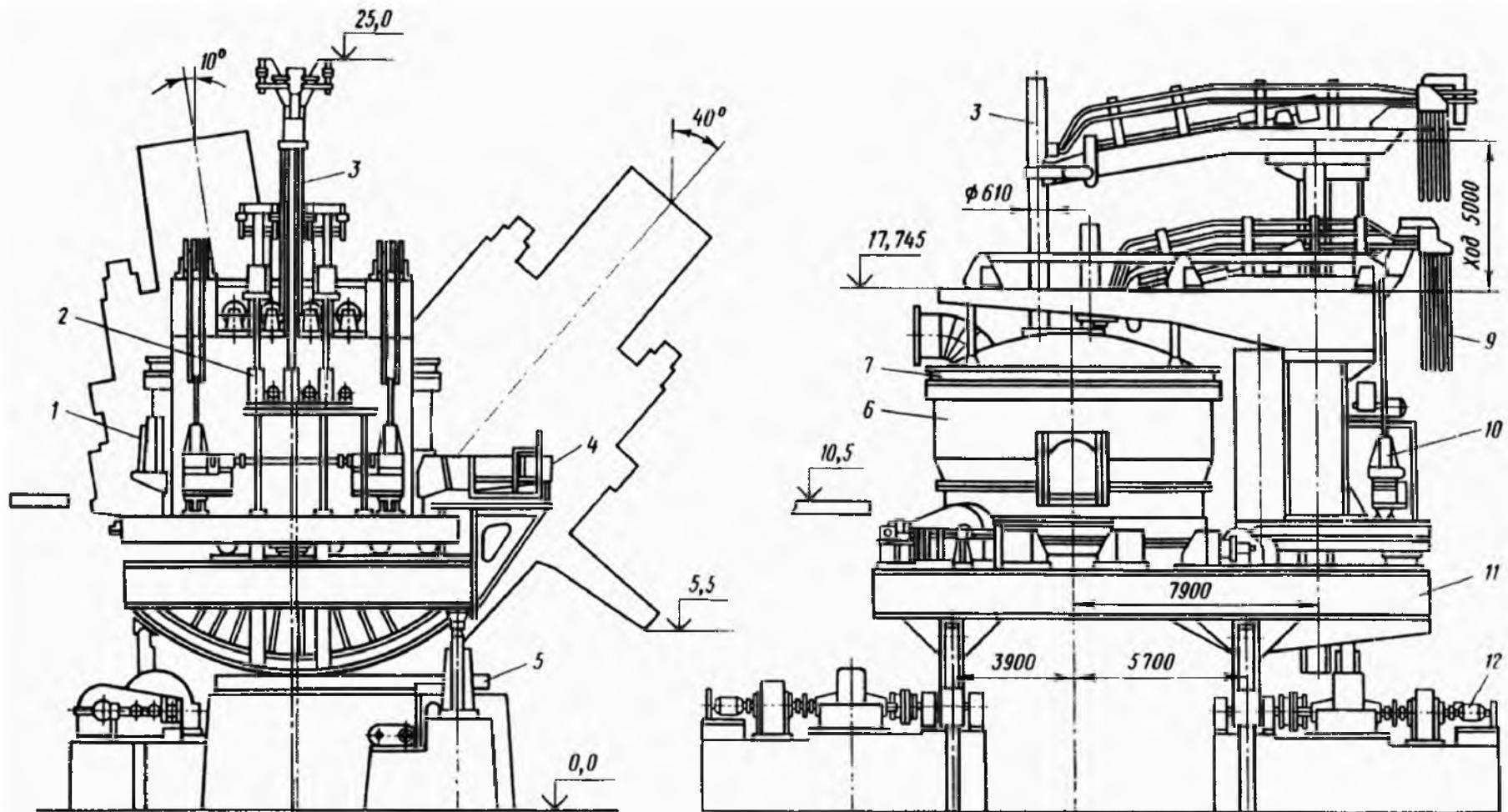


Рисунок 2.4 – Дуговая сталеплавильная печь ДСП-200М01.

- 1 – привод наклона; 2 – люлька; 3 – механизм подъема свода; 4 – кабельная гирлянда; 5 – электрод;  
 6 – свод; 7 – кожух; 8 – сливной носок; 9 – фундаментная балка; 10 – стойка электрододержателя;  
 11 – механизм перемещения электродов; 12 – рабочее окно

Электрические режимы характеризуются значениями тока, напряжения, сопротивления дуги и мощности. При изменении нагрузки сопротивления дуг изменяются от нуля (короткое замыкание) до бесконечности (обрыв дуг).

Различают следующие нагрузочные режимы: холостого хода (дуги не горят), наибольшей мощности дуг, наибольшей мощности трансформатора. Практически важными режимами являются режимы наименьшего удельного расхода электроэнергии на плавку и наибольшей удельной производительности печи.

Для получения высоких эксплуатационных показателей электропечной установки необходимо обеспечить рациональный электрический режим работы и установить оптимальный.

Рациональный режим работы характеризуется непрерывным горением электрических дуг, отсутствием несимметрии мощности дуг и правильным соотношением между сопротивлениями подводящей сети и сопротивлениями дуг.

Оптимальный режим работы печи характеризуется наименьшим расходом электроэнергии на плавку и наибольшей удельной производительностью печи. Наименьший расход электроэнергии зависит от электрических и тепловых потерь и от полезной мощности печи. В зависимости от соотношения электрических и тепловых потерь наименьший расход электроэнергии на плавку может иметь место при разных токах печи. Определение и поддержание во время работы тока, соответствующего оптимальному режиму работы, является важной задачей.

Наглядное изображение изменений энергетических параметров ДСП при изменении режима дают электрические и рабочие характеристики.

Электрическими характеристиками называют зависимости электрических параметров – мощность электрических  $P_{эл}$ , тепловых  $P_T$  потерь, мощность, выделяющаяся в дуге  $P_{дл}$ , активная мощность печи  $P_{акт}$ , напряжение на дуге  $U_{дл}$ , электрический КПД  $\eta_{эл}$  и  $\cos \varphi$  – от тока. Рабочими характеристиками называют зависимости энергетических и технологических параметров – полного КПД  $\eta$ , удельного расхода электроэнергии на плавку  $\omega$ , удельной производительности печи  $g$ , удельной продолжительности плавки  $t$  – от тока.

Рабочие характеристики могут быть построены одним из следующих способов: опытным путем при непосредственной загрузке печи; аналитически с использованием расчетов, произведенных по формулам; графически по круговым диаграммам.

Первый способ применим только для работающих, но не для проектируемых печей. Практическое осуществление этого способа представляет большие трудности, т.к. требует одновременного измерения многих параметров, поддержания одинакового режима всех дуг и ведет к значительному перегреву оборудования и печи, что нарушает нормальный режим плавки.

Второй способ связан с проведением значительных по объему и трудоемкости расчетов.

Построение рабочих характеристик с использованием круговых диаграмм во многих случаях является более простым и наглядным способом.

Построенная один раз для данной печи обобщенная круговая диаграмма может быть использована при эксплуатации печи для построения ряда характеристик при изменяющихся параметрах и режимах работы.

Круговые диаграммы могут быть использованы также и для других целей исследования чувствительности и точности работы автоматических регуляторов мощности печи, определения некоторых параметров установки и т.д. Ввиду этого круговая диаграмма имеет большое значение для исследования работы печи.

### **2.2.2 Схема замещения дуговой сталеплавильной печи**

Основываясь на схеме электрических соединений (рисунок 2.5), установку ДСП с электрической точки зрения можно рассматривать как набор активных и индуктивных сопротивлений, последовательно включенных на напряжение стороны НН электропечного трансформатора. С этой целью все сопротивления, находящиеся в действительности на стороне ВН, следует пересчитать на сторону НН, уменьшив их в  $n^2$  раз, где  $n$  – коэффициент трансформации трансформатора.

Считая ДСП симметричной трехфазной системой, можно ее схему замещения (рисунок 2.6) представить в виде однофазной цепочки последовательно включенных на фазное напряжение индуктивных и активных сопротивлений:  $x_p$  и  $r_p$  – сопротивления реактора (если он используется);  $x_{T1}$  и  $r_{T1}$  – сопротивления первичной обмотки трансформатора;  $x_{T2}$  и  $r_{T2}$  – сопротивления вторичной обмотки трансформатора;  $x_{кС}$  и  $r_{кС}$  – сопротивления короткой сети;  $r_d$  – сопротивление дуги;  $x_0$  и  $r_0$  – сопротивления намагничивания ветви трансформатора.

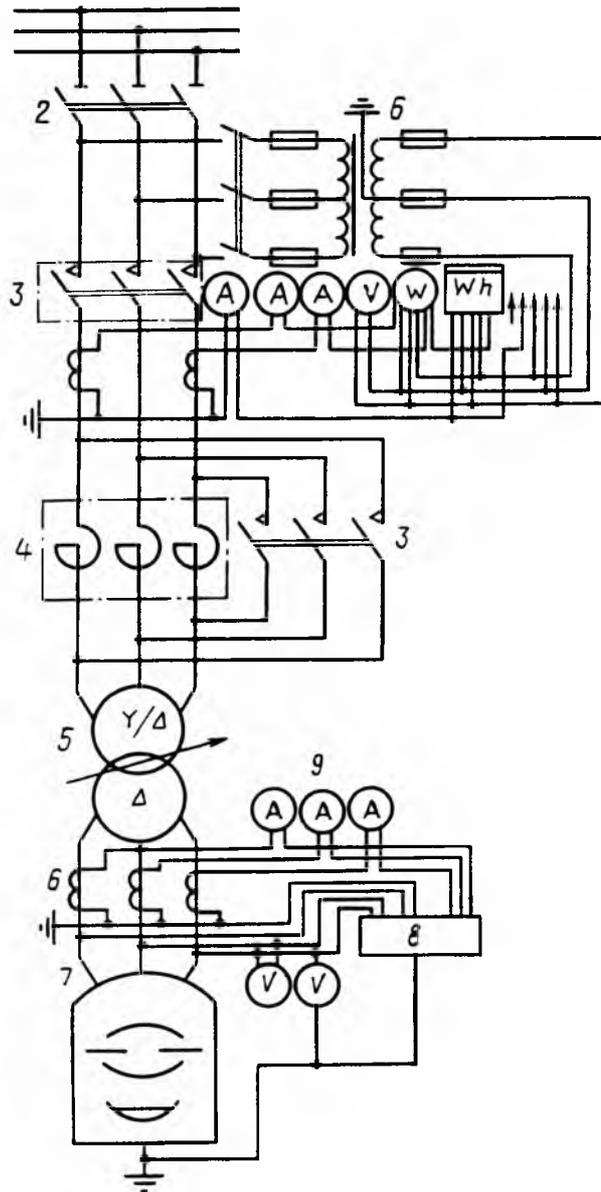


Рисунок 2.5 – Электрическая схема питания ДСП

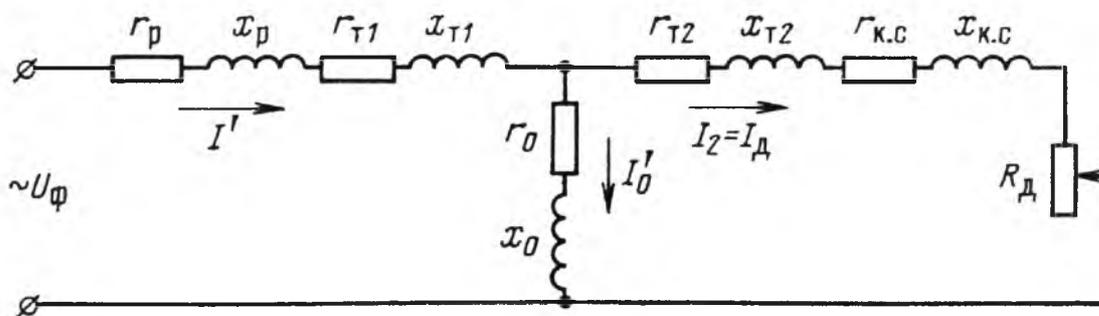


Рисунок 2.6 – Полная схема замещения ДСП

Активным сопротивлением реактора и сопротивлениями  $x_0$  и  $r_0$  ввиду их малости пренебрегаем. Учитывая это, схему замещения можно упростить, сложив все активные (за исключением сопротивления дуги, как величины переменной) и все индуктивные сопротивления цепи (рисунок 2.7).

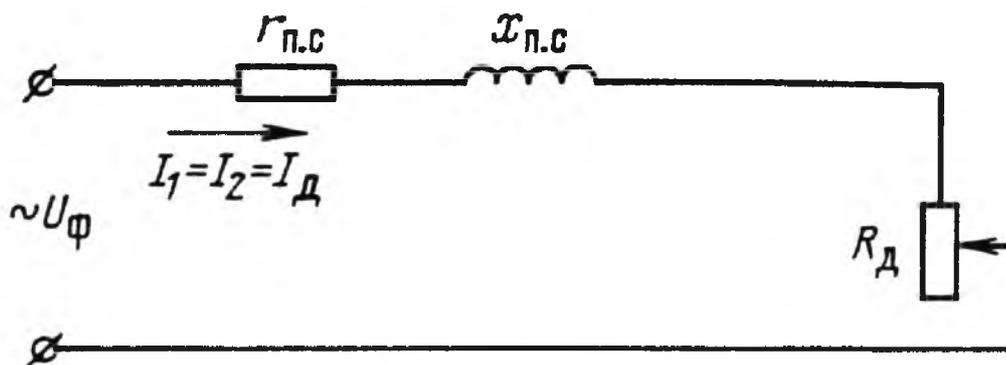


Рисунок 2.7 – Упрощенная схема замещения ДСП

### 2.2.3 Круговая диаграмма дуговой сталеплавильной печи

Работа ДСП по плавке начинается с короткого замыкания при касании электродов загруженной шихты. При этом  $U = 0$ , а ток КЗ печи равен

$$I_{кз} = \frac{U_{2\phi}}{\sqrt{r_{п.с}^2 + X_{п.с}^2}} \quad (2.1)$$

Для упрощенной схемы замещения ДСП, представленной на рисунке 2.7, круговая диаграмма строится следующим образом (рисунок 2.8). Отложим от точки  $O$  вертикально вверх по оси

ординат в масштабе напряжения  $m_u$  вектор напряжения сети  $OE = m_u \cdot U$ , а вправо от точки  $O$  по оси абсцисс в масштабе сопротивлений  $m_z$  – постоянное индуктивное сопротивление цепи ( $OA = m_z \cdot x$ ). Вверх по вертикали от точки  $A$  отложим постоянное активное сопротивление цепи ( $AA_1 = m_z \cdot r$ ). Линия  $OA_1$  определяет полное сопротивление цепи при коротком замыкании дуги печи.

Построим полуокружность  $OCD$ , проходящую через точку  $O$ , на диаметре  $OD = \frac{U \cdot m_z}{x} = I_{кт} \cdot m_i$ , направленном по оси абсцисс ( $m_i$  – масштаб токов).

Диаметр окружности  $OD$  в масштабе токов будет равен току теоретического короткого замыкания цепи (при  $r_{п.с} = 0$ ,  $R_d = 0$ ). При изменении сопротивления цепи от нуля до бесконечности вектор тока будет перемещаться по дуге окружности от точки  $K$  (точки действительного КЗ) до точки  $O$  (холостой ход). Вектор  $OK$ , полученный как продолжение линии  $OA_1$  до пересечения с окружностью токов, является вектором действительного тока короткого замыкания  $I_{кз}$ . Угол сдвига между током и напряжением цепи при изменении сопротивления  $R_d$  будет изменяться от угла  $\varphi_k$

$$\left( \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{x}{r} \right) \text{ до } \varphi = 0.$$

Для нахождения векторов активной и реактивной составляющих напряжения сети на векторе напряжения как на диаметре строится полуокружность  $OEF$ , расположенная вправо от вектора напряжения. Отсекаемый этой окружностью отрезок  $OF$ , совпадающий по направлению с вектором тока, является вектором активной, а отрезок  $EF$  – вектором реактивной составляющей напряжения.

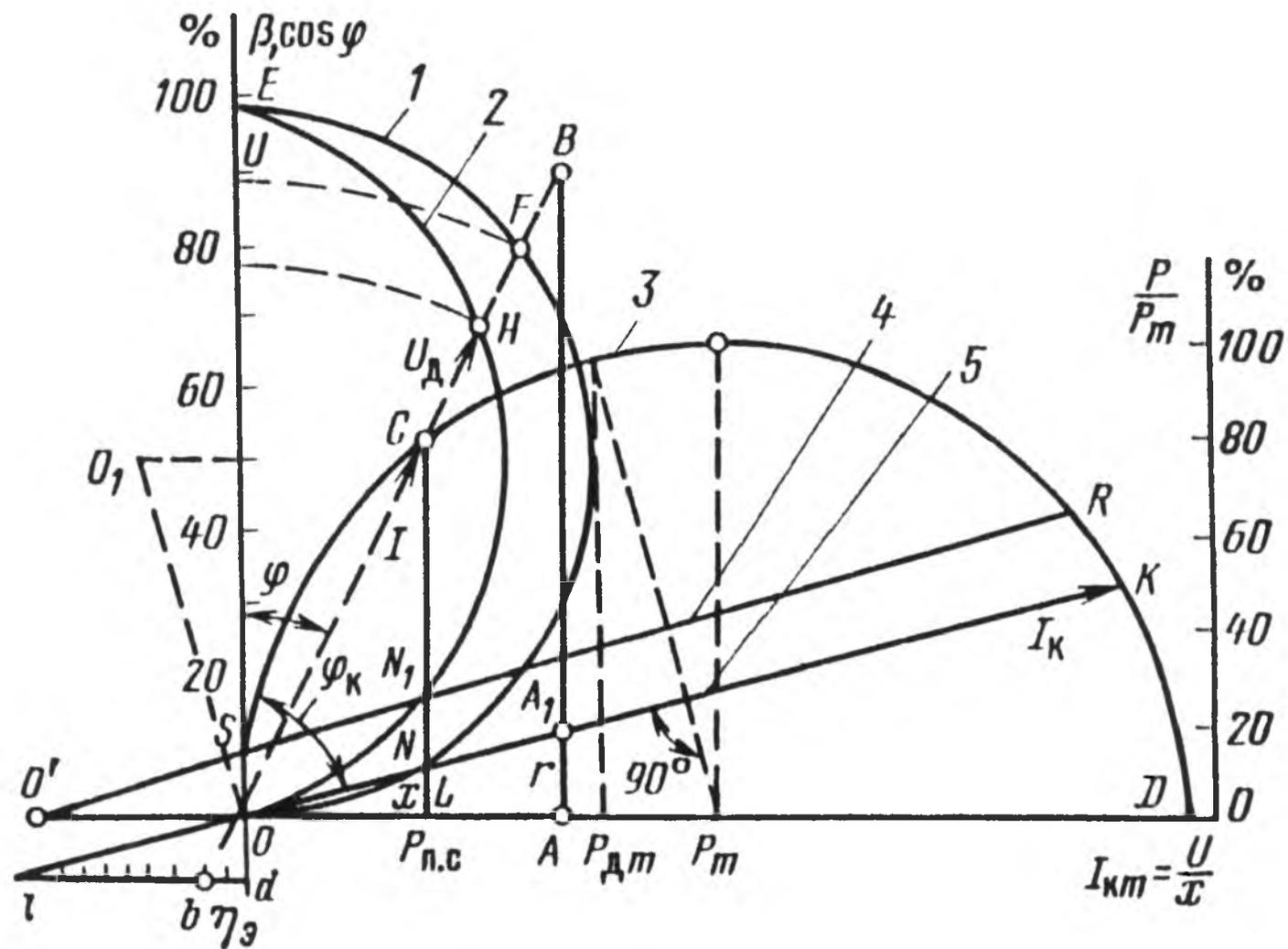


Рисунок 2.8 – Круговая диаграмма ДСП.

1 – полное напряжение и  $\cos \varphi$ ; 2 – напряжение на дуге; 3 – ток дуги; 4 – тепловые потери; 5 – электрические потери

При изменении сопротивления дуги от нуля до бесконечности активная составляющая напряжения изменяется от нуля до наибольшего значения  $U$ , а реактивная от наибольшего значения напряжения до нуля (точка  $E$  перемещается по окружности от точки  $O$  до точки  $F$ ). Для удобства отсчета активной составляющей напряжения на прямой  $OE$  наносится шкала активного напряжения в процентах полного напряжения, причем в точке  $O$  указывается 0 %, а в точке  $E$  – 100 %. Для определения активной составляющей напряжения  $U_a$  прямая, соответствующая току  $I$ , продолжается от точки  $O$  до пересечения с линией напряжения, длина этой линии в масштабе напряжений равна  $U_a$ .

Так как

$$\cos \varphi = \frac{U_a}{U}, \quad (2.2)$$

то эта же полуокружность является и линией коэффициента мощности, а шкала служит для определения коэффициента мощности цепи при заданном токе.

Точка пересечения окружности радиусом  $OF$  со шкалой дает значение коэффициента мощности непосредственно в процентах.

Для определения напряжения на дуге  $U_d$  при различных токах строится окружность, по которой перемещается конец вектора напряжения на дуге  $U_d$  при изменении сопротивления дуги. Для этого через точку  $O$  проводится перпендикуляр к вектору  $I_k$ , а через центр окружности напряжений сети – перпендикуляр к вектору напряжения сети  $U$ . Точка пересечения этих

перпендикуляров  $O_1$  является центром окружности напряжений на дуге  $ONE$ , которая должна проходить также через точки  $O$  и  $E$ . Вектор  $OH$  – вектор напряжения на дуге при заданном токе, а вектор  $HE$  – вектор падения напряжения в подводящей сети при том же токе. При изменении тока цепи точка  $H$  перемещается по дуге окружности  $ONE$ , причем угол между векторами  $OH$  и  $HE$  остается неизменным, как опирающийся на постоянный вектор напряжения  $U$ , являющийся хордой, стягивающей дугу  $ONE$ .

Из круговой диаграммы можно определить активную и реактивную мощность цепи.

Так как активная мощность цепи равна

$$P_a = U \cdot I \cdot \cos \varphi, \quad (2.3)$$

то при постоянном напряжении сети активная мощность пропорциональна активной составляющей тока.

На диаграмме вектор тока расположен под углом  $\varphi$  к линии  $OE$ . Следовательно, длина перпендикуляра из конца вектора тока на ось абсцисс пропорциональна активной мощности цепи, а проекция вектора тока на ось абсцисс пропорциональна реактивной мощности цепи, т. к.

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi. \quad (2.4)$$

Масштаб мощности можно определить из соотношения

$$m_p = m_i \cdot U. \quad (2.5)$$

Из диаграммы можно определить полезную электрическую мощность (мощность дуги) и мощность потерь в подводящей сети  $P_{п.с}$ . Активная мощность всей цепи определяется по формуле

$$P_a = P_{п.с} + P_d. \quad (2.6)$$

На диаграмме представлена отрезком CL, а слагающие ее  $P_{п.с}$  и  $P_d$  – отрезками LN и NC, что следует из подобия треугольников OCL и OBA, а также ONL и OBA.

Из подобия треугольников можно записать

$$\frac{LN}{LC} = \frac{AA_1}{AB} = \frac{P_{п.с}}{P_a}. \quad (2.7)$$

Следовательно,

$$LN = \frac{P_{п.с}}{m_p};$$

$$LC = \frac{P_a}{m_p}; \quad (2.8)$$

$$NC = LC - LN = \frac{P_d}{m_p}.$$

Максимальная активная мощность цепи будет определяться длиной перпендикуляра, восстановленного из центра окружности токов к горизонтальному диаметру ее до точки пересечения этого перпендикуляра с окружностью токов.

Максимальная мощность дуги будет определяться длиной перпендикуляра, опущенного на ось абсцисс из точки пересечения окружности токов с перпендикуляром из центра этой окружности на вектор тока действительного короткого замыкания.

Отношения отрезков NC и LC дает электрический КПД печи

$$\eta_{\text{эл}} = \frac{P_{\text{д}}}{P_{\text{а}}} = \frac{NC}{LC}. \quad (2.9)$$

КПД можно определить и графически, для чего необходимо провести из начала координат линию Od и продолжить линии OC и OK до пересечения с горизонтальной линией ad, параллельной OD. Если отрезок ad, являющийся шкалой КПД, разделить на 100 равных частей, то число частей отрезка дает значение КПД, выраженное в процентах.

Таким образом, для графического определения КПД печи при заданном токе необходимо продолжить линию вектора тока вниз от точки O до пересечения со шкалой КПД. Отметка в точке пересечения даст значение КПД при данном токе.

## 2.2.4 Оптимальные режимы работы сталеплавильной печи

На рисунке 2.9 (нижняя часть диаграммы) показаны электрические характеристики ДСП.

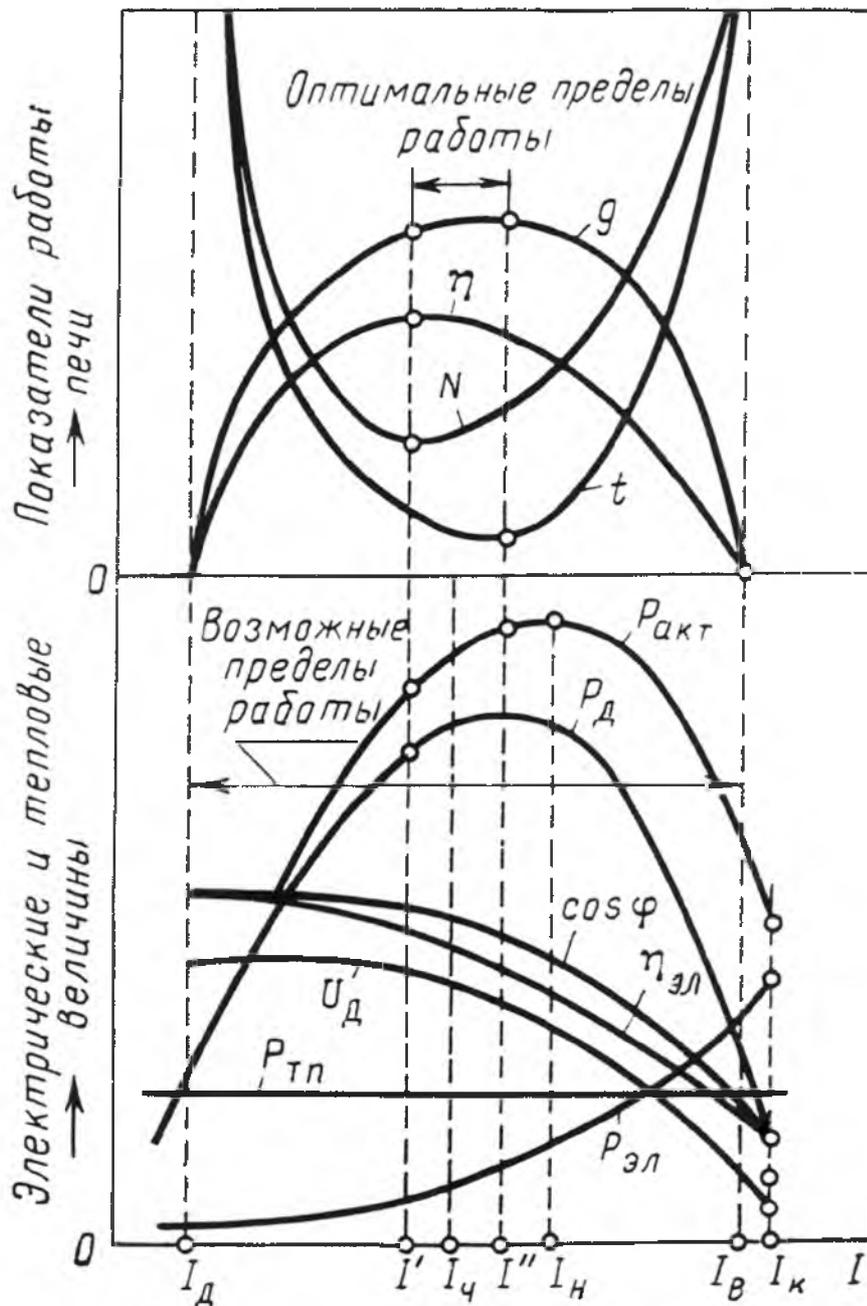


Рисунок 2.9 – Электрические и рабочие характеристики ДСП

Из рисунка 2.9 видно, что с увеличением тока электрический КПД печи и ее коэффициент мощности падают, а потери в токопроводе и трансформаторе  $P_{эл}$  растут пропорционально квадрату тока, полезная  $P_d$  и  $P_{акт}$  активная мощности печи сначала растут, а затем, пройдя максимум, вновь уменьшаются. Поэтому увеличивать ток печи сверх предела, соответствующего максимуму полезной мощности (ток  $I''$ ), нецелесообразно, так как при этом электрические потери будут все больше увеличиваться, в то время как электрический КПД,  $\cos \varphi$  и производительность печи будут уменьшаться. Однако ток  $I''$  также не выгоден, так как кривая  $P_d$  у вершины идет полого, а  $P_{эл}$  – круто, и поэтому надо сдвинуть рабочую точку влево, в более экономичный режим, например, при токе  $I'_{оп}$ . Для более точного определения рационального режима работы ДСП надо построить рабочие характеристики печи. Они показаны на рисунке 2.9 в верхней части диаграммы. Эти показатели строят для периода расплавления, так как в периоды окисления и рафинирования тепловой и электрический режимы определяются требованиями технологии. Кроме того, в эти периоды в зависимости от марки стали затрачивается 15 ÷ 30 % всей израсходованной за плавку электроэнергии, тогда как на период расплавления приходится 70 ÷ 85 %.

Для определения этих показателей в период расплавления могут быть использованы следующие формулы:

а) удельный расход электроэнергии, кВт·ч/т

$$\omega = \frac{P_{акт}}{g}; \quad (2.10)$$

б) часовая производительность печи, т/ч

$$g = \frac{(P_1 + P_{\text{тп}})}{N}, \quad (2.11)$$

где  $N$  – теоретическое количество электроэнергии, необходимое для расплавления 1 т стали, кВт·ч/т;

$P_{\text{тп}}$  – мощность тепловых потерь (принимается независимой от рабочего тока печи).

Мощность тепловых потерь определяется по формуле

$$P_{\text{тп}} = P_{\text{акт макс}} \cdot P_{\text{тп}\%}; \quad (2.12)$$

в) время плавления 1 т стали, ч/т

$$t = \frac{1}{g}; \quad (2.13)$$

г) полный КПД печи

$$\eta = \frac{N}{\omega}. \quad (2.14)$$

Из рисунка 2.9 видно, что возможные пределы работы печи по технологическим характеристикам уже, чем по электрическим, так как печь может работать лишь в том случае, если ее активная мощность больше, чем сумма ее тепловых и электрических потерь, т.е. при токах, больших  $I_d$  и меньших  $I_b$ . Кривая удельного расхода

электроэнергии  $\omega$  имеет минимум при токе  $I'$ , этому току соответствует максимум кривой полного КПД печи, следовательно, ток  $I'$  определяет оптимальный энергетический режим. Кривая производительности печи  $g$  достигает максимума при токе  $I''$ , который соответствует максимуму мощности дуг. Этому же току соответствует минимум кривой удельного времени расплавления  $t$ . Следовательно, ток  $I''$  определяет режим максимальной производительности. Как видно, эти режимы не соответствуют друг другу. Оптимальный энергетический режим наступает при токе, меньшем, чем ток, который соответствует максимальной производительности.

Если цех работает в условиях недостатка электроэнергии, то решающим является оптимальный электрический режим. Если же главная задача состоит в том, чтобы выплавить максимум металла, то определяющим является режим максимальной производительности.

### **3 УСТАНОВКИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА**

Индукционный нагрев получил наиболее широкое распространение на металлургических, машиностроительных и металлообрабатывающих предприятиях, где он используется для плавки металла, термической обработки деталей, а также для нагрева мерных заготовок под пластическую деформацию (ковку, штамповку, прессовку, гибку, прокатку).

Индукционный нагрев обладает рядом существенных преимуществ перед другими видами нагрева: высокой скоростью и равномерностью нагрева, отсутствием контакта между нагревателем и загрузкой, высоким электрическим и тепловым КПД, легкостью механизации и обслуживания, простотой управления процессом нагрева, возможностью его полной автоматизации.

Индукционные установки по назначению разделяются на:

- плавильные печи для плавки металлов и сплавов в воздушной и нейтральной атмосферах, а также в вакууме (канальные и тигельные печи);
- нагревательные установки сквозного нагрева металла перед пластической деформацией;
- установки поверхностной закалки деталей из стали и чугуна;
- установки местного нагрева металлов для пайки, сварки, наплавки, цементации и т.д.;
- установки высокотемпературного нагрева в вакууме для спекания, дегазации, отжига деталей;
- установки низкотемпературного нагрева в воздушной атмосфере (отпуск, отжиг, нормализация и т.д.).

Принцип действия установок индукционного нагрева основан на поглощении электромагнитной энергии металлическим телом, помещенным в переменное электромагнитное поле. Электрическая энергия от источника питания передается нагреваемому объекту за счет электромагнитной индукции. Нагрев металла осуществляется путем поглощения электромагнитной энергии и превращения ее в тепловую.

### 3.1 Основы теории индукционного нагрева

Исходными уравнениями для исследования электромагнитных процессов являются уравнения Максвелла для электромагнитного поля, которые в векторной форме имеют вид:

$$\mathbf{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \quad (3.1)$$

$$\mathbf{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (3.2)$$

$$\mathbf{div} \mathbf{H} = 0; \quad (3.3)$$

$$\mathbf{div} \mathbf{E} = 0, \quad (3.4)$$

где  $\mathbf{D}$  – электрическая индукция ( $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \mathbf{E}$ );

$\mathbf{B}$  – магнитная индукция ( $\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mu \cdot \mathbf{H}$ );

$\mathbf{J}$  – плотность тока проводимости ( $\mathbf{J} = \gamma \cdot \mathbf{E}$ );

**H, E** – напряженности магнитного и электрического поля соответственно;

$\gamma$  – удельная проводимость проводника;

$\mu, \varepsilon$  – относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости соответственно;

$\mu_0$  – абсолютная магнитная проницаемость вакуума, Гн/м ( $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м);

$\varepsilon_0$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума, Ф/м ( $\varepsilon_0 = 1/(4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9)$  Ф/м).

Уравнение (3.1) представляет собой обобщенный закон полного тока в дифференциальной форме. В его правой части первая составляющая – плотность тока проводимости, вторая – плотность тока смещения. Уравнение (3.2) есть закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме. Эти уравнения выражают тот факт, что переменные магнитные и электрические поля существуют совместно и являются разными сторонами единого электромагнитного процесса.

Уравнение (3.3) является выражением принципа непрерывности магнитного потока, означающего отсутствие источников магнитного поля. Уравнение (3.4) представляет собой дифференциальную форму теоремы Гаусса.

Так как индукционные установки питаются от источников переменного напряжения, то напряженности электрического и магнитного полей также изменяются во времени синусоидально, и их можно представить в комплексной форме. Тогда уравнения (3.1) – (3.4) запишутся как:

$$\mathbf{rot} \dot{\mathbf{H}} = \gamma \cdot \dot{\mathbf{E}}; \quad (3.5)$$

$$\mathbf{rot} \dot{\mathbf{E}} = -\mu_0 \cdot \mu \cdot \frac{\partial \dot{\mathbf{H}}}{\partial t}; \quad (3.6)$$

$$\mathbf{div} \dot{\mathbf{H}} = 0; \quad (3.7)$$

$$\mathbf{div} \dot{\mathbf{E}} = 0. \quad (3.8)$$

Качественный анализ характеристик индукционного нагрева удобно проводить, исследуя проникновение плоской электромагнитной волны в полубесконечное тело [2]. В этом случае (3.1), (3.2) преобразуются в уравнения:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} = \frac{j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \mu}{\rho} \cdot \mathbf{H}; \quad (3.9)$$

$$\mathbf{E} = -\rho \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z}, \quad (3.10)$$

которые решаются при граничных условиях:  
при  $z=0$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0; \quad (3.11)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0,$$

при  $z \rightarrow \infty$

$$\mathbf{H} = 0; \tag{3.12}$$

$$\mathbf{E} = 0.$$

Решение (3.9) и (3.10) показывает, что напряженности магнитного и электрического поля в проводящем теле снижаются по экспоненте:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cdot \exp\left(-\frac{1+j}{\Delta_3} \cdot z\right); \tag{3.13}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{H}_0 \cdot (1+j) \cdot \frac{\rho}{\Delta_3} \cdot \exp\left(-\frac{1+j}{\Delta_3} \cdot z\right), \tag{3.14}$$

где  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица;

$\Delta_3$  – глубина проникновения электромагнитной волны в полубесконечное проводящее тело.

Глубина проникновения характеризует быстроту спада напряженностей электромагнитного поля в глубину металла и определяется по формуле

$$\Delta_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu}} = 503 \sqrt{\frac{\rho}{\mu \cdot f}}. \tag{3.15}$$

Плотность потока энергии снижается пропорционально квадрату экспоненты расстояния на поверхности

$$\mathbf{S} = \mathbf{H}_{0m}^2 \cdot (1 + j) \cdot \frac{\rho}{2 \cdot \Delta_3} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot z}{\Delta_3}\right). \quad (3.16)$$

Отметим, что плоская электромагнитная волна характеризуется определенными направлениями векторов  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{S}$  по осям координат  $y$ ,  $x$  и  $z$  (рисунок 3.1) и сдвигом по фазе между  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{E}$ , равным  $45^\circ$ .

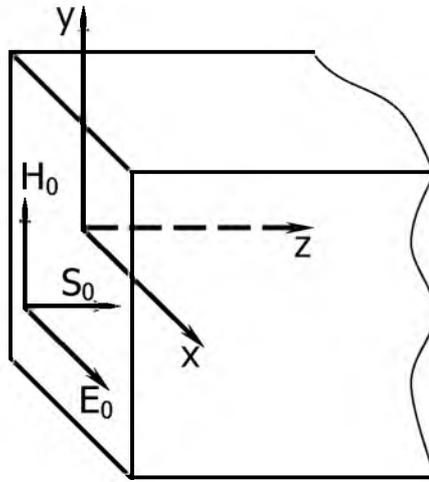


Рисунок 3.1

Из (3.16) выводятся формулы для расчета активной и реактивной мощностей электромагнитного поля в полубесконечном проводящем теле, отнесенном к единице площади поверхности тела, причем численно эти мощности совпадают

$$P_0 = |Q_0| = 10^{-6} \cdot H_{0m}^2 \cdot \sqrt{\rho \cdot \mu \cdot f}. \quad (3.17)$$

Анализ выражений (3.15) и (3.17) позволяет сделать следующие выводы:

– на глубине  $\Delta_3$  напряженность электромагнитного поля уменьшается в  $e = 2,718$  раз по сравнению с ее значением на поверхности металлического тела. В слое толщиной  $\Delta_3$  выделяется 86,4 % всей энергии, прошедшей через поверхностный слой загрузки;

– выделение энергии в проводнике зависит как от параметров поля, так и от свойств проводника;

– неравномерность выделения энергии, т.е. поверхностный эффект в проводнике также определяется параметрами поля и проводника.

Если нагреваемая загрузка имеет конечную толщину, то падающая электромагнитная волна, отразившись от ее задней стенки, порождает отраженную волну, и напряженности полей в любой точке загрузки являются суммой напряженностей падающей и отраженной волн.

### **3.2 Расчет энергетических параметров индуктора**

Система "индуктор-загрузка" для наиболее распространенного случая, когда индуктор и загрузка цилиндрические, причем загрузка находится внутри индуктора, представлена на рисунке 3.2.

Основными энергетическими параметрами индуктора, характеризующими эффективность его работы, являются КПД и  $\cos \varphi$ . К величинам, составляющим эти параметры, относятся активная и реактивная мощности индуктора ( $P_1$  и  $Q_1$ ), активная и реактивная мощности загрузки ( $P_2$  и  $Q_2$ ) и реактивная мощность зазора ( $Q_3$ ).

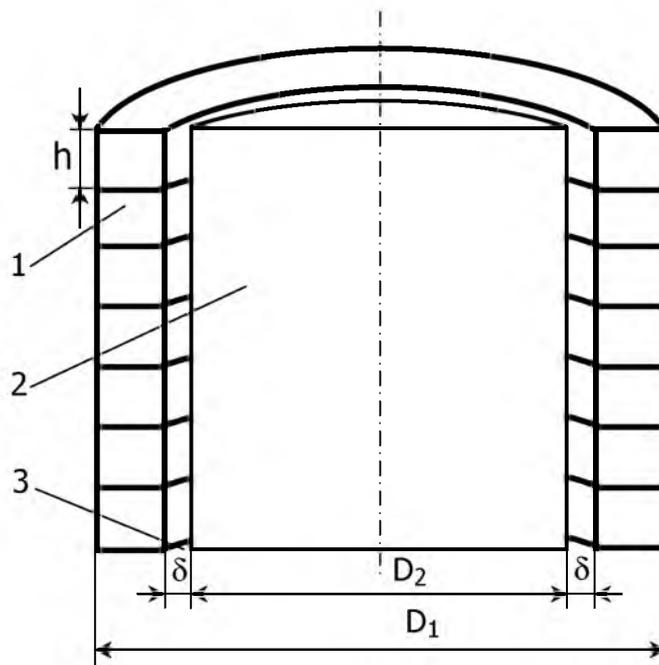


Рисунок 3.2 – Цилиндрическая осесимметричная система "индуктор-загрузка": 1– индуктор; 2 – загрузка; 3 – зазор между индуктором и загрузкой

Как показывают исследования, удельная мощность, выделяющаяся в цилиндрическом нагреваемом теле, не зависит от абсолютной величины радиуса цилиндра, а зависит только от соотношения  $\frac{R_2 \cdot \sqrt{2}}{\Delta_3}$ , называемого относительным радиусом загрузки, являющегося аргументом функций  $F_{ц}$  и  $G_{ц}$  (комплекс, образованные из функций Бесселя, определяются по графикам или таблицам). Поэтому при заданных  $\rho$  и  $\mu$  максимальную активную мощность, а, следовательно, наиболее быстрый нагрев можно получить только в том случае, если при этих условиях соотношение  $\frac{R_2 \cdot \sqrt{2}}{\Delta_3}$  соответствует максимуму функции  $F_{ц}$ .

Основываясь на вышеизложенное, принимаем для сквозного нагрева относительный радиус загрузки равным десяти

$$\frac{R_2 \cdot \sqrt{2}}{\Delta_3} = 10, \quad (3.18)$$

что соответствует большинству практических случаев. Тогда:

$$P_2 = Q_2; \quad (3.19)$$

$$F_{\text{ц}} = G_{\text{ц}} = 1.$$

В этом случае с достаточным приближением можно считать поверхность загрузки и индуктора плоскими, т.е. пренебречь кривизной поверхности.

Отсюда  $P_1$ , кВт/м, и  $Q_1$ , квар/м, создаваемые за счет поглощения электромагнитной энергии индуктором на 1 метр его длины, определяются как:

$$P_1 = 6,2 \cdot 10^{-6} \cdot (I \cdot w_{1,0})^2 \cdot D_1 \cdot \sqrt{\rho_1 \cdot f} \cdot F_{\text{ц}} / k_{\text{зи}}; \quad (3.20)$$

$$Q_1 = 6,2 \cdot 10^{-6} \cdot (I \cdot w_{1,0})^2 \cdot D_1 \cdot \sqrt{\rho_1 \cdot f} \cdot G_{\text{ц}} / k_{\text{зи}}, \quad (3.21)$$

- где  $I$  – ток индуктора, А;  
 $w_{1,0}$  – число витков индуктора на единицу его длины;  
 $D_1$  – диаметр индуктора (внутренний), м;  
 $\rho_1$  – удельное электрическое сопротивление материала индуктора, Ом·м;  
 $f$  – частота источника питания, Гц;

$k_{зи}$  – коэффициент заполнения индуктора.

Внутренний диаметр индуктора определяется по формуле

$$D_1 = D_2 + 2 \cdot \delta. \quad (3.22)$$

Активная и реактивная мощность  $P_2$ , кВт/м, и  $Q_2$ , квар/м, загрузки на 1 метр ее длины определяется как:

$$P_2 = 6,2 \cdot 10^{-6} \cdot (I \cdot w_{1,0})^2 \cdot D_2 \cdot \sqrt{\rho_2 \cdot \mu_2 \cdot f} \cdot F_{ц}; \quad (3.23)$$

$$Q_2 = 6,2 \cdot 10^{-6} \cdot (I \cdot w_{1,0})^2 \cdot D_2 \cdot \sqrt{\rho_2 \cdot \mu_2 \cdot f} \cdot G_{ц}, \quad (3.24)$$

где  $D_2$  – диаметр загрузки, м;

$\rho_2$  – удельное электрическое сопротивление материала загрузки, Ом·м;

$\mu_2$  – относительная магнитная проницаемость материала загрузки.

Потери мощности в зазоре  $Q_3$ , квар/м, имеют только реактивную составляющую и зависят от взаимных размеров индуктора и загрузки

$$Q_3 = 6,2 \cdot 10^{-9} \cdot (I \cdot w_{1,0})^2 \cdot f \cdot D_2^2 \cdot \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right]. \quad (3.25)$$

Глубина проникновения электромагнитной волны в материал загрузки и частота источника питания связаны соотношением (3.15).

Электрический КПД системы "индуктор-загрузка" определяется из соотношения полезной активной мощности, выделяющейся в металле, и активных потерь в индукторе

$$\eta_{\text{эл}} = \frac{P_2}{(P_1 + P_2)}. \quad (3.26)$$

При определении коэффициента мощности системы "индуктор-загрузка" необходимо учитывать активную и реактивную мощности, выделяющиеся в индукторе, загрузке, а также в зазоре

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{P_1 + P_2} \right)^2}}. \quad (3.27)$$

Вследствие высокой собственной индуктивности индукционного нагревателя естественный коэффициент мощности его практически всегда намного меньше максимально теоретически возможного, равного 0,707. Для повышения значения коэффициента мощности используются средства искусственной компенсации (как правило, батареи статических конденсаторов), необходимую мощность которых определяют по формуле

$$Q_{\text{кв}} = (P_1 + P_2) \cdot (\text{tg } \varphi_{\text{ест}} - \text{tg } \varphi_{\text{н}}). \quad (3.28)$$

### 3.3 Режимы и стадии нагрева стального тела

Энергия, передаваемая в заготовку, выделяется в поверхностном слое, равном глубине проникновения электромагнитной волны  $\Delta_3$ . При нагреве ферромагнитных тел глубина проникновения резко возрастает при температуре магнитных превращений и далее остается постоянной. У парамагнитных материалов глубина проникновения изменяется незначительно. Во всех случаях для получения достаточно высокого КПД глубина проникновения должна быть значительно меньше размеров поперечного сечения заготовки. Поэтому большая часть сечения тела нагревается за счет теплопроводности.

Скорость теплопередачи зависит от градиента температуры. Если в начале нагрева обеспечить передачу в нагреваемую поверхность достаточной мощности, можно за несколько секунд нагреть поверхностный слой в пределах горячей глубины проникновения до ковочной температуры (для стали около 1200 °С). При этом перепад температуры между поверхностью и сердцевиной, а также скорость передачи тепла от поверхности к сердцевине достигнут максимального значения. По мере повышения температуры центра скорость теплопередачи уменьшается.

Повышать температуру поверхности для сохранения градиента температуры и скорости теплопередачи обычно нельзя, так как поверхность начинает усиленно окисляться, структура поверхностного слоя ухудшается, а при быстром нагреве заготовки некоторых марок стали растрескиваются. Поэтому мощность,

передаваемую в нагреваемую деталь, приходится постепенно уменьшать, чтобы температура на поверхности оставалась постоянной. При таком режиме в течение всего процесса нагрева обеспечивается максимально возможный градиент температуры между поверхностью и сердцевиной и, следовательно, максимально возможная скорость передачи тепла к центру. Очевидно, что при рассматриваемом режиме нагрева при любой продолжительности температура его поверхности всегда будет несколько выше температуры центра.

Обычно нагрев прекращают, когда разница в температуре поверхности и центра не превышает  $100 \div 150$  °С для конструкционных нелегированных сталей и  $50 \div 100$  °С для сталей с более узким интервалом ковочных температур.

Во время передачи заготовки из индуктора к ковочному агрегату температура ее поверхности несколько падает.

Таким образом, происходит еще большее выравнивание температуры. Время, необходимое для нагрева детали от 20 °С до ковочной температуры с заданным перепадом температур, называется временем нагрева. Очевидно, что время нагрева зависит от частоты источника питания  $f$  (глубины проникновения  $\Delta_3$ ), физических свойств заготовки (ее теплопроводности), а также от ее диаметра.

Описанный режим, при котором, как указано выше, получается минимальное время нагрева, называется нагревом при постоянной температуре поверхности.

Удельную мощность, передаваемую в нагреваемую поверхность, можно подобрать таким образом, чтобы температура

на поверхности поднималась постепенно и достигала ковочной (около 1200 °С), а температура сердцевины – 1050 ÷ 1100 °С.

Очевидно, что для получения такого режима нагрева потребуется меньшая удельная мощность, чем при первом режиме. При этом время нагрева будет в два-три раза больше. Дальнейшее уменьшение удельной мощности нецелесообразно, так как приводит к росту потерь и увеличению времени нагрева.

При нагреве стали изменяются ее электрофизические параметры: удельное электрическое сопротивление и магнитная проницаемость [3].

Магнитная проницаемость слабо зависит от температуры примерно до 650 ÷ 700 °С, затем резко уменьшается и достигает значения, примерно равного проницаемости вакуума (рисунок 3.3).

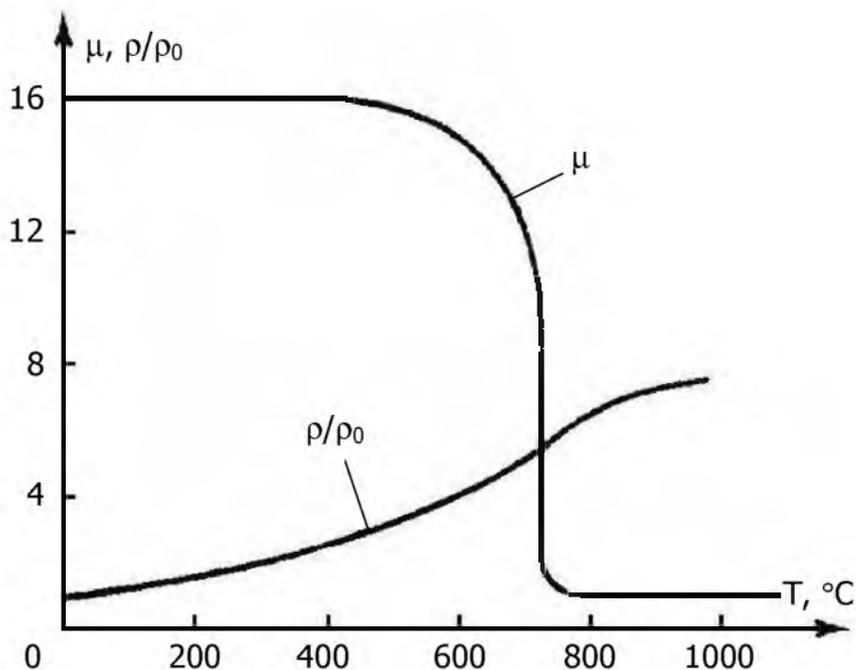


Рисунок 3.3 – Зависимость  $\mu$  и  $\rho/\rho_0$  от температуры  $T$  для среднеуглеродистой стали

В приближенных расчетах обычно считается, что она падает скачком до  $\mu = 1$  в точке магнитных превращений (точке Кюри), примерно соответствующей температуре  $750 \div 770$  °С. На рисунке 3.3 исходное значение магнитной проницаемости принято равным 16, что объясняется применением при индукционном нагреве весьма сильных магнитных полей. Часто ее исходное значение составляет  $5 \div 6$ .

Зависимость удельного сопротивления от температуры для стали с содержанием углерода  $0,4 \div 0,5$  % приведена на том же рисунке 3.3. Из кривой видно, что в промежутке  $15 \div 800$  °С удельное сопротивление возрастает примерно в 5 раз. В дальнейшем рост удельного сопротивления замедляется, причем значения его для разных сортов стали становятся почти равными. В среднем можно принять, что в интервале температур  $800 \div 900$  °С удельное сопротивление равно  $10^{-6}$  Ом·м. В результате падения магнитной проницаемости и роста удельного сопротивления в процессе нагрева глубина проникновения тока возрастает в  $8 \div 10$  раз. Для определения глубины проникновения тока в сталь, нагретую выше точки магнитных превращений, можно написать простую формулу, подставив в (3.15) значения  $\rho = \rho_k = 10^{-6}$  Ом·м и  $\mu = 1$ . Тогда

$$\Delta_k \approx \frac{0,5}{\sqrt{f}}. \quad (3.29)$$

Индекс К указывает, что значения соответствующих величин относятся к температуре, превышающей точку магнитных

превращений. Глубину проникновения тока в этом случае считают горячей глубиной проникновения тока.

При нагреве сталь теряет магнитные свойства, прогреваясь постепенно, от слоя к слою, от поверхности вглубь. Распределение плотности тока, приведенное на рисунке 3.4, искажается, а металл становится как бы двухслойным. При качественном рассмотрении можно считать, что распределение плотности тока изобразится ломаной линией, состоящей из отрезков двух экспонент, первая из которых соответствует стали, нагретой выше точки магнитных превращений, а вторая – стали, обладающей магнитными свойствами. В [3] показано, что кривая для наружного слоя идет более полого из-за частичного отражения проникающей в металл электромагнитной волны от границы раздела слоя.

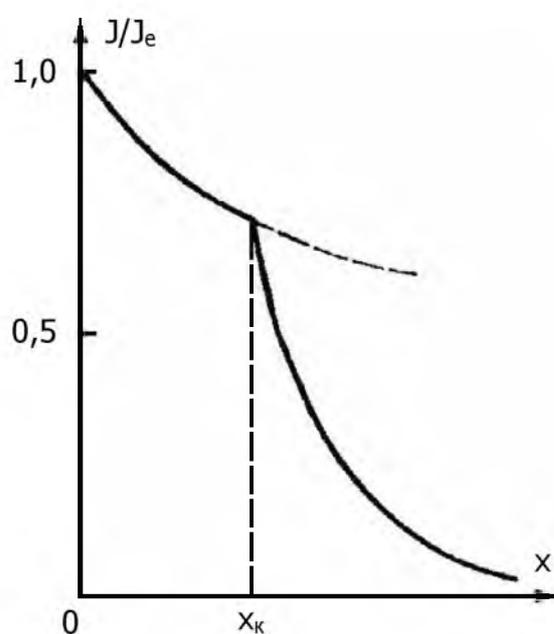


Рисунок 3.4 – Распределение плотности тока в стальной загрузке, нагретой до температуры выше точки магнитных превращений на глубину  $x_k$

Излом кривой ярко выражен, если глубина прогретого слоя  $x_k$  меньше  $\Delta_k$ . В этом случае выделение энергии в слое  $x_k$  наиболее равномерно, вследствие чего нагрев происходит быстро, без большого перепада температуры в нагреваемом слое и с малыми тепловыми потерями на нагрев сердцевины.

На рисунке 3.5 представлено распределение температуры при нагреве под поверхностную закалку на глубину  $x_k$ .

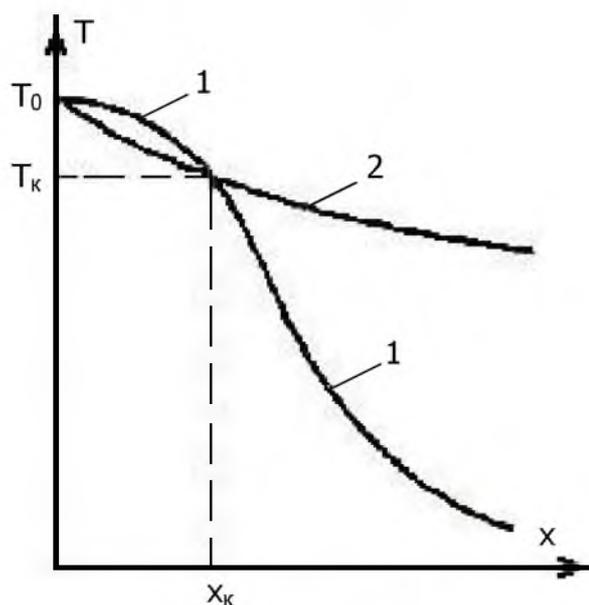


Рисунок 3.5 – Распределение температуры  $T$  по сечению при индукционном нагреве

Кривая 1 соответствует режиму  $x_k < \Delta_k$ , называемому глубинным, так как теплота выделяется по всей глубине слоя  $x_k$ . Кривая 2 соответствует случаю  $x_k > \Delta_k$ . Здесь основную роль играет теплопроводность, так же, как и при нагреве внешними источниками тепла, например, в соляной ванне или печи сопротивления. Такой тип нагрева называется чисто поверхностным. Он характеризуется большими потерями на утечку тепла в глубь нагреваемого объекта, чем глубинный. Время

нагрева при том же перепаде температуры в нагреваемом слое резко увеличивается и становится таким же, как при нагреве с внешними источниками тепла. Этот тип нагрева является невыгодным. На роль изменения свойств стали в формировании процесса нагрева впервые обратил внимание В.П. Вологдин, который ввел также и классификацию типов нагрева [4, 5].

Изменение свойств стали с ростом температуры вызывает также значительное изменение эквивалентных параметров индуктора. В соответствии с формулой (1-41) [3] полное электрическое сопротивление индуктора

$$Z_H = r_1 + r'_2 + j \cdot (x_S + x'_{M2}) = r_H + j \cdot x_H. \quad (3.30)$$

Активное сопротивление  $r_1$  для весьма длинного индуктора и индуктивное сопротивление рассеяния  $x_S$  не зависят от физических свойств нагреваемого объекта. Однако сопротивления  $r'_2$  и  $x'_{M2}$  нагреваемого объекта существенно зависят от его удельного сопротивления  $\rho_2$  и относительной магнитной проницаемости  $\mu$ , претерпевающих значительные изменения в процессе нагрева.

При рассмотрении индукционного нагрева стали до температуры, превышающей точку магнитных превращений, целесообразно ввести понятия о стадиях нагрева, характеризующих режим работы системы. Выделим три основные стадии нагрева:

– начало нагрева – холодный режим. Удельное сопротивление постоянно по всему сечению и равно исходному. Магнитная проницаемость в любой точке сечения определяется кривой намагничивания. Магнитная проницаемость возрастает от

поверхности, где сталь находится в состоянии сильного магнитного насыщения, вглубь;

– промежуточный режим. Температура поверхности нагреваемого объекта выше исходной, но ниже точки магнитных превращений. Для последней примем среднее значение  $T_{\mu} = 750 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . Эта стадия нагрева отличается от первой зависимостью удельного сопротивления от координаты, так как функцией координаты является температура, убывающая от поверхности вглубь объекта. Очевидно, что непостоянство удельного сопротивления существенно лишь в пределах участка, равного глубине проникновения электромагнитной волны:  $x_{\lambda} = (1,5 \div 2,0) \cdot \Delta_2$ . На таком расстоянии от поверхности температура и удельное сопротивление, как это следует из расчета и опыта, падают не более, чем в два раза, что несоизмеримо с изменением магнитной проницаемости, возрастающей от поверхности вглубь в сотни и тысячи раз. Поэтому в практических расчетах удельное сопротивление в этом режиме может быть принято равным его значению на поверхности. Обычно расчет ведется для температуры поверхности  $T_0 = 600 \div 650 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , при которой в среднем  $\rho_2 \approx (6,0 \div 6,5) \cdot 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ;

– горячий режим. Начало горячего режима соответствует образованию у поверхности слоя глубиной  $x_{\kappa}$ , нагретого выше точки магнитных превращений, в то время как остальная часть сечения, имеющая более низкую температуру, постепенно спадающую по мере удаления от поверхности, остается ферромагнитной. Переменными являются  $\rho_2$  и  $\mu$ , причем  $\mu$  изменяется почти скачком на границе слоя  $x_{\kappa}$ . Расчетной моделью

этой стадии нагрева является двухслойная среда, в которой на границе слоев магнитная проницаемость меняется скачком от  $\mu = 1$  до некоторого значения  $\mu > 1$ .

В предельном случае горячего режима все сечение прогрето, и  $\rho_2$  и  $\mu$  можно считать постоянными ( $\mu = 1$ ,  $\rho_2 = \rho_k$ ).

При расчете установок для сквозного нагрева стальных объектов горячий режим будет подразделяться на две стадии: второй промежуточный режим ( $x_k < \Delta_k$ ) и собственно горячий режим ( $x_k > \Delta_k$ ).

При этом КПД индуктора от начала первой стадии нагрева к концу второй стадии повышается вследствие роста удельного сопротивления. С начала третьей стадии нагрева КПД падает, так как сталь теряет магнитные свойства.

### 3.4 Методы нагрева

Определить количество заготовок  $n$ , подвергающихся одновременному нагреву, возможно после выбора режима нагрева по заданной необходимой производительности нагревательного устройства (кг в час или заготовок в час) и рассчитанному времени нагрева заготовки  $t_n$ . Время нагрева заготовки можно определить по формуле

$$n = t_n / t, \quad (3.31)$$

где  $t$  – заданный интервал времени, с которым заготовки должны подаваться к ковочному агрегату.

Одновременный нагрев  $n$  заготовок можно осуществить двумя способами.

Первый способ состоит в установке  $n$  одинаковых индукторов, в которые по очереди с интервалом  $t$  помещается по одной заготовке, и подключении соответствующего индуктора к источнику питания. При этом через  $t_n = t \cdot n$  секунд все индукторы будут заполнены заготовками, а заготовка в первом индукторе достигнет ковочной температуры. Этот индуктор может быть отключен и заготовка из него выдана для последующих операций, а вместо нее установлена новая заготовка. Затем выдается заготовка из второго индуктора и т. д. Метод нагрева, при котором в каждом индукторе находится по одной заготовке, а при смене заготовок индуктор отключается, называется периодическим. При этом для обеспечения равномерного нагрева концов заготовки длина индуктора должна быть несколько больше длины заготовки (примерно на два диаметра заготовки). При периодическом методе нагрева, даже если напряжение на индукторе остается строго постоянным, удельная мощность, передаваемая в заготовку, все время изменяется, так как изменяются удельное сопротивление и магнитная проницаемость нагреваемой заготовки.

Второй способ состоит в использовании одного длинного индуктора, в котором помещается одновременно  $n$  заготовок. Каждые  $t$  секунд в один из концов индуктора подается холодная заготовка. При этом все заготовки, лежащие в индукторе, перемещаются на шаг, равный длине заготовки. Из второго конца индуктора будет выдаваться заготовка, достигшая ковочной температуры. Таким образом, заготовки в процессе нагрева

перемещаются от одного конца индуктора к другому. Индуктор подключается к источнику питания в начале работы и остается все время включенным. При постоянстве напряжения на таком индукторе мощность, передаваемая в заготовки, остается все время постоянной (если число заготовок, одновременно находящихся в индукторе, достаточно велико, например, не менее  $5 \div 6$ ), так как удельное сопротивление и магнитная проницаемость последней поданной заготовки и предпоследней отличаются незначительно вследствие небольшой разности температур между ними. То же самое можно сказать и о заготовке, выходящей из индуктора, и следующей. Такой метод нагрева заготовок называется методическим. Длина индуктора для методического нагрева определяется по формуле

$$l_{и} = n \cdot l_{з} + \Delta l_{и}, \quad (3.32)$$

где  $l_{з}$  – длина заготовки;

$\Delta l_{и}$  – дополнительная длина, на которую увеличивают индуктор, чтобы концы первой и последней заготовки не отставали в нагреве.

Иногда при методическом нагреве заготовки в индуктор подают при помощи роликового механизма, обеспечивающего непрерывное перемещение столба заготовок со скоростью  $v = l_{з} / t$ , м/с. При периодическом методе нагрева режим с постоянной температурой на поверхности можно осуществить при помощи программного регулятора, воздействующего, например, на систему возбуждения машинного генератора, питающего индуктор,

и снижающего напряжение на индукторе по мере прогрева заготовки. Этим же регулятором, работающим по другой программе, можно осуществить обычный режим нагрева.

При методическом методе нагрева режим с постоянной температурой на поверхности получают, разбивая индуктор по длине на несколько секций, в каждой из которых помещается целое число заготовок. Это необходимо при перемещении заготовок толкателем, чтобы все части их находились равное время в зонах одинаковой удельной мощности. Шаг навивки индуктирующего провода в каждой следующей секции выбирается большим, чем в предыдущем. Вследствие последовательного включения секций в них протекает одинаковый ток. Число ампер-витков на единицу длины от одного конца к другому постепенно уменьшается. Таким образом, по мере перемещения заготовки по индуктору удельная мощность, передаваемая в нее, падает. При соответствующем подборе длины отдельных секций индуктирующего провода и шага их навивки [6] можно осуществить необходимый режим нагрева. Если заготовки перемещаются сквозь индуктор с постоянной скоростью ( $v = l_3 / t$ ), то в отдельных секциях может находиться нецелое число заготовок.

Обычный режим нагрева при методическом методе получают, подбирая общее число витков индуктора и его длину. Шаг навивки по всей длине индуктора остается постоянным.

Индукторы для нагрева при постоянной температуре поверхности (или, как их называют иначе – ускоренного нагрева) сложнее в изготовлении. Кроме того, при большой номенклатуре заготовок и частых переналадках этот режим требует чрезвычайно

высокой культуры обслуживания. При небольших нарушениях режима происходит оплавление поверхности заготовки. Поэтому он используется гораздо реже обычного нагрева.

Периодический метод нагрева имеет одно принципиальное преимущество. В случае остановки ковочного агрегата на ремонт заготовки должны в течение некоторого времени оставаться в индукторах. После достижения ковочной температуры, включая и выключая индукторы по команде фотопирометра или реле времени, можно поддерживать температуру заготовок на достигнутом уровне и выдавать их сразу, когда ковочный агрегат снова начнет работу.

В методических нагревателях можно таким же образом поддерживать температуру заготовки, находящейся у выхода из индуктора. Однако температура остальных заготовок будет изменяться по-разному, и в случае продолжительной остановки (10 ÷ 20 мин) нагреватель выйдет из режима работы.

Чтобы не нарушать режим работы нагревателя в случае остановки ковочного агрегата (т.е. сохранить распределение температуры по длине столба заготовок, находящихся в индукторе), мощность, передаваемую в индуктор, снижают в несколько раз. Одновременно с этим уменьшают скорость перемещения заготовок сквозь индуктор (или, иначе говоря, увеличивают время, через которое заготовки выдаются из индуктора). При этом некоторое небольшое число заготовок будет отброшено для повторного нагрева. Однако в любой момент времени, увеличив мощность, передаваемую в индуктор, можно восстановить нормальный режим работы нагревателя.

При сквозном нагреве металла индукционные установки имеют

следующие преимущества по сравнению с другими нагревательными агрегатами (пламенными печами и печами сопротивления):

- малое время нагрева. Это позволяет снизить окалинообразование, дает экономию металла (в среднем 20 кг/т), увеличивает срок службы штампов (примерно на 20 %), износу которых способствует наличие твердой окалины;

- высокая равномерность нагрева;

- значительно более высокая производительность на единицу занимаемой площади;

- легкость автоматизации и встройки в поточные линии;

- улучшение условий и экологии труда (минимум тепловыделений и загрязнений в цехе).

Однако индукционным установкам для сквозного нагрева присущ и ряд недостатков:

- более высокая стоимость оборудования;

- более высокий удельный расход энергии (для стали в среднем 500 кВт·ч/т);

- невозможность унификации конструкции индукторов (для каждой номенклатуры загрузки необходим свой индуктор).

### **3.5 Конструкция индукционных установок для сквозного нагрева**

Конструкция индукционной установки для сквозного нагрева определяется ее производительностью, формой и размером нагреваемых заготовок. В промышленности используются установки

мощностью от нескольких киловатт (нагрев для гибки или штамповки мелких деталей) до десятков мегаватт (нагрев крупных слитков или слябов перед прокаткой или прессованием).

В серийном производстве, когда велики партии однотипных заготовок, обычно используются установки непрерывного действия. Они обеспечивают наиболее высокую производительность, полную загрузку источника питания во времени и стабильность электрического режима.

Основными элементами установки (рисунок 3.6) является индуктор 1, конденсаторная батарея 2, механизмы загрузки 3 и выгрузки 4 нагреваемых заготовок и шкаф управления. Заготовки с наклонного загрузочного лотка или из бункера с отсекателем поступают на вход в индуктор. Транспортер с прижимными роликами 5 и электромеханическим приводом перемещает холодную заготовку 6 в индуктор, продвигая одновременно на один шаг весь находящийся в индукторе ряд заготовок. Последняя нагретая заготовка 7 выходит из индуктора, поступая на разгрузочный лоток.

Для обеспечения равномерного нагрева торцевой части последней заготовки индуктор имеет линейный размер несколько больший, чем ряд находящихся в нем заготовок. В этом случае для извлечения последней заготовки используют механизм выгрузки в виде приводного рольганга 4 с верхним прижимным роликом.

Методические индукционные установки, работающие на промышленной частоте, предназначаются для нагрева заготовок большого диаметра (свыше 130 мм) и обычно имеют несколько иную компоновку.

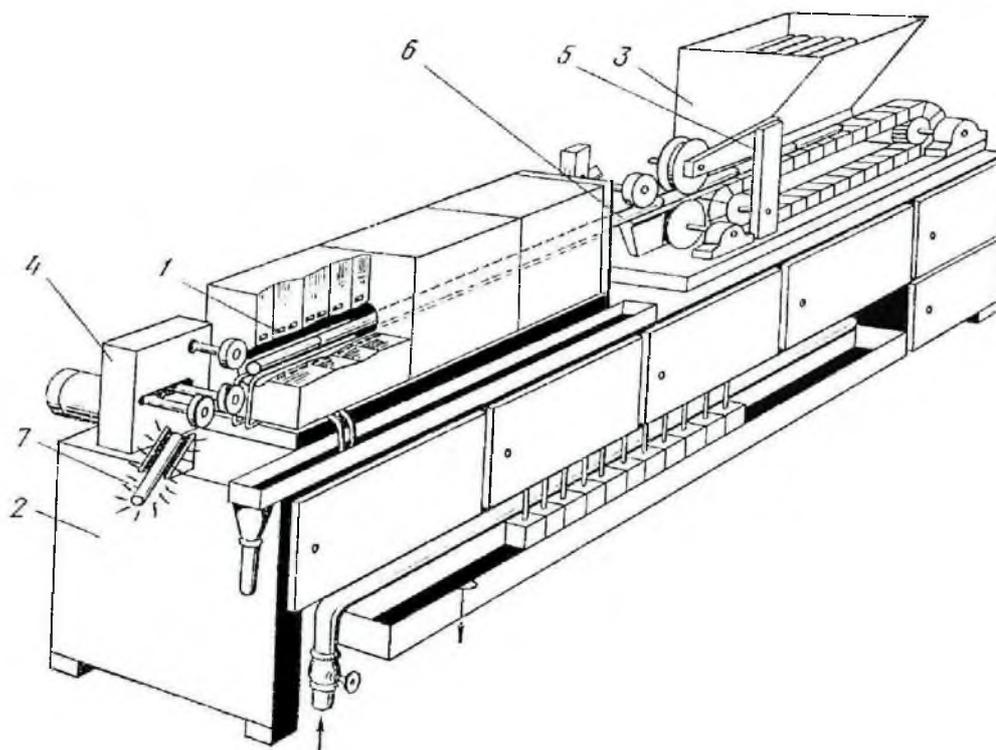


Рисунок 3.6 – Индукционная установка для методического нагрева цилиндрических заготовок

Установки большой мощности выполняются, как правило, трехфазными или же комплектуются статическими индуктивно-емкостными устройствами симметрирования нагрузки по фазам.

Индукторы, включаемые в разные фазы, располагаются встык либо разнесены по длине. В первом случае достигается компактность установки. Однако на стыках соседних индукторов вследствие сдвига фаз тока ослаблено электромагнитное поле и соответственно ниже температура загрузки.

В установках с разнесенными фазами это явление отсутствует. Кроме того, облегчается механизация установки, что особенно существенно при нагреве крупных слитков и высоком темпе выдачи.

Три однофазных индуктора располагаются линейно и соединены в симметричную трехфазную систему. Механизм

загрузки пропускает с наклонного стола заготовку, которая затем гидравлическим толкателем вдвигается в первый индуктор, одновременно выталкивая из него нагретый слиток. Этот слиток попадает на промежуточный рольганг и толкателем механизма перемещения задвигается во второй индуктор.

Механизм выгрузки на выходе третьего индуктора передвигает нагретую заготовку к прессу. Установка имеет отдельное регулирование мощности каждого индуктора, для чего предусмотрены вольтодобавочные трансформаторы с переключаемыми первичными обмотками. Последний по ходу движения заготовок индуктор имеет дополнительную самостоятельно регулируемую секцию для подогрева торца заготовки. Это необходимо, так как, несмотря на заглобление заготовок в индуктор, магнитное поле в этой зоне ослаблено. Кроме того, с торца последней заготовки велики тепловые потери. Температура заготовок в каждом индукторе контролируется радиационными пирометрами. Установка содержит следующие основные узлы: индукционный нагреватель, щит управления, щит пирометрический, контакторные панели, вольтодобавочные трансформаторы, конденсаторные батареи, установленные в подвальном помещении под индукторами, маслонапорную установку с гидроаппаратурой и систему водоохлаждения индуктора. Установка комплектуется съемными индукторами, обеспечивающими нагрев с высоким КПД всего диапазона диаметров заготовок. Предусмотрена возможность корректировки режима нагрева в случае перерывов в работе прессового оборудования длительностью не более 20 мин.

Индуктор индукционной установки состоит из обмотки 1, жаростойкой теплоизоляции 2, направляющих 3, каркаса для крепления обмотки 4 и системы подвода и отвода охлаждающей воды 5, 6 (рисунок 3.7).

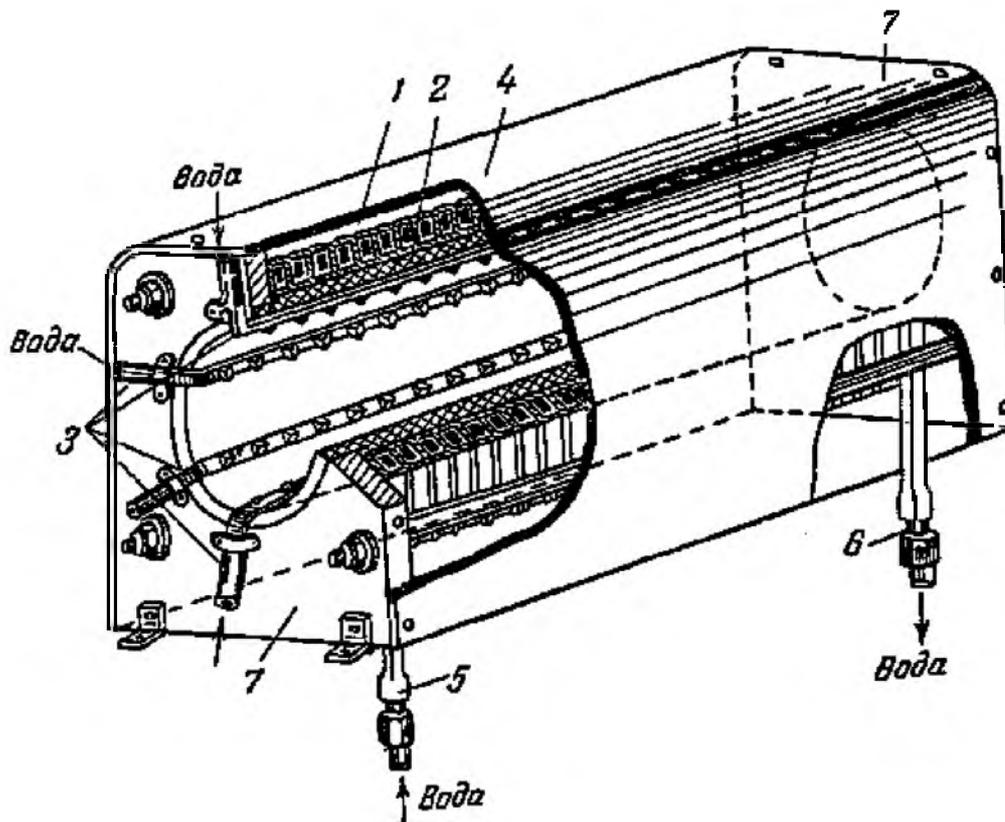


Рисунок 3.7 – Индуктор для нагрева цилиндрических заготовок.

1 – многовитковая катушка; 2 – теплоизоляция;

3 – направляющие; 4 – кожух;

5,6 – патрубки для входа и выхода воды; 7 – асбоцементные плиты

Обмотки изготавливаются из стандартных или профилированных медных водоохлаждаемых трубок или шин (при малых мощностях нагрева). Витки изолируются лакотканью, стеклотканью или киперной лентой, пропитанной шеллаком. Крепление витков обмотки на каркасе производится путем зажатия всей обмотки между торцевыми щеками из изоляционного

материала (асбоцемента, текстолита) или креплением витков на деревянных брусках.

В качестве жаростойкой изоляции используются трубки или фасонные кирпичики из шамота или другого огнеупорного материала. Для повышения эффективности работы индуктора зазор между витками индуктора и нагреваемыми заготовками должен быть по возможности минимальным, но обеспечивающим механическую прочность теплоизоляционного слоя. Существует также практика обмуровки обмотки индуктора цементированной теплоизоляционной массой, выдерживающей большие механические нагрузки и не растрескивающейся при разности температуры по сечению от  $20 \div 50$  до  $1000 \div 1200$  °С.

Так, например, при нагреве заготовок до 300 °С достаточно на внутреннюю поверхность индуктора наклеить слой асбестового полотна. При нагреве заготовок до 500 °С в качестве теплоизоляции применяют асбоцементные трубы. Нагрев до 900 °С ведут в индукторах с теплоизоляцией из шамотных колец или асбокерамических труб. Для нагрева до 1200 °С в качестве огнеупорной части теплоизоляции часто используют шамотные втулки, а между индуктором и втулкой прокладывают слой асбестового полотна или картона. Наиболее удобно для этого диапазона температуры использовать жаростойкий бетон. Он более прочен и долговечен, чем шамотные втулки. Бетон изготавливается на основе тонкомолотого магнезита, шамотного заполнителя, кремнефтористого натрия и жидкого стекла. Футеровка из бетона может выполняться путем набивки в зазор между индуктором и шаблоном, обмазки индуктора изнутри, изготовлением втулок

нужных размеров, заливкой предварительно изолированного индуктора целиком в бетон (наиболее эффективно). При нагреве до  $2000 \div 2500$  °С применяют графитовую засыпку, углеткани, специально располагаемые в магнитном поле индуктора молибденовые или вольфрамовые экраны [7].

Во избежание быстрого истирания теплоизоляционного слоя (футеровки) при перемещении заготовок, особенно в индукционных нагревателях методического действия, применяют направляющие либо из трубок круглого сечения, через которые пропускается охлаждающая вода, либо из пластин, согнутых в виде корыта, или фасонных прутков из немагнитной жаропрочной стали, обычно Х18Н10Т (ЭЯ1Т).

Чем меньше зазор между индуктором и загрузкой, тем выше электрический КПД, однако при этом уменьшается тепловой КПД из-за малой толщины тепловой изоляции. Чем выше температура нагрева и соответственно больше тепловые потери, тем большим принимается зазор между индуктором и загрузкой. Для нагрева стали отношение диаметра индуктора к диаметру загрузки принимается в диапазоне  $1,4 \div 1,8$ .

Тепловая изоляция не только снижает тепловые потери, но и уменьшает температуру нагрева электрической изоляции до допустимого значения. Тепловая и электрическая изоляция индуктора должны надежно работать при имеющих место больших температурных перепадах по толщине, высоких скоростях нагрева и остывания.

Витки индуктора, работающего на промышленной частоте, испытывают значительные электродинамические усилия,

вызывающие их вибрацию. Особенно велика вибрация индуктора для нагрева крупных прямоугольных слитков металла (слябов). Крепление индуктора, его электро- и теплоизоляция в этих случаях должны выбираться с учетом вибрационных нагрузок.

Для безопасности работы индуктор накрывается капотом из немагнитного материала, который должен иметь заземление, или капотом из изоляционного пластического материала. Возможна установка модуля индуктора внутри общего заземленного кожуха нагревателя.

Установки с описанными выше индукторами выполняют с совмещенными и разнесенными фазами [8]. В первых индукторы отдельных фаз располагаются встык друг к другу, что обеспечивает большую компактность установки. Однако на стыках фаз имеют место "провалы" электромагнитного поля, вызывающие неравномерность нагрева слитков по длине. У вторых в промежутках между индукторами располагаются механизмы для перемещения слитков.

Индукционная установка непрерывного действия промышленной частоты с разнесенными индукторами-фазами представлена на рисунке 3.8.

Установка относится к индукционным установкам промышленной частоты типа 1ИНМ-300П-27/70Н (рисунок 3.9), предназначенным для сквозного нагрева цилиндрических заготовок диаметром от 130 до 270 мм и длиной от 400 до 700 мм из нержавеющей и углеродистых сталей до температуры 1250 °С перед прессованием.

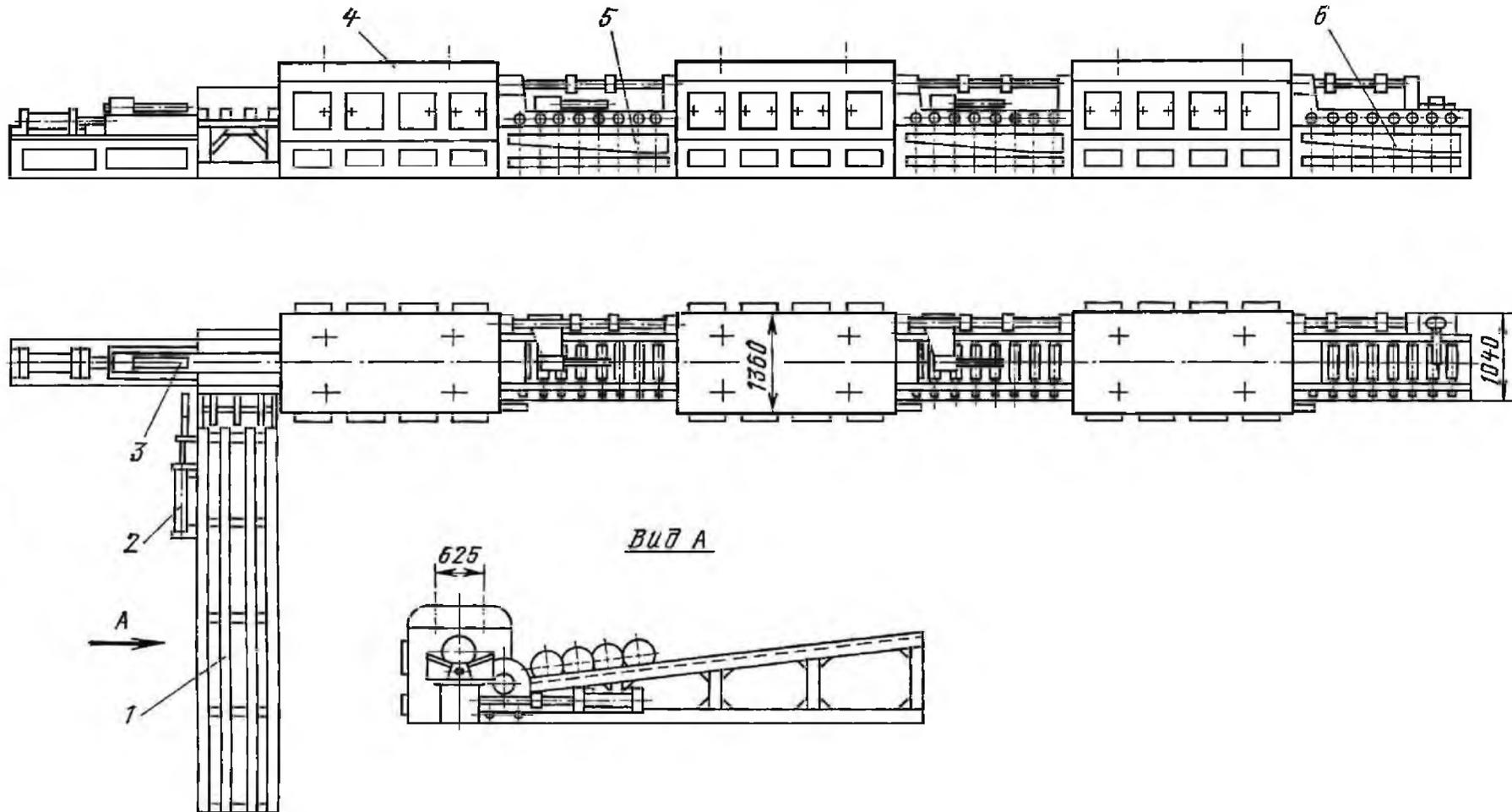


Рисунок 3.8 – Индукционная нагревательная установка непрерывного действия с разнесенными индукторами-фазами.

1 – загрузочный лоток; 2 – отсекаль слитков; 3 – толкатель; 4 – индуктор;  
5 – промежуточный рольганг с толкателем; 6 – механизм выгрузки

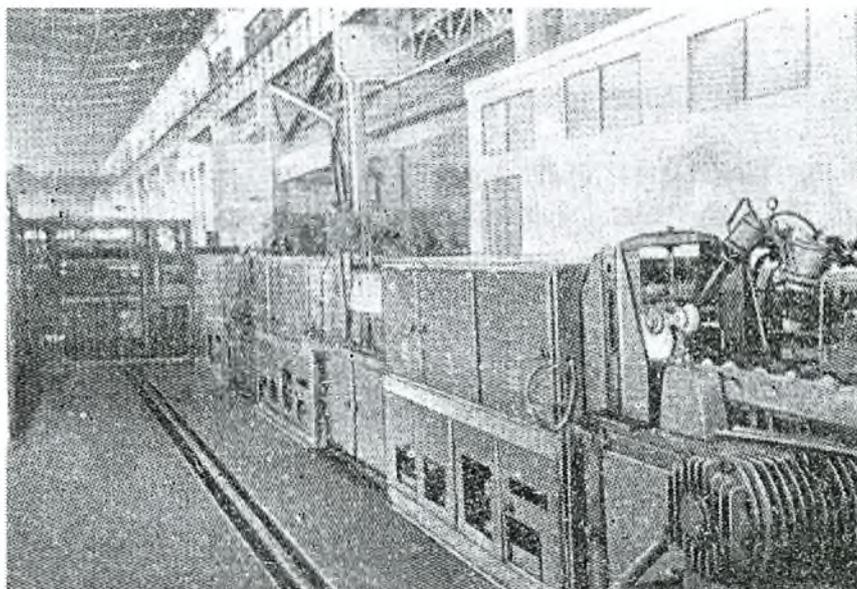


Рисунок 3.9 – Общий вид индукционной установки 1ИНМ-300П-27/70Н

Установка включает в себя три однофазных индукционных нагревателя методического действия, скомпонованных линейно по одной оси и электрически соединенных в симметричную трехфазную систему.

Индукционные нагреватели объединены в один агрегат с общей механизацией. Механизм загрузки пропускает с наклонного стола очередную заготовку. Толкатель вдвигает его в индуктор первого индукционного нагревателя, одновременно выталкивая из него нагретую заготовку. Последняя вытягивается прижимными роликами на промежуточный рольганг и толкателем механизма перемещения вдвигается во второй индукционный нагреватель. Из второго нагревателя таким же способом очередная заготовка передается в третий нагреватель, а из него механизмом выгрузки перемещается к прессу.

Механизм загрузки может устанавливаться как с одной, так и с другой стороны от нагревателя, а механизм выгрузки позволяет производить выгрузку нагретых заготовок как вдоль оси нагревателя, так и в любую сторону от нее. Общая мощность установки составляет 3000 кВт, а максимальная производительность – 10 т/ч.

Установка имеет отдельное регулирование мощности каждого индуктора, осуществляемое путем переключения первичных обмоток вольтодобавочных трансформаторов.

Последний по ходу движения заготовок индуктор имеет дополнительную, самостоятельно регулируемую секцию для подогрева торца заготовок.

Температура заготовок в каждом индукторе и температура торца заготовок контролируется радиационными пирометрами. В комплект установки входят сменные быстросъемные индукторы, обеспечивающие нагрев всего диапазона заготовок. Конструкция установки и принцип ее работы учитывают возможные технологические остановки длительностью не более 15 – 20 минут при достаточно жестком температурном допуске по сечению и длине заготовок, не превышающем 50 °С.

## 4 ИНДУКТОРЫ С САМОКОМПЕНСАЦИЕЙ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ

### 4.1 Сущность принципа самокомпенсации, используемого в индукторе

Принцип самокомпенсации, широко используемый в различных электрических и электротехнологических объектах, нашел свое применение и в индукционных нагревательных установках.

Обмотка индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности, использующего данный принцип, выполнена двухслойной, т.е. она состоит из двух проводниковых лент 1 и 2, разделенных изолирующим диэлектриком 3 (рисунок 4.1).

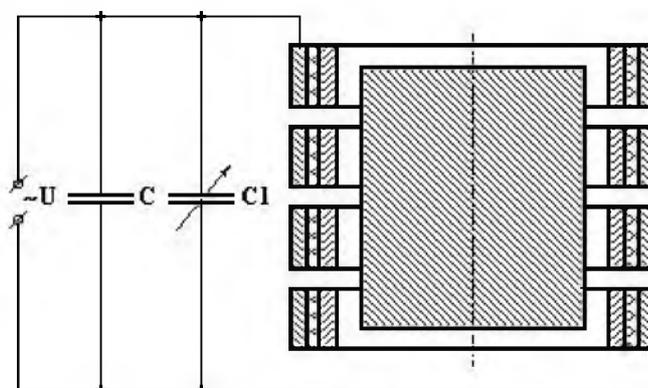


Рисунок 4.1

К источнику питания переменного тока требуемой частоты подключаются начало первого проводника и конец второго, а, соответственно, конец первого проводника и начало второго разомкнуты. Подобное подключение необходимо для того, чтобы токи в ленточных проводниках имели одинаковое направление, а

магнитные поля, создаваемые этими токами складывались. Ток в ленточных проводниках существует в виде тока проводимости и замыкается через диэлектрик в виде тока смещения. Интенсивность суммарного магнитного поля зависит от числа витков и тока индуктора и выбирается исходя из активной мощности, требуемой для нагрева загрузки 4.

Таким образом, конструктивное исполнение индуктора данного типа позволяет создать в нем значительную собственную электрическую емкость, которая компенсирует собственную и взаимную индуктивности индуктора, а также взаимную индуктивность индуктора и нагреваемой загрузки. При этом распределенная собственная  $L$  и взаимная  $M$  индуктивность непрерывно компенсируется распределенной собственной емкостью  $C$  между разноименными проводниками обмотки индуктора.

В отличие от компенсации посредством сосредоточенных емкостей имеем процесс непрерывной компенсации на протяжении всей длины обмотки индуктора.

В итоге, в случае частичной компенсации значительно сокращается потребляемая мощность конденсаторной батареи, служащей для повышения естественного  $\cos \varphi$  индукционного нагревателя (емкость  $C$ , рисунок 4.1). В случае полной компенсации необходимость в использовании средств искусственной компенсации отпадает.

## 4.2 Расчет резонансного режима индукторов с самокомпенсацией реактивной мощности

Задача расчета резонансного режима индукторов с самокомпенсацией связана с созданием инженерной методики, позволяющей производить исследования параметров индуктора в широком диапазоне варьирования влияющих факторов.

Необходимым является получение зависимостей между параметрами индуктора с самокомпенсацией, обуславливающими его работу в режиме резонанса: электрическими (частотой  $f$ , напряжением  $U$  источника питания); электрофизическими (удельным электрическим сопротивлением материала индуктора  $\rho_1$  и загрузки  $\rho_2$ , относительной магнитной проницаемостью материала загрузки  $\mu$ , относительной диэлектрической проницаемостью диэлектрика  $\varepsilon$ ) и геометрическими (высотой  $h$  и толщиной индуктирующего проводника обмотки  $b$ , толщиной диэлектрика  $\delta$ , внутренним диаметром индуктора  $D_1$ , внешним диаметром загрузки  $D_2$ , числом витков обмотки  $W$ ).

Важным при расчете резонансного режима является учет влияющих факторов (неравномерность распределения плотности тока по длине проводников обмотки, вносимые индуктивное  $X_2$  и активное  $R_2$  сопротивления загрузки).

Расчет резонансного режима индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности сводится к определению собственного емкостного и индуктивного сопротивления индуктора при учете влияния загрузки, вносимой в индуктор.

Собственная электрическая емкость обмотки индуктора

рассчитывается как для цилиндрической секции со спиральной намоткой ленточным проводником по формуле

$$C = 5,65 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{D_{\text{cp}} \cdot W \cdot h \cdot \varepsilon}{\delta}, \quad (4.1)$$

где  $D_{\text{cp}}$  – средний диаметр обмотки, м.

$$D_{\text{cp}} = D_1 + 2 \cdot (b + \delta) \cdot W. \quad (4.2)$$

При расчете индуктивности обмотки  $L_1$ , Гн, необходимо учитывать, что плотность тока в аксиальном направлении уменьшается от места ввода тока к периферии, т.е.  $j_a = f(x)$ . Таким образом, индуктивность цилиндрической секции со спиральной намоткой ленточным проводником при учете коэффициентов взаимоиנדукции рассчитывается по формуле

$$L = \frac{\mu_0}{h} \cdot (n^2 \cdot S_0 + (n-1)^2 \cdot S_1 + (n-2)^2 \cdot S_2 + \dots + S_{n-1}), \quad (4.3)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная ( $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м);

$S_0$  – площадь поперечного сечения первого витка обмотки (кольца, образованного торцом проводника первого витка),  $\text{м}^2$ ;

$S_1, S_2, \dots, S_{n-1}$  – разность между площадями поперечного сечения второго и первого витков, третьего и второго,  $n$ -го и  $(n-1)$  витков обмотки,  $\text{м}^2$ .

Необходимо принимать во внимание, что действительная индуктивность витков обмотки и их взаимная индуктивность будут отличаться от расчетных значений на величину поправки на изоляцию. Коэффициент заполнения обмотки индуктора снижается с повышением частоты питающего напряжения, и толщина изоляции  $\delta$  при этом становится соизмеримой с толщиной индуктирующего проводника  $b$ . Поправка, учитывающая отличие собственной индуктивности действительных витков катушки от собственной индуктивности соответствующих расчетных витков, определяется по формуле

$$\Delta L = \mu_0 \cdot W \cdot D_{cp} \cdot (I + J). \quad (4.4)$$

Величины  $I$  и  $J$ , зависящие от типа катушки и числа ее витков, приняты для катушки с аксиальным размером, равным той стороне прямоугольного сечения голого (без изоляции) проводника, которая параллельна оси катушки (рисунок 4.2)

$$I = \ln \frac{p+h}{p+b}, \quad (4.5)$$

где  $p$  – шаг намотки, м.

$$J = -\frac{1-\beta^2}{6} \cdot \left( 0,6449 - \frac{\ln W + 0,577}{W} \right) + \frac{1}{12} \cdot \left( \gamma^2 \cdot (1-\beta^2) - \frac{2}{5} \cdot (1-\beta^2) \right) \cdot \left( 0,0823 - \frac{0,2021}{W} \right), \quad (4.6)$$

где  $\beta = b/p$ ;

$\gamma = h/p$ .

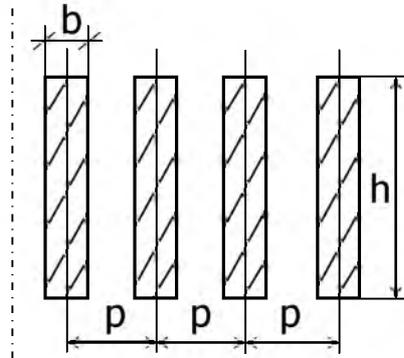


Рисунок 4.2

При внесении загрузки в рабочую область индуктора ее влияние сказывается в увеличении активного сопротивления системы на величину вносимого активного сопротивления  $R_{вн}$ . Вместе с тем реактивное сопротивление системы уменьшается на величину реактивного вносимого сопротивления  $X_{вн}$ .

Таким образом, суммарное реактивное сопротивление системы  $X_{\Sigma}$ , Ом, будет равно

$$X_{\Sigma} = X_{L1} - X_{C1} - k_{св}^2 \cdot X_{L2}, \quad (4.7)$$

где  $X_{L1}$ ,  $X_{C1}$  – индуктивное и емкостное сопротивления индуктора соответственно, Ом;

$X_{L2}$  – индуктивное сопротивление загрузки, Ом;

$k_{св}$  – коэффициент связи.

Вносимое активное сопротивление  $R_{вн}$ , Ом, равно активному сопротивлению загрузки  $R_2$  и определяется по формуле

$$R_{\text{вн}} = \frac{\rho_2 \cdot h}{\pi \cdot \Delta_2 \cdot (D_2 - \Delta_2)}. \quad (4.8)$$

Вносимое реактивное сопротивление  $X_{\text{вн}}$ , Ом, равно реактивному сопротивлению загрузки  $X_2$ . Индуктивность загрузки  $L_2$ , Гн, определяется по формуле для кольца с током с поперечным сечением, равным глубине проникновения электромагнитной волны в материал загрузки  $\Delta_3$ , м:

$$L_2 = \mu_0 \cdot \frac{D_2 - \Delta_3}{2} \cdot \left( \ln \frac{4 \cdot (D_2 - \Delta_3)}{h + \Delta_3} - 0,5 \right); \quad (4.9)$$

$$\Delta_3 = 503 \cdot \sqrt{\frac{\rho_k}{\mu_k \cdot f}}. \quad (4.10)$$

Индекс  $k$  в формуле (4.10) соответствует 1 при расчете  $\Delta_3$  для индуктора и 2 при расчете  $\Delta_3$  для загрузки.

Коэффициент связи между индуктором и загрузкой определяется по формуле

$$k_{\text{св}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot M_{12}}{\sqrt{R_{\text{вн}}^2 + X_{\text{вн}}^2}}, \quad (4.11)$$

где  $M_{12}$  – взаимная индуктивность между индуктором и загрузкой, Гн.

Взаимная индуктивность  $M_{12}$  определяется для двух коаксиальных осесимметричных катушек (индуктор 1 и загрузка 3) с зазором 2 между ними (рисунок 4.3).

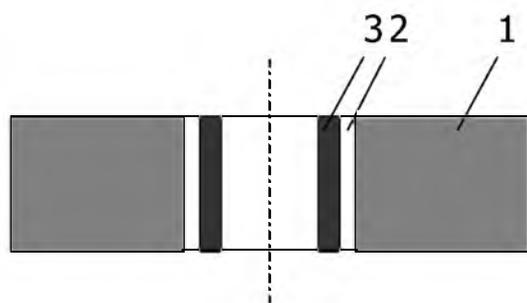


Рисунок 4.3

При этом нагрузка эквивалентруется катушкой с числом витков  $W = 1$ . Условно принимается, что зазор заполнен витками с тем же шагом намотки, что и у обмотки индуктора.

Число витков фиктивной катушки 2 определяется как

$$W_2 = \frac{D_1 - D_2}{4 \cdot (b + \delta)}. \quad (4.12)$$

Взаимная индуктивность  $M_{12}$  между индуктором и нагрузкой определяется по формуле

$$M_{12} = \frac{L_{123} + L_2 - L_{12} - L_{23}}{2}, \quad (4.13)$$

где  $L_{123}$ ,  $L_{12}$ ,  $L_{23}$  – индуктивность катушек, составленных из катушек 1, 2 и 3; 1 и 2; 2 и 3 соответственно, Гн;

$L_2$  – индуктивность фиктивной катушки 2, Гн.

Индуктивность катушек  $L_{123}$ ,  $L_{12}$ ,  $L_{23}$  рассчитывается по (4.3).

Приведенная методика расчета собственных и взаимных параметров системы "индуктор с самокомпенсацией – нагрузка" в резонансном режиме реализована в виде программы "REZONANS1".

Программа создана в среде Borland DELPHI 6 и представляет собой модуль, компилированный в exe-файл для функционирования в оболочке WINDOWS.

Перечень вводимых данных представлен на рисунке 4.4.

Parameter	Value	Unit
Напряжение источника питания	220	В
Частота источника питания	2500	Гц
Внутренний диаметр индуктора	0.15	м
Высота секции индуктора	0.1	
Удельное эл.сопротивление материала индуктора	0.0000000193	Ом*м
Удельное эл.сопротивление материала загрузки	0.00000002	Ом*м
Относительная магнитная проницаемость мат-ла загрузки	1	
Толщина диэлектрика	0.00005	м
Относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика	10	
Металл индуктора	<input checked="" type="radio"/> Медь <input type="radio"/> Алюминий	

Рисунок 4.4 – Блок ввода исходных данных программы REZONANS1

Введенные данные фиксируются для расчета при нажатии на кнопку "OK" на панели модуля.

Отмена ввода или введенных данных возможна при нажатии на кнопку "CANCEL". Запуск программы на расчет осуществляется нажатием на кнопку "Расчет".

Программа действует по алгоритму, блок-схема которого представлена на рисунке 4.5.



Рисунок 4.5 – Блок-схема программы REZONANS1

После введения исходных данных и пуска программы на счет происходит расчет собственных и взаимных параметров индуктора с учетом характеристик загрузки. Полученные данные преобразуются в суммарные индуктивное  $X_L$  и емкостное  $X_C$  сопротивления системы "индуктор – нагрузка", которые сравниваются в блоке сравнения. Если равенство этих

сопротивлений с заданной точностью не установлено, то текущая длина обмотки индуктора увеличивается на еще один элементарный участок и программа возвращается на расчет собственных и взаимных параметров системы. Работа в цикле происходит до тех пор, пока индуктивное сопротивление  $X_L$  не становится равным емкостному  $X_C$  с заданной степенью точности. При выполнении условия резонанса программа выдает полученные результаты в разделе "Результаты расчета" панели исполняемого модуля (рисунок 4.6).

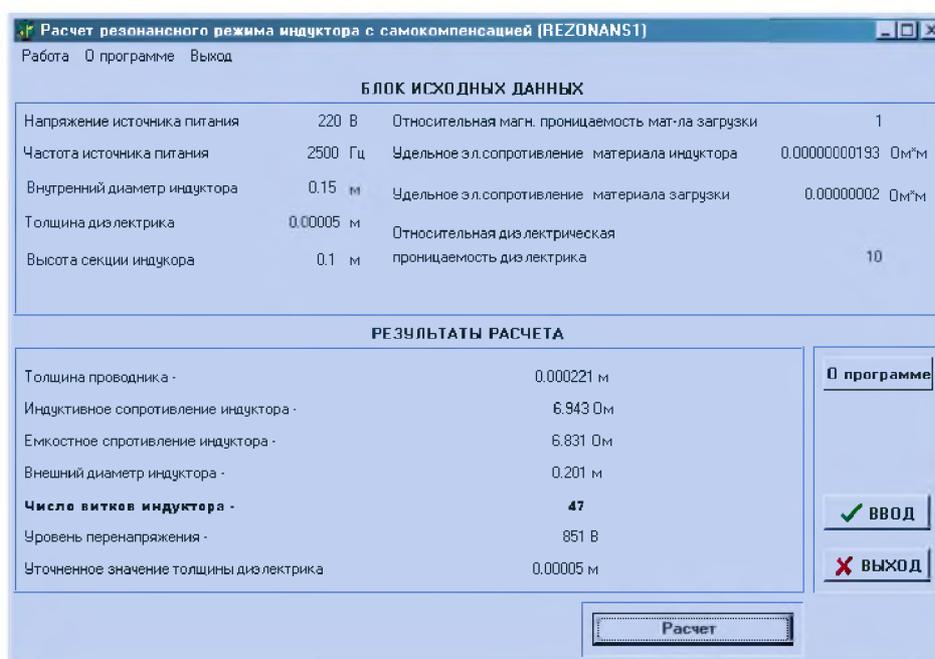


Рисунок 4.6 – Панель исполняемого модуля программы REZONANS1

При желании результаты расчета можно получить в распечатанном виде, воспользовавшись вкладкой "Печать результатов" меню "Работа".

### **4.3 Расчет электрических и энергетических характеристик индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности**

Получение достаточно достоверных численных значений исследуемых параметров системы "индуктор – нагрузка" возможно только на основе объемного расчета с учетом множества влияющих факторов. При расчете квазистационарных режимов системы с немагнитной нагрузкой ( $\mu = 1$ ) можно получить вполне приемлемые результаты, считая систему линейной, а удельные электрические сопротивления металла индуктора  $\rho_1$  и нагрузки  $\rho_2$  постоянными, что не приводит к существенной погрешности при расчетах в индукторах с относительно невысокой плотностью тока, к которым относятся индукторы с самокомпенсацией.

Конструкция, режим работы, а также процессы в индукторах с самокомпенсацией существенно отличаются от подобного в конструкции индукторов обычного типа. Разрабатываемые модели должны описывать процессы в индукторах с самокомпенсацией с учетом этих особенностей. Математические модели ориентированы на использование их с целью исследования электромагнитных процессов в многослойных индукторах с самокомпенсацией. В связи с этим задача исследования электрических и энергетических параметров индукторов с самокомпенсацией разбивается на:

- расчет распределения тока по виткам обмотки индуктора с целью определения характера их распределения и степени возможного влияния на энергетические характеристики индуктора;

получения основополагающих посылок для разработки метода оптимизации конструкции индуктора с самокомпенсацией;

– расчет распределения потенциалов и напряжения по виткам обмотки индуктора с целью определения характера их распределения; определения оптимального расстояния между разноименными проводниками обмотки; определения уровня возможного перенапряжения в конструкции индуктора; выбора изолирующего диэлектрика с достаточной для уровня перенапряжения электрической прочностью;

– определение потерь активной мощности в многослойной обмотке индуктора с учетом неравномерности распределения тока и напряжения по ее длине с целью определения степени влияния указанной неравномерности на энергетические характеристики индуктора, разработки мероприятий по снижению потерь активной мощности в индукторах с самокомпенсацией.

#### **4.3.1 Расчет распределения тока в индукторе с самокомпенсацией**

Анализ схемы замещения многослойной обмотки индуктора с самокомпенсацией показал, что ее следует отнести к сложным планарным многозвенным цепям с распределенными параметрами.

При подключении индуктора данного типа к источнику питания в нем возникает переменное электромагнитное поле, следовательно, в диэлектрике, который разделяет разноименные проводники обмотки индуктора, возникает ток смещения  $I_c$ . И хотя формально цепь является разомкнутой, так как разноименные

проводники не имеют между собой электрического контакта и разделены изолирующим диэлектриком, однако, с учетом существования электрического тока смещения  $I_c$  цепь является замкнутой. То есть, согласно принципу непрерывности электрического тока, линии тока смещения являются продолжением линий тока проводимости  $I_{пр}$ .

Рассмотрим элементарный участок цепи, образованный замкнутой поверхностью  $s$ , которая охватывает часть одного проводника (рисунок 4.7).

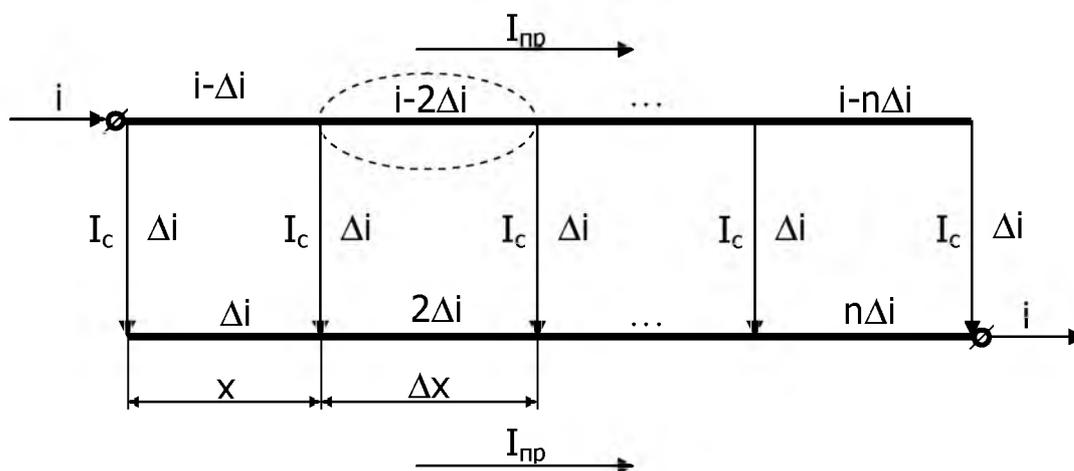


Рисунок 4.7

Токи в проводнике – входящий в поверхность и выходящий из нее – отличаются между собой даже при проводимости диэлектрика, равной нулю ( $G_d = 0$ ), на значение тока смещения в диэлектрике, проходящего сквозь поверхность  $s$ . Вследствие этого переменный ток в проводе в один и тот же момент времени различен в разных поперечных сечениях проводника, очевидно, поэтому отдельные участки цепи обладают по отношению друг к другу электрической емкостью, т.е. существует электрическая

емкость  $C$  между витками индуктора. Таким образом, электрическая емкость принципиально распределена вдоль всей цепи.

То же самое можно сказать и об индуктивности  $L$  и электрическом сопротивлении  $R$  цепи. Рассматривая электромагнитные процессы, происходящие в данном объекте, необходимо иметь в виду, что магнитное и электрическое поля распределены по всей длине обмотки, и превращение электромагнитной энергии в тепловую также происходит по всей длине обмотки, т.е. имеем цепь с распределенными параметрами.

Рассмотрим схему замещения участка индуктора (рисунок 4.8). Здесь емкость между проводниками, а также емкость их относительно земли определяют емкость цепи  $C$ . Тепловые потери в проводниках обуславливают активное сопротивление цепи  $R$ . Индуктивность цепи  $L$  определяет магнитный поток, сцепляющийся с контуром тока, образуемым токоведущими проводниками.

В общем случае напряжение  $U$  и ток  $I$  в обмотке индуктора являются функцией двух независимых переменных – пространственной координаты  $x$  и времени  $t$ . Поэтому уравнения для определения этих параметров необходимо записать в частных производных.

Вследствие ответвления тока от одного проводника к другому в виде тока смещения  $C \cdot dx \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$  и тока проводимости  $g \cdot dx \cdot u$ , ток  $i$  в точке  $x$  будет отличаться от тока в точке  $x + \Delta x$  на величину  $\frac{\partial i}{\partial x} \cdot dx$ .

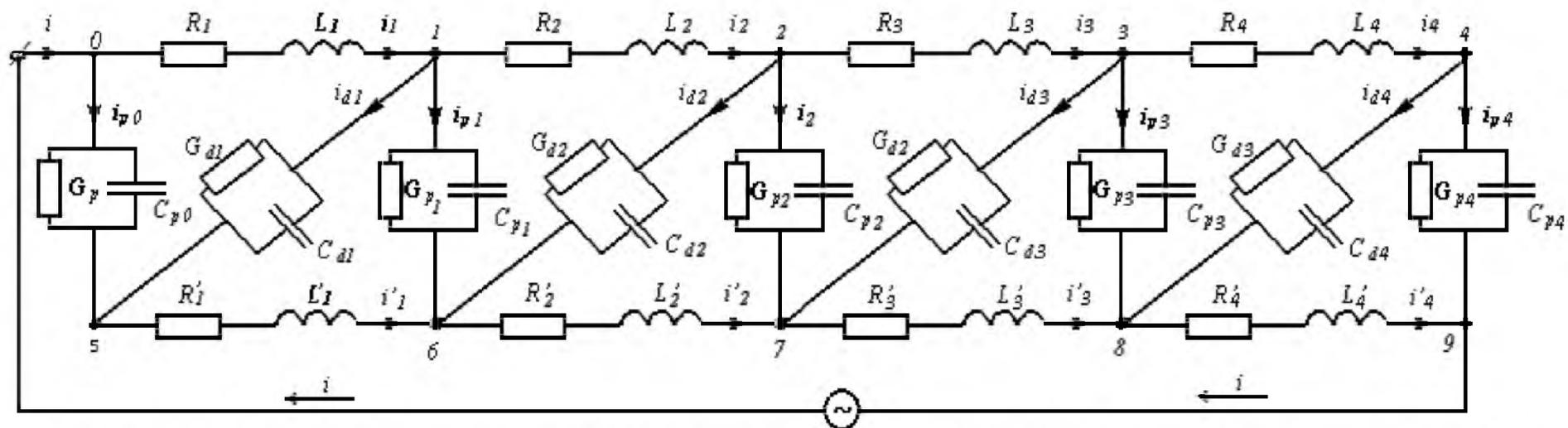


Рисунок 4.8 – Схема замещения индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности (четыре витка)

Согласно принципу непрерывности электрического тока ток сквозь замкнутую поверхность  $s$  равен нулю, т.е.:

$$(-i) + (i + \frac{\partial i}{\partial x} \cdot dx) + (g \cdot dx \cdot u + C \cdot dx \cdot \frac{\partial u}{\partial t}) = 0; \quad (4.14)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = g \cdot u + C \cdot \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (4.15)$$

Напряжение, также как и ток, не будет оставаться постоянным на любом элементарном участке обмотки индуктора вследствие падения на активном сопротивлении пары проводников  $r \cdot dx \cdot i$ , а также падения напряжения  $L \cdot dx \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$ , обусловленного наличием индуктивности пары проводников. Сумма падений напряжения в рассматриваемом контуре равна нулю, т.е.:

$$(-u) + (u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx) + (r \cdot dx \cdot i + L \cdot dx \cdot \frac{\partial i}{\partial t}) = 0; \quad (4.16)$$

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = r \cdot i + L \cdot \frac{\partial i}{\partial t}. \quad (4.17)$$

Уравнения (4.15) и (4.17) известны в теории электротехники как "телеграфные" уравнения. Прямое их использование для случая ИС привело бы к значительной погрешности в расчетах вследствие того, что были бы не учтены некоторые величины, которые вносят существенный вклад в картину распределения искомых параметров.

В случае индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности необходимо учесть следующие влияющие факторы:

- электродвижущую силу взаимоиндукции  $M$  от токов, протекающих в соседних проводниках;

- ток смещения  $C_{km} \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$  между рассматриваемым проводником

и всеми остальными;

- ток проводимости  $G_{km} \cdot u$  между рассматриваемым проводником и всеми остальными.

С учетом этих уточнений уравнения для определения тока и напряжения любого элементарного участка обмотки индуктора примут вид:

$$-\frac{\partial u_k}{\partial x} = R_k \cdot i_k + L_k \cdot \frac{\partial i_k}{\partial t} + \sum_{m=1}^n M_{km} \cdot \frac{\partial i_m}{\partial t}; \quad (4.18)$$

$$-\frac{\partial i_k}{\partial x} = G_k \cdot U_k + \sum_{m=1}^n G_{km} \cdot (U_k - U_m) + C_k \cdot \frac{\partial u_k}{\partial t} + \sum_{m=1}^n C_{km} \cdot \frac{\partial (u_k - u_m)}{\partial t}. \quad (4.19)$$

Индекс  $k$  относится к рассматриваемому элементу индуктора, а индекс  $m$  – ко всем остальным.

В уравнениях (4.18) и (4.19) наряду с собственными параметрами индуктора на единицу длины  $R_k$ ,  $L_k$ ,  $C_k$ ,  $G_k$  учитывается действие взаимной индуктивности  $M_{km}$ , емкости  $C_{km}$  и проводимости  $G_{km}$  между парой проводников в витке и всеми остальными, а также нагрузкой. Особенностью схемы замещения, составленной для катушки (рисунок 4.8), является наличие диагональных цепочек,

которые эквивалентизируют связь между внешней стороной первого проводника и внутренней стороной второго проводника, что отсутствует, например, в длинных линиях.

Решение уравнений (4.18) и (4.19) может быть достигнуто применением различных методов из теории электротехники с использованием приемов вычислительной математики, в том числе аналитического метода. Однако реальное распределение некоторых величин, например, взаимной индуктивности  $M$ , приводит к непреодолимым трудностям аналитического решения уравнений (4.18) и (4.19). В связи с этим приходится делать ряд допущений, некоторые из которых (например, предположение сильной магнитной связи между витками, при которой коэффициент связи между ними  $K_c = 1$ ) неочевидны и в действительности могут отличаться от предполагаемого.

Устранить вышеперечисленные недостатки аналитического метода решения задачи, а также учесть большое количество влияющих факторов позволяет использование численных методов, основанных на применении современной быстродействующей вычислительной техники. Примером этого может служить конечно-разностный метод, который позволяет свести решение краевой задачи к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей. При этом многослойный индуктор разбивается на элементарные участки, в пределах которых плотность тока в аксиальном направлении принимается постоянной.

В качестве метода расчета распределения тока в индукторе с самокомпенсацией реактивной мощности целесообразно

использовать базовый метод электротехники, основанный на применении первого и второго законов Кирхгофа. Такой выбор численного метода расчета электрической цепи объясняется тем, что искомые токи в ветвях непосредственно являются расчетными величинами, определяемыми при решении системы уравнений. При этом данная система имеет, в конечном счете, меньшее количество уравнений  $(4 \cdot W + 2)$ , чем, например, при использовании метода контурных токов, где первым этапом является нахождение токов в контурах  $(2 \cdot W + 1)$  уравнений), а вторым – нахождение токов в ветвях  $(4 \cdot W + 2)$  уравнений). Кроме того, что уменьшается число уравнений, также отпадает необходимость в использовании промежуточных величин (контурных токов), что немаловажно при решении СЛАУ с помощью ЭВМ, так как высвобождается память, выделяемая на дополнительные массивы.

Чтобы получить линейно независимые уравнения, по первому закону Кирхгофа составляем число уравнений  $n$ , равное числу узлов схемы  $y$  без единицы

$$n = y - 1 = (2 \cdot W + 2) - 1 = 2 \cdot W + 1. \quad (4.20)$$

По второму закону Кирхгофа составляем число уравнений  $m$ , равное числу ветвей без источников тока за вычетом числа уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа

$$m = b - b_{ит} - n = (4 \cdot W + 2) - (2 \cdot W + 1) = 2 \cdot W + 1, \quad (4.21)$$

где  $b$  – число ветвей схемы замещения;

$b_{ит}$  – число ветвей, содержащих источники тока.

Примем следующие обозначения для токов в соответствии с рисунком 4.8:

– токи в ветвях первого проводника –  $\dot{I}_1 \div \dot{I}_W$ ;

– токи в ветвях второго проводника –  $\dot{I}'_1 \div \dot{I}'_W$ ;

– токи в ветвях с поперечной емкостью и проводимостью –  $\dot{I}_{p0} \div \dot{I}_{pW}$ ;

– токи в ветвях с диагональной емкостью и проводимостью –  $\dot{I}_{d1} \div \dot{I}_{dW}$ ;

– входной ток –  $\dot{I}$ .

Уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа для индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности из пяти витков, имеют следующий вид:

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_{p1} - \dot{I}_{d1} = 0;$$

$$\dot{I}_2 - \dot{I}_3 - \dot{I}_{p2} - \dot{I}_{d2} = 0;$$

$$\dot{I}_3 - \dot{I}_4 - \dot{I}_{p3} - \dot{I}_{d3} = 0; \quad (4.22)$$

$$\dot{I}_4 - \dot{I}_5 - \dot{I}_{p4} - \dot{I}_{d4} = 0;$$

$$\dot{I}_5 - \dot{I}_{p5} - \dot{I}_{d5} = 0;$$

$$-\dot{I}'_1 + \dot{I}_{p0} + \dot{I}_{d1} = 0;$$

$$\dot{I}'_1 - \dot{I}'_2 + \dot{I}_{p1} + \dot{I}_{d2} = 0;$$

$$\dot{I}'_2 - \dot{I}'_3 + \dot{I}_{p2} + \dot{I}_{d3} = 0;$$

$$\dot{I}'_3 - \dot{I}'_4 + \dot{I}_{p3} + \dot{I}_{d4} = 0;$$

$$\dot{I}'_4 - \dot{I}'_5 + \dot{I}_{p4} + \dot{I}_{d5} = 0;$$

$$\dot{I} - \dot{I}_1 - \dot{I}_{p0} = 0.$$

В общем случае уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа, имеют вид:

$$\begin{aligned} -\dot{I}'_{k+1} + \dot{I}_{pk} + \dot{I}_{dk+1} &= 0, \\ \dot{I} - \dot{I}_{k+1} - \dot{I}_{pk} &= 0; \end{aligned} \quad \text{при } k = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_k - \dot{I}_{k+1} - \dot{I}_{pk} - \dot{I}_{dk} &= 0, \\ \dot{I}'_k - \dot{I}'_{k+1} + \dot{I}_{pk} + \dot{I}_{dk+1} &= 0; \end{aligned} \quad \text{при } 0 < k < w \quad (4.23)$$

$$\dot{I}_k - \dot{I}_{pk} - \dot{I}_{dk} = 0. \quad \text{при } k = w$$

Полное сопротивление k-го элементарного участка первой ленты в комплексной форме определяется по формуле

$$\dot{z}_k = R_k + j \cdot X_{Lk}. \quad (4.24)$$

Полное сопротивление k-го элементарного участка второй ленты в комплексной форме определяется по формуле

$$\dot{z}'_k = R'_k + j \cdot X'_{Lk}. \quad (4.25)$$

Заменяем параллельные соединения емкостного сопротивления и проводимости диэлектрика поперечных и диагональных ветвей соответствующими эквивалентными сопротивлениями в комплексной форме.

Эквивалентное сопротивление k-ой поперечной ветви в комплексной форме определяется из выражения

$$\dot{z}_{pk} = \frac{X_{Cpk}^2 \cdot G_{pk}}{X_{Cpk}^2 \cdot G_{pk}^2 + 1} - j \cdot \frac{X_{Cpk}}{X_{Cpk}^2 \cdot G_{pk}^2 + 1}. \quad (4.26)$$

Эквивалентное сопротивление k-ой диагональной ветви в комплексной форме определяется из выражения

$$\dot{z}_{dk} = \frac{X_{Cdk}^2 \cdot G_{dk}}{X_{Cdk}^2 \cdot G_{dk}^2 + 1} - j \cdot \frac{X_{Cdk}}{X_{Cdk}^2 \cdot G_{dk}^2 + 1}. \quad (4.27)$$

Уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа для индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности из пяти витков, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_1 + \dot{I}_{d1} \cdot \dot{Z}_{d1} - \dot{I}_{p0} \cdot \dot{Z}_{p0} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{p 1, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{v 1, m} &= 0; \\
 \dot{I}_2 \cdot \dot{Z}_2 + \dot{I}_{d2} \cdot \dot{Z}_{d2} - \dot{I}_{p1} \cdot \dot{Z}_{p1} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{p 2, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{v 2, m} &= 0; \\
 \dot{I}_3 \cdot \dot{Z}_3 + \dot{I}_{d3} \cdot \dot{Z}_{d3} - \dot{I}_{p2} \cdot \dot{Z}_{p2} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{p 3, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{v 3, m} &= 0; \\
 \dot{I}_4 \cdot \dot{Z}_4 + \dot{I}_{d4} \cdot \dot{Z}_{d4} - \dot{I}_{p3} \cdot \dot{Z}_{p3} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{p 4, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{v 4, m} &= 0; \\
 \dot{I}_5 \cdot \dot{Z}_5 + \dot{I}_{d5} \cdot \dot{Z}_{d5} - \dot{I}_{p4} \cdot \dot{Z}_{p4} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{p 5, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{v 5, m} &= 0; \\
 -\dot{I}_{p1} \cdot \dot{Z}_{p1} + \dot{I}'_1 \cdot \dot{Z}'_1 + \dot{I}_{d1} \cdot \dot{Z}_{d1} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{p 1, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{v 1, m} &= 0; \\
 -\dot{I}_{p2} \cdot \dot{Z}_{p2} + \dot{I}'_2 \cdot \dot{Z}'_2 + \dot{I}_{d2} \cdot \dot{Z}_{d2} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{p 2, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{v 2, m} &= 0; \\
 -\dot{I}_{p3} \cdot \dot{Z}_{p3} + \dot{I}'_3 \cdot \dot{Z}'_3 + \dot{I}_{d3} \cdot \dot{Z}_{d3} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{p 3, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{v 3, m} &= 0; \\
 -\dot{I}_{p4} \cdot \dot{Z}_{p4} + \dot{I}'_4 \cdot \dot{Z}'_4 + \dot{I}_{d4} \cdot \dot{Z}_{d4} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{p 4, m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{v 4, m} &= 0;
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

$$-\dot{I}_{p5} \cdot \dot{z}_{p5} + \dot{I}'_5 \cdot \dot{z}'_5 + \dot{I}_{d5} \cdot \dot{z}_{d5} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{p5,m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{v5,m} = 0;$$

$$\dot{I}_{p0} \cdot \dot{z}_{p0} + \sum_{k=1}^W \dot{I}'_k \cdot \dot{z}'_k + \sum_{k=1}^W \dot{I}'_k \cdot \sum_{m=1, m \neq k}^W j \cdot \omega \cdot M'_{p,m,k} + \sum_{k=1}^W \dot{I}_k \cdot \sum_{m=1}^W j \cdot \omega \cdot M'_{v,m,k} = \dot{E}.$$

В общем случае при  $k = 1 \div w$  уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа, имеют вид:

$$\dot{I}_k \cdot \dot{z}_k + \dot{I}_{dk} \cdot \dot{z}_{dk} - \dot{I}_{p,k-1} \cdot \dot{z}_{p,k-1} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{p,k,m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M_{v,k,m} = 0;$$

$$-\dot{I}_{pk} \cdot \dot{z}_{pk} + \dot{I}'_k \cdot \dot{z}'_k + \dot{I}_{dk} \cdot \dot{z}_{dk} + \sum_{m=1, m \neq k}^W \dot{I}'_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{p,k,m} + \sum_{m=1}^W \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot M'_{v,k,m} = 0; \quad (4.29)$$

$$\dot{I}_{p0} \cdot \dot{z}_{p0} + \sum_{k=1}^W \dot{I}'_k \cdot \dot{z}'_k + \sum_{k=1}^W \dot{I}'_k \cdot \sum_{m=1, m \neq k}^W j \cdot \omega \cdot M'_{p,m,k} + \sum_{k=1}^W \dot{I}_k \cdot \sum_{m=1}^W j \cdot \omega \cdot M'_{v,m,k} = \dot{E}.$$

Система уравнений (4.22), (4.28) в матричной форме представляет собой произведение квадратной матрицы сопротивлений порядка  $( \cdot + ) \times ( \cdot + )$  с матрицей-столбцом токов в левой части равенства и матрицу-столбец ЭДС в правой части равенства.

В матричной форме полученная система уравнений представлена на рисунке 4.9.

Система уравнений (рисунок 4.9) решается методом Гаусса с выбором главного элемента в строке.



Результатом решения системы уравнений являются токи в первом и втором проводнике индуктора, токи через диэлектрик и входной ток индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности. Это позволяет исследовать распределение токов по длине обмотки индуктора в широком диапазоне влияющих факторов.

На основании вышеизложенной методики создана программа "CDistrib" на языке Borland DELPHI 7, предназначенная для расчета токов в каждой ветви схемы замещения ИС (рисунок 4.10).

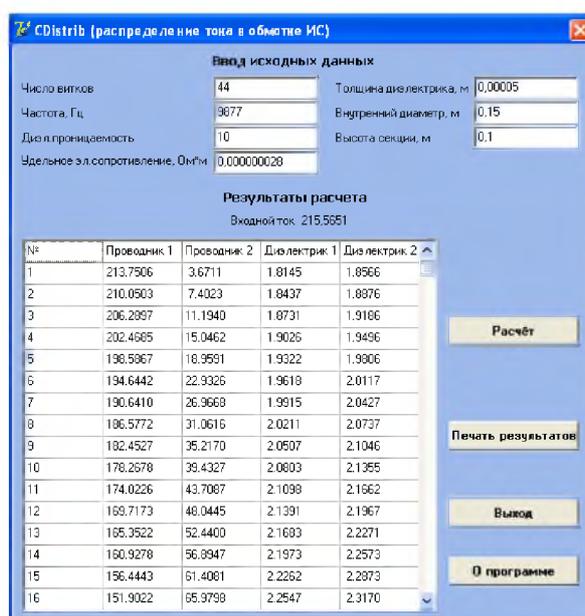


Рисунок 4.10 – Исполнительный модуль программы "CDistrib"

### 4.3.2 Расчет распределения потенциалов и напряжения в индукторе с самокомпенсацией

Решение задачи создания надежной и работоспособной конструкции индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности неразрывно связано с необходимостью выявления картины распределения основных электрических параметров по виткам его

обмотки. В силу нетрадиционного конструктивного исполнения индуктора следует ожидать распределения напряжения по длине обмотки, отличного от распределения его в известных конструкциях.

Определение распределения напряжения по виткам обмотки индуктора позволит выявить участки с наиболее высоким уровнем перенапряжения, потенциально уязвимые с точки зрения возможного электрического пробоя изоляции, выбора оптимальной толщины диэлектрика, размещаемого между разноименными проводниками обмотки, предложить мероприятия по снижению длины самокомпенсации индуктора.

Для решения поставленной задачи обмотка индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности разбивается на элементарные участки, длина которых в первом приближении принимается равной длине одного витка. При этом определяются следующие составляющие схемы замещения:

- активное сопротивление элементарного участка индуктора;
- индуктивное сопротивление элементарного участка индуктора;
- взаимная индуктивность элементарного участка индуктора от токов, протекающих во всех остальных элементарных участках проводников индуктора;
- емкостное сопротивление, создаваемое разноименно заряженными проводниками на каждом элементарном участке;
- проводимость диэлектрика на каждом элементарном участке индуктора.

Активное сопротивление  $k$ -ого элементарного участка проводника, Ом, определяется по формуле

$$R_k = \frac{\rho \cdot \pi \cdot d_k}{3 \cdot h \cdot b}, \quad (4.30)$$

где  $d_k$  – средний диаметр  $k$ -ого элементарного участка, м.

Средний диаметр элементарного участка для первого проводника определяется по формуле

$$d_k = d_{\text{вн}} + b + 4 \cdot (b + \delta) \cdot (k - 1), \quad (4.31)$$

где  $d_{\text{вн}}$  – внутренний диаметр индуктора, м;

$k$  – порядковый номер элементарного участка.

Средний диаметр элементарного участка для второго проводника определяется по формуле

$$d'_k = d_{\text{вн}} + b + 2 \cdot (b + \delta) + 4 \cdot (b + \delta) \cdot (k - 1). \quad (4.32)$$

Емкость элементарного участка определяется как емкость, создаваемая двумя коаксиальными цилиндрами,  $\Phi$ , (рисунок 4.11)

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot h}{\ln \frac{d_2}{d_1}}, \quad (4.33)$$

где  $h$  – длина цилиндра, см;

$d_1$  – наружный диаметр внутреннего цилиндра, см;

$d_2$  – внутренний диаметр наружного цилиндра, см.

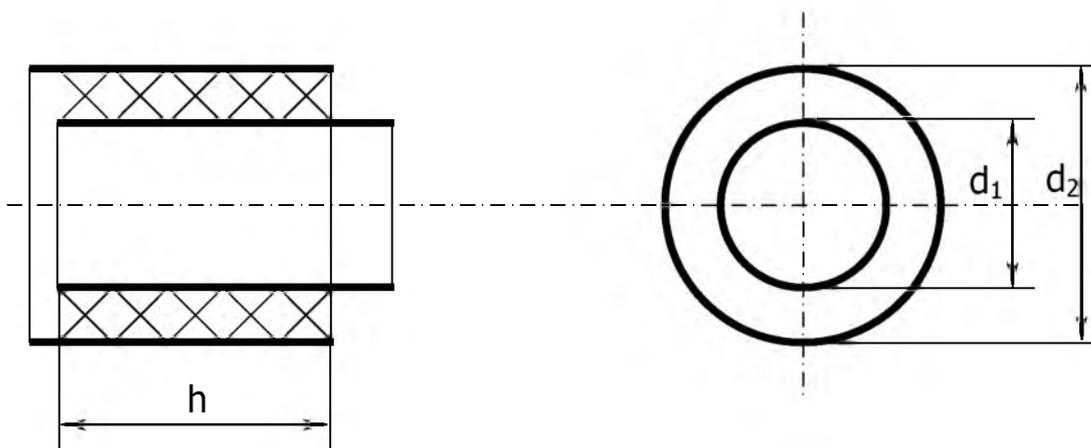


Рисунок 4.11

При определении поперечной емкости, т.е. емкости, создаваемой разноименными проводниками на одном элементарном участке, формула (4.33) примет вид

$$C_{pk} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot h}{\ln \frac{d'_k - b}{d_k + b}} \quad (4.34)$$

Диагональная емкость, т.е. емкость между разноименными проводниками соседних элементарных участков, определяется из выражения

$$C_{dk} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot h}{\ln \frac{d_k - b}{d'_{k-1} + b}} \quad (4.35)$$

Проводимость диэлектрика определяется по формуле

$$G_k = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_k \cdot \operatorname{tg} \delta, \quad (4.36)$$

где  $\operatorname{tg} \delta$  – тангенс угла диэлектрических потерь.

Индуктивность элементарного участка проводника, Гн, определяется как индуктивность кругового кольца прямоугольного сечения (рисунок 4.12)

$$L_k = 0,5 \cdot \mu_0 \cdot d_k \cdot \left( \ln \frac{4 \cdot d_k}{h + b} - 0,5 \right), \quad (4.37)$$

где  $h$  и  $b$  – размеры поперечного сечения провода в осевом и радиальном направлениях, м.

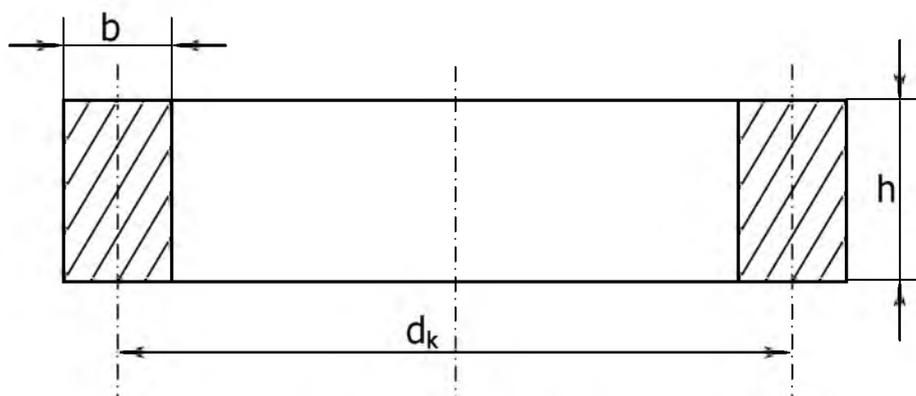


Рисунок 4.12

Взаимная индуктивность элементарных участков определяется как взаимная индуктивность коаксиальных круговых контуров с неодинаковыми радиусами.

Если оба контура лежат в одной плоскости ( $x = 0$ ) и центры их совпадают (рисунок 4.13), то взаимная индуктивность контуров, Гн, при малом значении величины  $\epsilon$  определяется как

$$M_k = 0,5 \cdot \mu_0 \cdot d_k \cdot \left[ \left( 1 - \varepsilon_k + \frac{\varepsilon_k^2}{4} + \frac{\varepsilon_k^3}{4} + \frac{17}{64} \cdot \varepsilon_k^4 + \frac{19}{64} \cdot \varepsilon_k^5 \right) \cdot \ln \frac{4}{\varepsilon_k} - \right. \\ \left. - 2 + \varepsilon_k + \frac{3}{4} \cdot \varepsilon_k^2 + \frac{1}{6} \cdot \varepsilon_k^3 - \frac{19}{384} \cdot \varepsilon_k^4 - \frac{379}{1920} \cdot \varepsilon_k^5 \right], \quad (4.38)$$

где  $\varepsilon_k$  – коэффициент, зависящий от диаметров контуров.

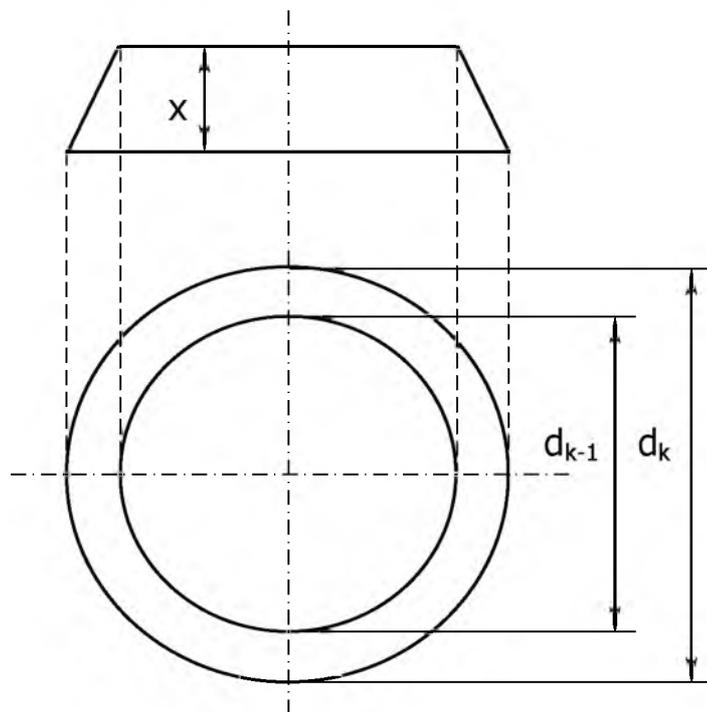


Рисунок 4.13

Для случая, когда  $k$ -ый виток имеет больший диаметр,  $\varepsilon_k$  принимает значение

$$\varepsilon_k = \frac{d_k - d_{k-1}}{2 \cdot d_k}. \quad (4.39)$$

При меньшем значении  $d_k$

$$\varepsilon_k = \frac{d_{k+1} - d_k}{2 \cdot d_{k+1}}. \quad (4.40)$$

Поскольку токи в обоих проводниках имеют согласное направление, ЭДС взаимоиндукции, создаваемая токами в витках как первого, так и второго проводника, будет иметь положительное значение. На основании второго закона Кирхгофа уравнение напряжения на  $k$ -ом элементарном участке первого проводника в комплексной форме с учетом влияния взаимной индукции остальных элементарных участков запишется как

$$\dot{u}_k = (R_k + j \cdot \omega \cdot L_k) \cdot \dot{I}_k + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M_{p_{km}} \cdot \dot{I}_m + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M_{d_{km}} \cdot \dot{I}'_m, \quad (4.41)$$

где  $M_{p_{km}}$  – взаимная индуктивность от токов  $\dot{I}_m$ , протекающих в элементарных участках первого проводника, Гн;

$M_{d_{km}}$  – взаимная индуктивность от токов  $\dot{I}'_m$ , протекающих в элементарных участках второго проводника, Гн.

Для  $k$ -ого элементарного участка второго проводника аналогично (4.41) можно записать

$$\dot{u}'_k = (R'_k + j \cdot \omega \cdot L'_k) \cdot \dot{I}'_k + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M'_{p_{km}} \cdot \dot{I}'_m + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M'_{d_{km}} \cdot \dot{I}_m, \quad (4.42)$$

где  $M'_{pkm}$  – взаимная индуктивность от токов  $\dot{I}_m$ , протекающих в элементарных участках второго проводника, Гн;

$M'_{dkm}$  – взаимная индуктивность от токов  $\dot{I}'_m$ , протекающих в элементарных участках первого проводника, Гн.

Как было отмечено в 4.3.1, ток от витка к витку не остается постоянным, а является функцией координаты  $x$ , таким образом, необходимо учитывать его изменение по длине проводника. При этом он снижается от максимального значения на входе до нуля к периферии (рисунок 4.14) по закону, близкому линейному.

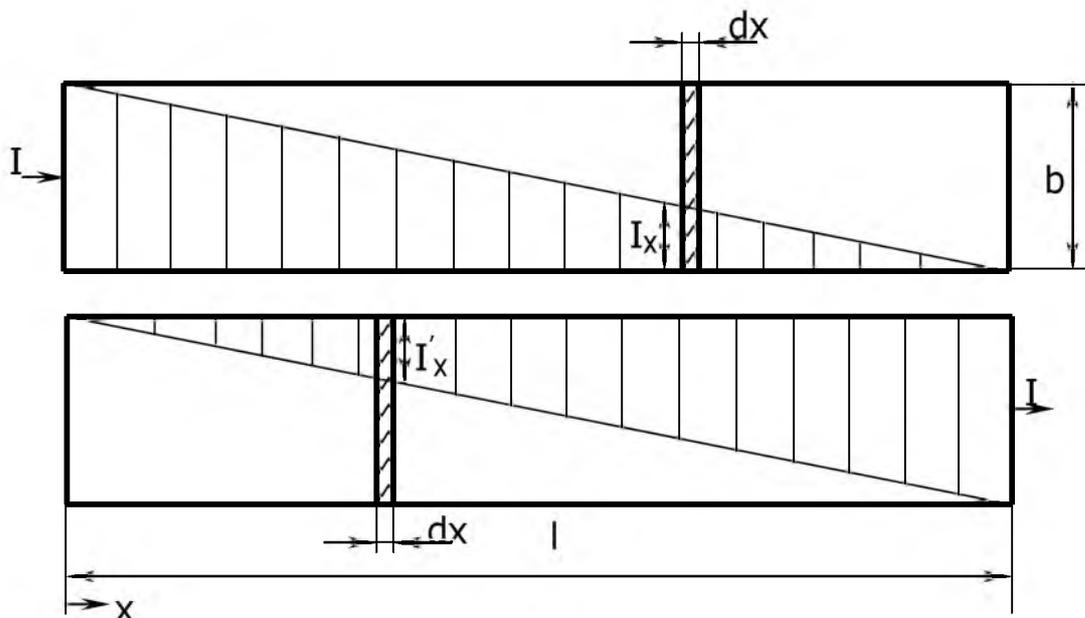


Рисунок 4.14 – Эпюра распределения тока в проводниках индуктора с самокомпенсацией

Таким образом, можно записать выражения для тока в любом  $k$ -ом элементарном участке первого  $\dot{I}_k$  и второго  $\dot{I}'_k$  проводника, как функции от длины проводника:

$$\dot{I}_k = \dot{I} \cdot \frac{l-l_k}{l}; \quad (4.43)$$

$$\dot{I}'_k = \dot{I} \cdot \frac{l'_k}{l'}, \quad (4.44)$$

где  $l, l'$  – длина первого и второго проводника соответственно, м;  
 $l_k, l'_k$  – длина до  $k$ -ого элементарного участка первого и второго проводника соответственно, м.

Подставив выражения (4.43), (4.44) в формулы напряжения (4.41), (4.42) соответственно, получим:

$$\dot{U}_k = (R_k + j \cdot \omega \cdot L_k) \cdot \dot{I} \cdot \frac{l-l_k}{l} + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M_{pkm} \cdot \dot{I} \cdot \frac{l-l_m}{l} + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M_{dkm} \cdot \dot{I} \cdot \frac{l'_m}{l'}; \quad (4.45)$$

$$\dot{U}'_k = (R'_k + j \cdot \omega \cdot L'_k) \cdot \dot{I} \cdot \frac{l'_k}{l'} + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M'_{pkm} \cdot \dot{I} \cdot \frac{l'_m}{l'} + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M'_{dkm} \cdot \dot{I} \cdot \frac{l-l_m}{l}. \quad (4.46)$$

Разделим обе части уравнений (4.45) и (4.46) на значение тока, протекающего в рассматриваемом элементарном участке:

$\dot{I}_k = \dot{I} \cdot \frac{l-l_k}{l}$  для первого и  $\dot{I}'_k = \dot{I} \cdot \frac{l'_k}{l'}$  для второго проводника. Таким

образом, получаем значения комплексного сопротивления  $k$ -ого элементарного участка  $\dot{Z}_k$  первого и  $\dot{Z}'_k$  второго проводника соответственно:

$$\dot{Z}_k = R_k + j \cdot \omega \cdot L_k + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M_{pkm} \cdot \frac{l-l_m}{l-l_k} + j \cdot \omega \cdot \sum_{m=1}^n M_{dkm} \cdot \frac{l}{l'} \cdot \frac{l'_m}{l-l_k}; \quad (4.47)$$



Приведем методику расчета распределения потенциала и напряжения в индукторе с самокомпенсацией реактивной мощности на примере обмотки индуктора с пятью витками. Примем нумерацию узлов, как показано на рисунке 4.8, причем узел 11 условно заземлим ( $\phi_{11} = 0$ ). Тогда потенциал нулевого узла будет равен ЭДС ( $\phi_0 = \dot{E}$ ). Система уравнений, составленная по методу узловых потенциалов, представлена на рисунке 4.15.

Данная система уравнений в матричной форме представляет собой произведение квадратной матрицы узловых проводимостей порядка  $(10) \times (10)$  с матрицей-столбцом узловых потенциалов в левой части равенства и произведение матрицы-столбца ЭДС с матрицей-столбцом проводимостей ветвей, содержащих ЭДС, в правой части равенства.

В матричной форме полученная система уравнений имеет следующий вид

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{1,1} & \dot{Y}_{1,2} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{1,6} & \dot{Y}_{1,7} & 0 & 0 & 0 \\ \dot{Y}_{2,1} & \dot{Y}_{2,2} & \dot{Y}_{2,3} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{2,7} & \dot{Y}_{2,8} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{3,2} & \dot{Y}_{3,3} & \dot{Y}_{3,4} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{3,8} & \dot{Y}_{3,9} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{4,3} & \dot{Y}_{4,4} & \dot{Y}_{4,5} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{4,9} & \dot{Y}_{4,10} \\ 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{5,4} & \dot{Y}_{5,5} & \dot{Y}_{5,6} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{5,10} \\ \dot{Y}_{6,1} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{6,5} & \dot{Y}_{6,6} & \dot{Y}_{6,7} & 0 & 0 & 0 \\ \dot{Y}_{7,1} & \dot{Y}_{7,2} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{7,6} & \dot{Y}_{7,7} & \dot{Y}_{7,8} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{8,2} & \dot{Y}_{8,3} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{8,7} & \dot{Y}_{8,8} & \dot{Y}_{8,9} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{9,3} & \dot{Y}_{9,4} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{9,8} & \dot{Y}_{9,9} & \dot{Y}_{9,10} \\ 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{10,4} & \dot{Y}_{10,5} & 0 & 0 & 0 & \dot{Y}_{10,9} & \dot{Y}_{10,10} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \\ \phi_7 \\ \phi_8 \\ \phi_9 \\ \phi_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\dot{z}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ G_{p0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 1/j \cdot X_{cp0} \times \begin{bmatrix} \dot{E} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{E} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$



В общем виде для индуктора с любым числом витков обмотки  $w$  система уравнений записывается как

$$\begin{cases}
 \dot{\gamma}_{k,k} \cdot \dot{\Phi}_k - \dot{\gamma}_{k,k+1} \cdot \dot{\Phi}_{k+1} - \dot{\gamma}_{k,k+w} \cdot \dot{\Phi}_{k+w} - \dot{\gamma}_{k,k+w+1} \cdot \dot{\Phi}_{k+w+1} = \dot{I}_{k,k} \text{ при } k=1); \\
 \dot{\gamma}_{k,k} \cdot \dot{\Phi}_k - \dot{\gamma}_{k,k-1} \cdot \dot{\Phi}_{k-1} - \dot{\gamma}_{k,k+1} \cdot \dot{\Phi}_{k+1} - \dot{\gamma}_{k,k+w} \cdot \dot{\Phi}_{k+w} - \dot{\gamma}_{k,k+w+1} \cdot \dot{\Phi}_{k+w+1} = 0 \text{ при } 1 < k < w); \\
 \dot{\gamma}_{k,k} \cdot \dot{\Phi}_k - \dot{\gamma}_{k,k-1} \cdot \dot{\Phi}_{k-1} - \dot{\gamma}_{k,k+w} \cdot \dot{\Phi}_{k+w} = 0 \text{ при } k=w); \\
 \dot{\gamma}_{k,k} \cdot \dot{\Phi}_k - \dot{\gamma}_{k,k+1} \cdot \dot{\Phi}_{k+1} - \dot{\gamma}_{k,k-w} \cdot \dot{\Phi}_{k-w} = \dot{I}_{k,k} \text{ при } k=w+1); \\
 \dot{\gamma}_{k,k} \cdot \dot{\Phi}_k - \dot{\gamma}_{k,k-1} \cdot \dot{\Phi}_{k-1} - \dot{\gamma}_{k,k+1} \cdot \dot{\Phi}_{k+1} - \dot{\gamma}_{k,k-w-1} \cdot \dot{\Phi}_{k-w-1} - \dot{\gamma}_{k,k-w} \cdot \dot{\Phi}_{k-w} = 0 \text{ при } w+1 < k < 2 \cdot w); \\
 \dot{\gamma}_{k,k} \cdot \dot{\Phi}_k - \dot{\gamma}_{k,k-1} \cdot \dot{\Phi}_{k-1} - \dot{\gamma}_{k,k-w-1} \cdot \dot{\Phi}_{k-w-1} - \dot{\gamma}_{k,k-w} \cdot \dot{\Phi}_{k-w} = 0 \text{ при } k=2 \cdot w),
 \end{cases} \quad (4.51)$$

где  $\dot{\gamma}_{k,k}$  – собственная проводимость  $k$ -ого узла;

$\dot{\gamma}_{k,m}$  – взаимная проводимость узлов  $k$  и  $m$ .

Собственные проводимости определяются следующим образом при  $k < w$

$$\dot{\gamma}_{k,k} = \frac{1}{R_k + j \cdot X_{Lk}} + \frac{1}{R_{k+1} + j \cdot X_{Lk+1}} - \frac{1}{j \cdot X_{Cdk}} + G_{dk} - \frac{1}{j \cdot X_{Cpk}} + G_{pk}; \quad (4.52)$$

при  $k = w$

$$\dot{\gamma}_{k,k} = \frac{1}{R_k + j \cdot X_{Lk}} - \frac{1}{j \cdot X_{Cdk}} + G_{dk} - \frac{1}{j \cdot X_{Cpk}} + G_{pk}; \quad (4.53)$$

при  $k = w + 1$

$$\dot{\gamma}_{k,k} = \frac{1}{R'_{k-w} + j \cdot X'_{L k-w}} - \frac{1}{j \cdot X_{Cd k-w}} + G_{dk-w} - \frac{1}{j \cdot X_{Cp k-w-1}} + G_{pk-w-1}; \quad (4.54)$$

при  $k > w + 1$

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{k,k} = & \frac{1}{R'_{k-w-1} + j \cdot X'_{L k-w-1}} + \frac{1}{R'_{k-w} + j \cdot X'_{L k-w}} - \\ & - \frac{1}{j \cdot X_{Cd k-w}} + G_{dk-w} - \frac{1}{j \cdot X_{Cp k-w-1}} + G_{pk-w-1}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Взаимные проводимости узлов вычисляются по формулам

при  $k < w$ :

$$\dot{\gamma}_{k,k+1} = \dot{\gamma}_{k+1,k} = -\frac{1}{R_{k+1} + j \cdot X_{L k+1}}; \quad (4.56)$$

$$\dot{\gamma}_{k,k+w+1} = \dot{\gamma}_{k+w+1,k} = -G_{pk} + \frac{1}{j \cdot X_{Cp k}}; \quad (4.57)$$

при  $w < k < 2 \cdot w$

$$\dot{\gamma}_{k,k+1} = \dot{\gamma}_{k+1,k} = -\frac{1}{R'_{k-w} + j \cdot X'_{L k-w}}; \quad (4.58)$$

при  $k \leq w$

$$\dot{\gamma}_{k,k+w} = \dot{\gamma}_{k+w,k} = -G_{dk} + \frac{1}{j \cdot X_{Cd k}}. \quad (4.59)$$

Правая часть системы линейных уравнений, определяющая сумму токов источников токов, запишется в виде  
при  $k = 1$

$$\dot{I}_{kk} = \dot{E} \cdot \left( \frac{1}{R_k + j \cdot X_{Lk}} \right); \quad (4.60)$$

при  $k = w + 1$

$$\dot{I}_{kk} = \dot{E} \cdot \left( G_{p0} - \frac{1}{j \cdot X_{cp0}} \right). \quad (4.61)$$

Полученную систему уравнений (рисунок 4.15) можно решить, по меньшей мере, двумя способами: либо при использовании формул Крамера, либо методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса). При большом числе уравнений  $n$  первый способ, основанный на вычислении определителей, требует порядка  $n!$  арифметических действий, в то время как метод Гаусса – только  $n^3$  действий. Поэтому метод Гаусса в различных вариантах широко используется при решении на ЭВМ задач линейной алгебры.

Данная система уравнений была решена методом Гаусса с выбором главного элемента в строке, который по сравнению с обычным методом Гаусса имеет значительное преимущество, состоящее в том, что на очередном шаге исключается не следующее по номеру неизвестное, а то неизвестное, коэффициент при котором является наибольшим по модулю. Тем самым в

процессе вычислений не будет происходить деление на ноль. Таким образом, при использовании указанного метода система уравнений путем последовательного исключения неизвестных приводилась к системе с треугольной матрицей, из которой затем определялись значения неизвестных.

В системе линейных уравнений распределения напряжения узловые проводимости являются комплексными числами, то есть имеют вещественную и мнимую части. Поэтому все операции над действительными числами были заменены операциями над комплексными числами.

Действительная и мнимая части комплексных проводимостей вычисляются по формулам:

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{R + j \cdot X_L} = \frac{R - j \cdot X_L}{R^2 + X_L^2} = \frac{R}{R^2 + X_L^2} - j \cdot \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}; \quad (4.62)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{-j \cdot X_C} = j \cdot \frac{1}{X_C}. \quad (4.63)$$

Результатом решения системы уравнений (рисунок 4.15) являются потенциалы узлов схемы замещения индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности и, как следствие, напряжения между любыми узлами схемы. Это позволяет исследовать распределение потенциалов и напряжений по длине обмотки индуктора в широком диапазоне влияющих факторов.

Описанная выше методика расчета распределения потенциалов и напряжения в обмотке индуктора с самокомпенсацией реактивной

мощности реализована в виде программы "VDistrib" (рисунок 4.16), написанной на языке программирования Borland DELPHI 7 и представляющей собой модуль, компилированный в ехе-файл для функционирования в оболочке WINDOWS.

Панель исполняемого модуля содержит два блока, в первом из которых производится ввод исходных данных, во втором – вывод результатов расчета в табличном виде по столбцам (рисунок 4.16).

The screenshot shows the 'VDistrib' application window with the following data:

**Ввод исходных данных**

Число витков	15	Толщина диэлектрика, м	0,00005
Частота, Гц	31,518	Внутренний диаметр, м	0,15
Диэл. проницаемость	10	Высота секции, м	0,1
Удельное эл. сопротивление, Ом*м	0,000000028		

**Результаты расчета**

№	Узл. потенциалы	U <sub>v</sub>	U <sub>к</sub>
0	1,00000	394,22584	1,00000
1	23,82606	385,66702	50,61673
2	48,58078	386,63153	102,75660
3	73,96875	388,85621	155,74933
4	99,77425	391,12128	209,15429
5	125,82062	392,99030	262,62788
6	151,95669	394,25708	315,87876
7	178,04410	394,80402	368,65059
8	203,95680	394,56262	420,71585
9	229,57689	393,48975	471,87811
10	254,81122	391,61979	521,98239
11	279,59735	388,97932	570,94675
12	303,95084	385,73342	618,84328
13	328,09625	382,27711	666,15436
14	353,05464	379,85622	714,91343
15	387,21038	387,21038	781,44709

Buttons: **Расчёт**, **Печать результатов**, **Выход**, **О программе**

Рисунок 4.16 – Панель исполняемого модуля программы VDistrib

Блок-схема алгоритма, по которому работает программа, представлена на рисунке 4.17.

Итогом вычислений является потенциал каждого узла схемы замещения, напряжение между разноименными проводниками обмотки индуктора по ее длине  $U_v$ , напряжение между разноименными проводниками обмотки индуктора от места подключения до разомкнутых концов  $U_k$ .

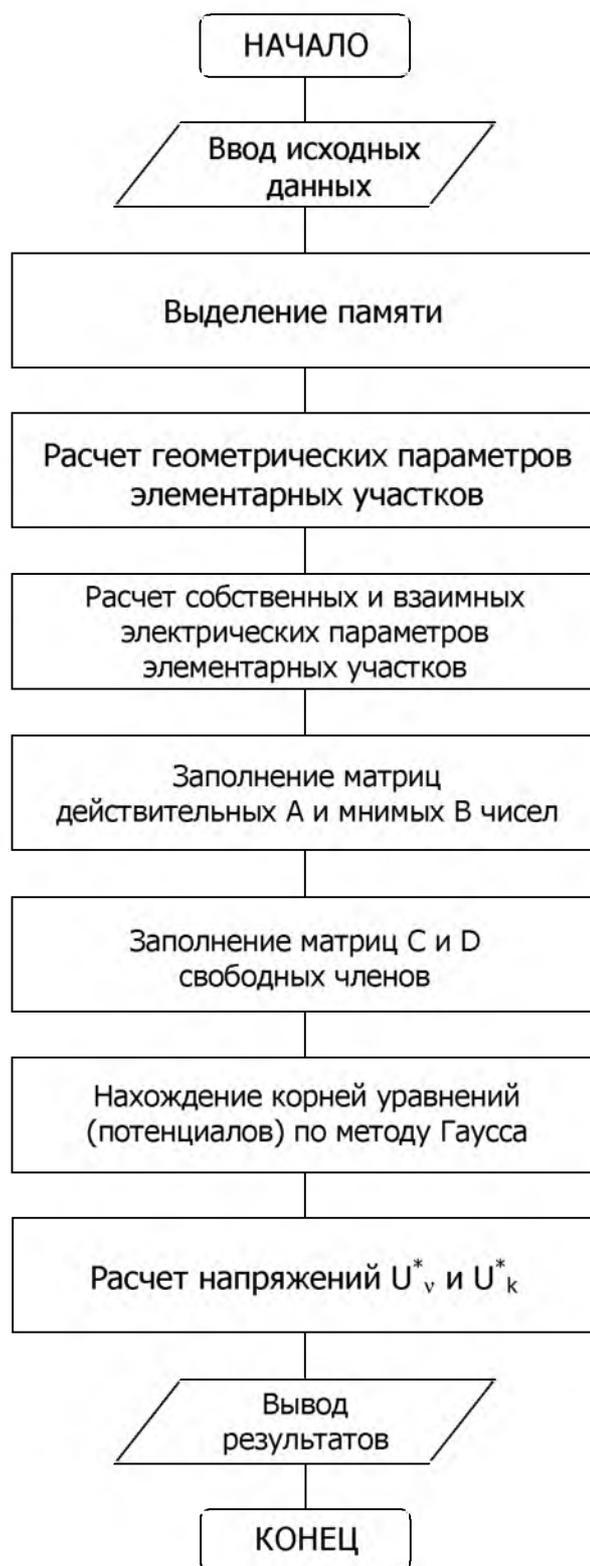


Рисунок 4.17 – Блок-схема программы VDistrib

### **4.3.3 Расчет потерь активной мощности в индукторе с самокомпенсацией**

Модель предназначена для исследования потерь активной мощности в многослойной обмотке индуктора с учетом осевой неравномерности распределения плотности тока и может быть применима в широком диапазоне изменения частотного режима источника питания индуктора, температурного уровня охлаждения, электрофизических параметров загрузки.

В отличие от индукторов традиционного исполнения, в которых плотность тока по длине проводника распределена равномерно, в ИС плотность тока зависит от координаты  $x$ . Прямое использование для исследования индуктора с самокомпенсацией программ, разработанных для расчета энергетических параметров индукторов традиционного типа (например, "Model1") не представляется возможным вследствие того, что они не учитывают вышеописанного явления.

Модель основана на методе индуктивно связанных элементов, который состоит в том, что система "индуктор–загрузка" представляется в виде контуров с током. Нагреваемая загрузка заменяется цилиндрическим витком, радиальная толщина которого равна глубине проникновения электромагнитной волны в материал загрузки  $\Delta_2$ . Многослойный индуктор представляется в виде контуров с током, число которых равно количеству витков  $W$  обмотки (рисунок 4.18).

В силу того, что частотный диапазон работы индуктора с самокомпенсацией достаточно широк (от промышленной частоты

до повышенной частоты с резко выраженным поверхностным эффектом, когда ток распределен в тонком слое нагреваемого цилиндра), то использование метода индуктивно связанных контуров является оправданным, так как в данном случае аналогия между загрузкой и тонкостенным витком является приемлемой.

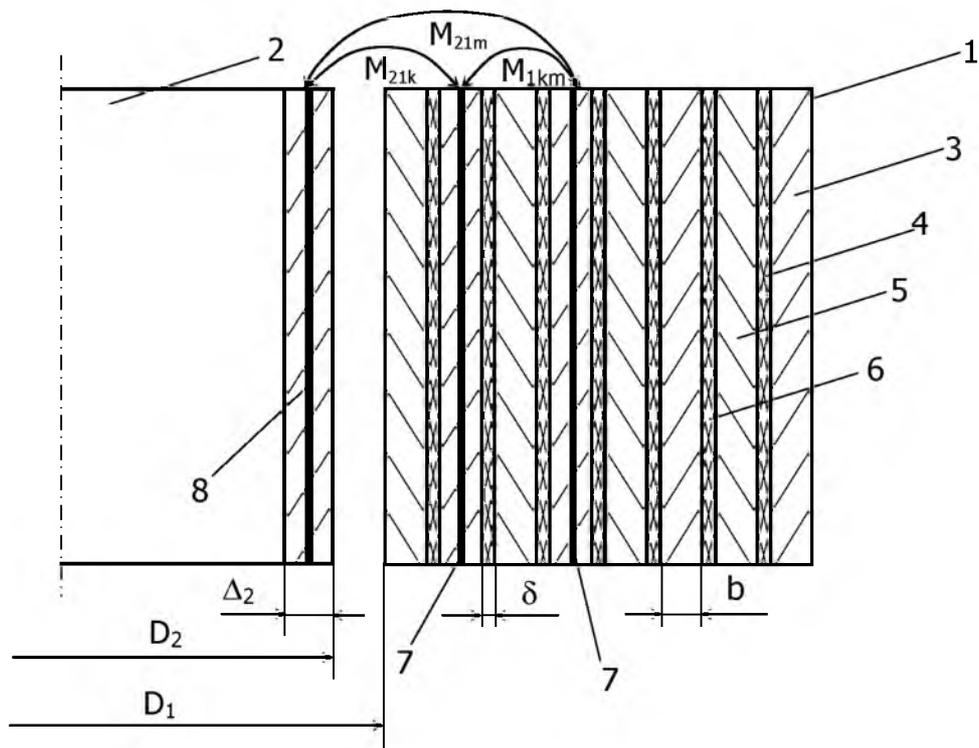


Рисунок 4.18 – Эскиз системы "индуктор с самокомпенсацией – загрузка" с разбиением на элементарные кольца  
 1 – индуктор; 2 – загрузка; 3,5 – разноименные проводники обмотки индуктора; 4,6 – диэлектрик; 7 – элементы разбиения проводников индуктора; 8 – элемент разбиения загрузки

Для расчета распределения плотности тока по сечению витка все проводники и загрузка разбиваются на элементарные кольца, в пределах которых плотность тока принимается постоянной. Таким образом, каждый виток представляет собой систему из  $n$  параллельно соединенных колец (слоев).

При этом для данной системы справедливы следующие уравнения:

$$\dot{I}_i = \sum_{k=1}^n \dot{I}_{\text{сл}k} ; \quad (4.64)$$

$$\dot{U}_{\text{сл}k} = \dot{U}_i, \quad (4.65)$$

где  $\dot{I}_i$  – ток в  $i$ -ом витке;

$\dot{I}_{\text{сл}k}$  – ток в  $k$ -ом слое  $i$ -ого витка;

$\dot{U}_i$  – падение напряжения на  $i$ -ом витке;

$\dot{U}_{\text{сл}k}$  – падение напряжения на  $k$ -ом слое  $i$ -ого витка.

Левая часть выражения (4.65) определяется по формуле

$$\dot{U}_{\text{сл}k} = (R_{\text{сл}k} + j \cdot \omega \cdot L_{\text{сл}k}) \cdot \dot{I}_{\text{сл}k} + j \cdot \omega \cdot \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n M_{\text{сл}km} \cdot \dot{I}_{\text{сл}m}, \quad (4.66)$$

где  $R_{\text{сл}k}$  – активное сопротивление  $k$ -ого слоя  $i$ -ого витка;

$L_{\text{сл}k}$  – собственная индуктивность  $k$ -ого слоя  $i$ -ого витка;

$M_{\text{сл}km}$  – взаимная индуктивность  $k$ -ого слоя  $i$ -ого витка, создаваемая с  $m$ -ым слоем  $i$ -ого витка;

$\dot{I}_{\text{сл}m}$  – ток в  $m$ -ом слое  $i$ -ого витка.

Правая часть выражения (4.65) определяется по формуле

$$\dot{U}_i = (R_i + j \cdot \omega \cdot L_i) \cdot \dot{I}_i + j \cdot \omega \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^w M_{p_{ij}} \cdot \dot{I}_j + j \cdot \omega \cdot \sum_{j=1}^w M_{d_{ij}} \cdot \dot{I}'_j. \quad (4.67)$$

Средний диаметр  $k$ -ого кольца определяется по формуле

$$d_{\text{слк}} = d_i - b + \frac{b}{n} \cdot (2 \cdot i - 1), \quad (4.68)$$

где  $d_i$  – диаметр  $i$ -ого витка;

$n$  – число разбиений.

Активное сопротивление  $k$ -ого кольца определяется по формуле

$$R_{\text{слк}} = \frac{n \cdot \rho \cdot \pi \cdot d_{\text{слк}}}{3 \cdot h \cdot b}. \quad (4.69)$$

Собственная индуктивность  $k$ -ого кольца определяется из выражения

$$L_{\text{слк}} = 0,5 \cdot \mu_0 \cdot d_{\text{слк}} \cdot \left( \ln \frac{4 \cdot d_{\text{слк}}}{h + b/n} - 0,5 \right). \quad (4.70)$$

Взаимная индуктивность  $k$ -ого и  $m$ -ого колец определяется согласно формуле (4.38).

Составляем систему уравнений, где первым уравнением будет выражение (4.64), в котором ток в витке определяется как сумма токов в параллельно соединенных элементарных слоях, которыми условно заменяется виток. Следующие  $n-1$  уравнения записываются в соответствие с выражением (4.65), где падение напряжения на каждом из параллельно соединенных слоев равно

падению напряжения на всем витке. Таким образом, имеется  $n$  неизвестных токов в слоях витка и  $n$  уравнений, что является необходимым и достаточным условием для решения полученной системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{I}_i = \sum_{k=1}^n \dot{I}_{слk} \\ \dot{U}_{сл1} = \dot{U}_i \\ \dot{U}_{сл2} = \dot{U}_i \\ \vdots \\ \dot{U}_{слn} = \dot{U}_i \end{cases} \quad (4.71)$$

В матричной форме полученную систему уравнений для четырёх слоёв можно записать в следующем виде

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ j \cdot \omega \cdot M_{сл21} & \dot{Z}_{сл2} & j \cdot \omega \cdot M_{сл23} & j \cdot \omega \cdot M_{сл24} & \\ j \cdot \omega \cdot M_{сл31} & j \cdot \omega \cdot M_{сл32} & \dot{Z}_{сл3} & j \cdot \omega \cdot M_{сл34} & \\ j \cdot \omega \cdot M_{сл41} & j \cdot \omega \cdot M_{сл42} & j \cdot \omega \cdot M_{сл43} & \dot{Z}_{сл4} & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{сл1} \\ \dot{I}_{сл2} \\ \dot{I}_{сл3} \\ \dot{I}_{сл4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_i \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

Система уравнений (4.72) решается методом Гаусса для комплексных чисел с выбором главного элемента в строке.

На основе предложенной методики в среде Borland Delphi 7 была создана программа C2Distrib (рисунок 4.19) для расчета распределения плотности тока по слоям витка в радиальном направлении, базирующаяся на программе CDistrib, в которой искомыми величинами являются токи в каждом витке обеих проводниковых лент. Используя полученные значения токов в

витках в комплексном виде, программа C2Distrib рассчитывает неизвестные токи в элементарных кольцах каждого витка. Основная особенность программы C2Distrib состоит в том, что при расчете плотности тока по сечению разноименных проводников, учитывается изменение тока по длине проводниковой ленты, т.е.  $I = f(x)$ .

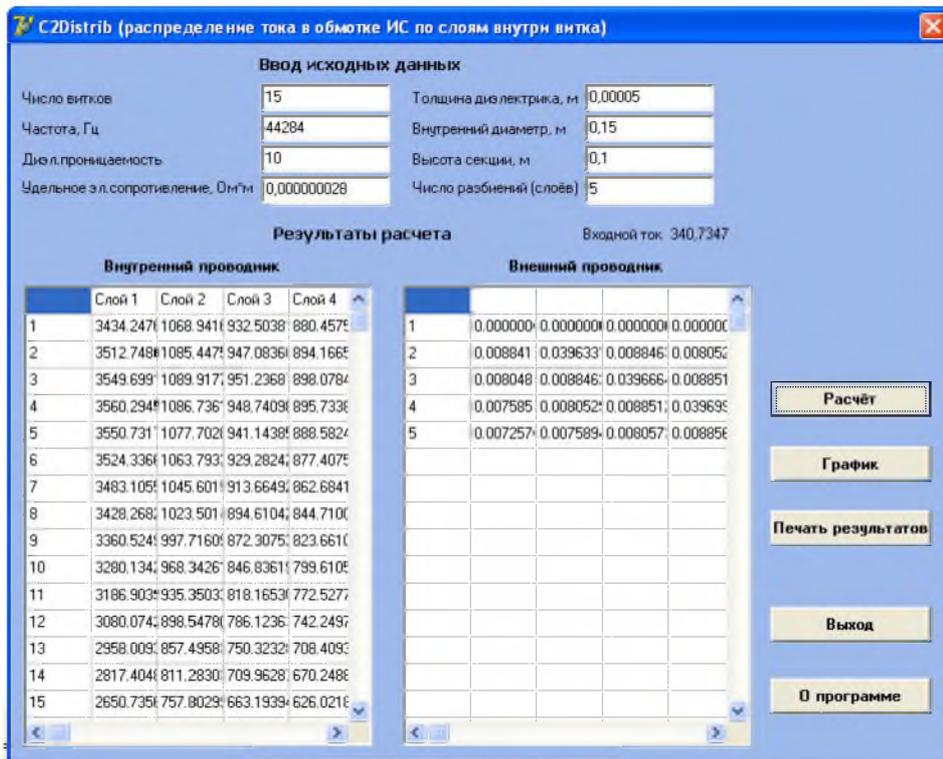


Рисунок 4.19 – Панель исполняемого модуля программы C2Distrib

Описанная ранее программа REZONANS 1 позволяет при заданных геометрических размерах индуктора рассчитать число витков  $W$ , при котором индуктор будет иметь на входе чисто активное сопротивление, что определяет его работу с  $\cos \varphi = 1$ . Однако погонные участки индуктора (отдельные витки) имеют  $X_L \neq X_C$ , что объясняется неравнозначным действием на единичный виток взаимных параметров  $(M_{km}, C_{km})$ , а так как наиболее

неблагоприятным является действие взаимной индуктивности, вносящей большой вклад в неравномерность распределения тока по сечению проводника, то в первую очередь необходимо освободиться от ее влияния.

В первой части программы для расчета потерь активной мощности в индукторе при вычислении собственных и взаимных параметров витков определяется компенсирующее действие на индуктивное сопротивление витка емкостной проводимости. В связи с этим фактором, видимо, следует ожидать более равномерного распределения плотности тока по сечению проводника ИС по сравнению с индуктором традиционного типа.

Решением (4.72) является распределение плотности тока по сечению проводников, на основании которого определяются все интегральные энергетические параметры системы "индуктор-загрузка".

В результате решения (4.72) определяется распределение тока по сечению проводников обмотки индуктора. Затем рассчитываются интегральные параметры:

- потери активной мощности в обмотке индуктора

$$P = \sum_{k=1}^W I_k^2 \cdot R_k; \quad (4.73)$$

- электрический коэффициент полезного действия

$$\eta_{эл} = \frac{R_{\Sigma} - R_1}{R_{\Sigma}}. \quad (4.74)$$

## **5 ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА СЛОЖНОЙ ФОРМЫ**

При индукционном нагреве под прокатку или ковку процесс нагрева необходимо проводить быстро, с меньшими перепадами температуры по сечению заготовки. Большой перепад температуры является причиной неоднородности размера зерна металла заготовки и способствует снижению качества изделий из этого металла. Путем операции выравнивания температуры удается в конце нагрева получить требуемую структуру зерна, но на эту операцию затрачивается дополнительное время, что снижает производительность индуктора и увеличивает расход энергии.

В существующих способах нагрева заготовок [2, 3, 5, 10] повышение скорости нагрева достигается путем интенсивной подачи энергии во внешние слои заготовки, что возможно за счет увеличения напряжения на индукторе и частоты источника питания. На высокой частоте, вследствие малой глубины проникновения электромагнитного поля в металл  $\Delta_z$ , тепловая энергия выделяется в поверхностном слое заготовки, а внутренняя часть заготовки нагревается за счет теплопроводности. При этом, чем больше энергии выделяется в верхних слоях заготовки, тем выше скорость нагрева и тем больше перепад температуры между ее поверхностью и центром. Повышать температуру поверхности и, соответственно, скорость нагрева можно до определенного значения, выше которого поверхность начинает усиленно окисляться, структура

поверхностного слоя ухудшается, появляются предельные внутренние термические напряжения, вызывающие трещины в заготовке. Поэтому температура перепада поверхностного слоя и центра заготовки не должна превышать технологически допустимого уровня. Последнее обстоятельство сдерживает скорость нагрева заготовок. Кроме того, при нагреве углеродистых сталей их теплопроводность уменьшается с ростом температуры, что также увеличивает время нагрева заготовок.

С целью повышения скорости нагрева ферромагнитных материалов используют двухчастотный способ нагрева [11], при котором до температуры точки Кюри нагрев ведут на промышленной частоте, а за зоной магнитных превращений переходят на повышенную частоту. При этом на низкой частоте передача энергии от наружных слоев к внутренним осуществляется также за счет теплопроводности, и это сдерживает скорость нагрева заготовок.

Значительно интенсифицировать процесс индукционного нагрева за счет выделения в нагреваемой заготовке большей мощности в единицу времени позволяет способ, разработанный Н.В. Долматовым. Способ заключается в питании индукционного нагревателя током сложной формы при напряжении полигармонического состава [12].

## 5.1 Физические основы процесса индукционного нагрева при использовании напряжения и тока сложной формы

При подаче синусоидального напряжения высокой частоты на вход однофазного преобразователя формы напряжения 1 (рисунок 5.1) на выходе его формируется однофазное периодическое несинусоидальное напряжение  $u(t)$  (рисунок 5.2) с составом рабочих гармоник, максимально приближенных к заданному, состоящему из суммы рабочих гармоник  $U_{mk} \cdot \sin k \cdot \omega t$ , с возрастающими с ростом частоты амплитудами

$$U(t) = U_{m1} \cdot \sin \omega_1 \cdot t + U_{m4} \cdot \sin \omega_4 \cdot t + U_{m7} \cdot \sin \omega_7 \cdot t, \quad (5.1)$$

где  $U_{mk}$  – амплитуда напряжения  $k$ -той гармоники;

$\omega_1$  – угловая частота первой гармоники;

$\omega_k$  – угловая частота  $k$ -той гармоники ( $\omega_k = k \cdot \omega_1$ ).

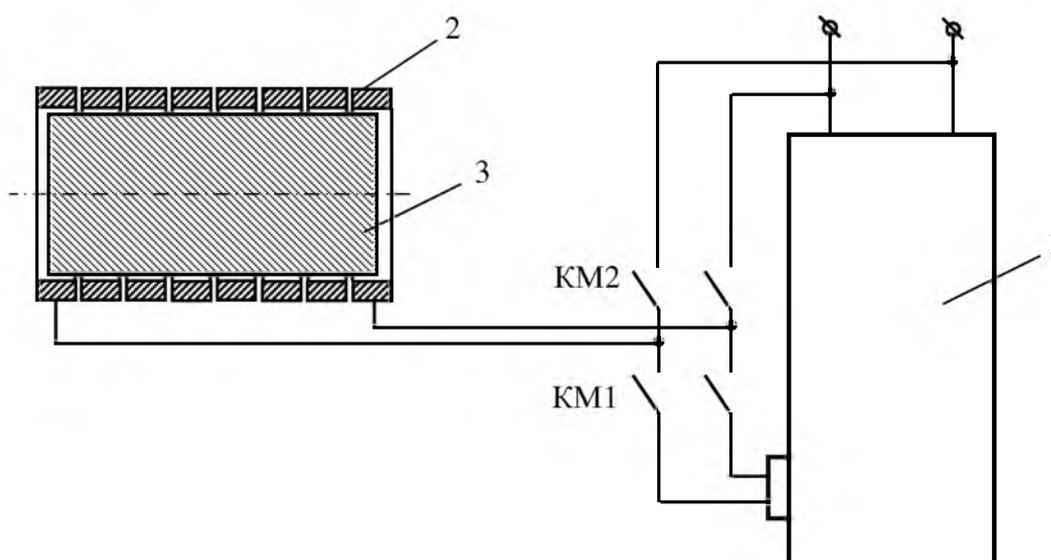


Рисунок 5.1 – Устройство индукционного нагрева:  
1 – преобразователь формы напряжения;  
2 – индуктор; 3 – заготовка

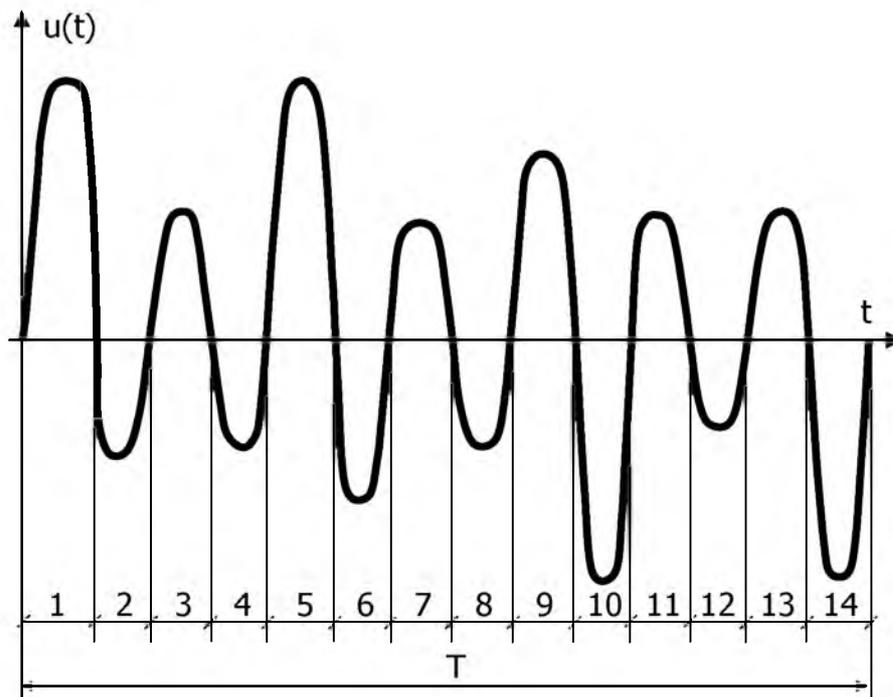


Рисунок 5.2 – Форма напряжения на выходе преобразователя

При замыкании контактов КМ1 несинусоидальное напряжение  $u(t)$  подается на индуктор 2, в котором расположена заготовка 3. Под действием каждой из составляющих рабочих гармоник напряжения в индукторе протекает ток и образуется электромагнитное поле, которое в зависимости от частоты проникает в заготовку 3 на различную глубину (рисунок 5.3), определяемую следующими выражениями:

для гармоники частотой  $\omega_1$

$$\Delta_1 = \sqrt{\frac{2}{\omega_1 \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \gamma}}; \quad (5.2)$$

для гармоники частотой  $\omega_4$

$$\Delta_4 = \sqrt{\frac{2}{4 \cdot \omega_1 \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \gamma}}; \quad (5.3)$$

для гармоники частотой  $\omega_7$

$$\Delta_7 = \sqrt{\frac{2}{7 \cdot \omega_1 \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \gamma}}; \quad (5.4)$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость материала заготовки;

$\mu_0$  – магнитная постоянная;

$\gamma$  – удельная электрическая проводимость материала заготовки.

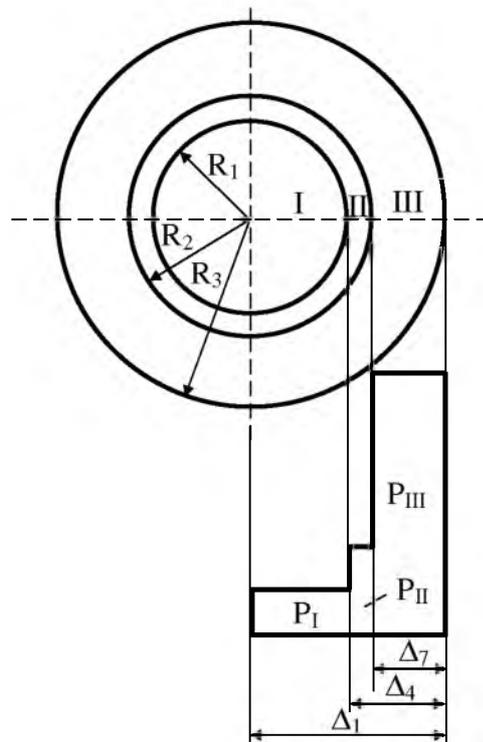


Рисунок 5.3 – Распределение средней мощности потребления энергии по энергетическим зонам заготовки

Электромагнитное поле, созданное напряжением самой низкой частоты  $\omega_1$  проникает на всю глубину заготовки  $\Delta_1$ , поле других частот  $\omega_4$  и  $\omega_7$  проникает на меньшую глубину, соответственно на  $\Delta_4$  и  $\Delta_7$ . Вследствие различной глубины проникновения энергии электромагнитных волн разной частоты образуются при трех частотах три энергетические зоны нагрева I, II, III. В зоне I индуцируется энергия самой низкой частоты из рассматриваемых частот  $\omega_1$ , которая нагревает металл этой зоны за счет преобразования электромагнитной энергии в тепловую. В зону II проникает энергия электромагнитного поля двух частот  $\omega_1$  и  $\omega_4$ . В зону III проходит энергия электромагнитного поля всех частот рабочих гармоник напряжения, т.е.  $\omega_1$ ,  $\omega_4$  и  $\omega_7$ , и преобразуется в тепловую энергию этой зоны. Так как сопротивление переменному току с понижением частоты уменьшается [13], то для ограничения чрезмерного возрастания токов низкой частоты амплитуды напряжения рабочих гармоник приняты возрастающими с ростом частоты.

На рисунке 5.3 показано распределение активной мощности при нагреве по зонам. Перепад температуры в процессе нагрева между внешними и внутренними слоями в предлагаемом способе меньше. Это объясняется тем, что максимальная температура внешних слоев остается той же, что и в известном способе, но температура внутренних слоев в предлагаемом способе выше, так как во внутренние слои, в том числе и центральные, поступает электромагнитная энергия от рабочих гармоник напряжения частотой  $\omega_1$  и  $\omega_4$ , которая преобразуется в тепловую энергию. Температура внутренних слоев при этом поднимается. Наибольшее

потребление электрической энергии имеет зона III, затем идет зона II и, соответственно, наименьшее потребление имеет зона I. Повышение производительности индуктора в новом способе достигается за счет сокращения времени нагрева заготовок до температуры точки Кюри, а за зоной магнитных превращений нагрев ведется известным способом на одной частоте сети. При этом контакты КМ1 (рисунок 5.1) размыкаются, а контакты КМ2 замыкаются. Индуктор отключается от напряжения преобразователя и подключается к напряжению сети. При подогреве прокатных валков нагрев их ведется до температуры ниже точки Кюри, поэтому в этом случае используется только режим холодного нагрева и переключение индуктора на напряжение сети не требуется. При достижении требуемой температуры валков индуктор отключается от преобразователя.

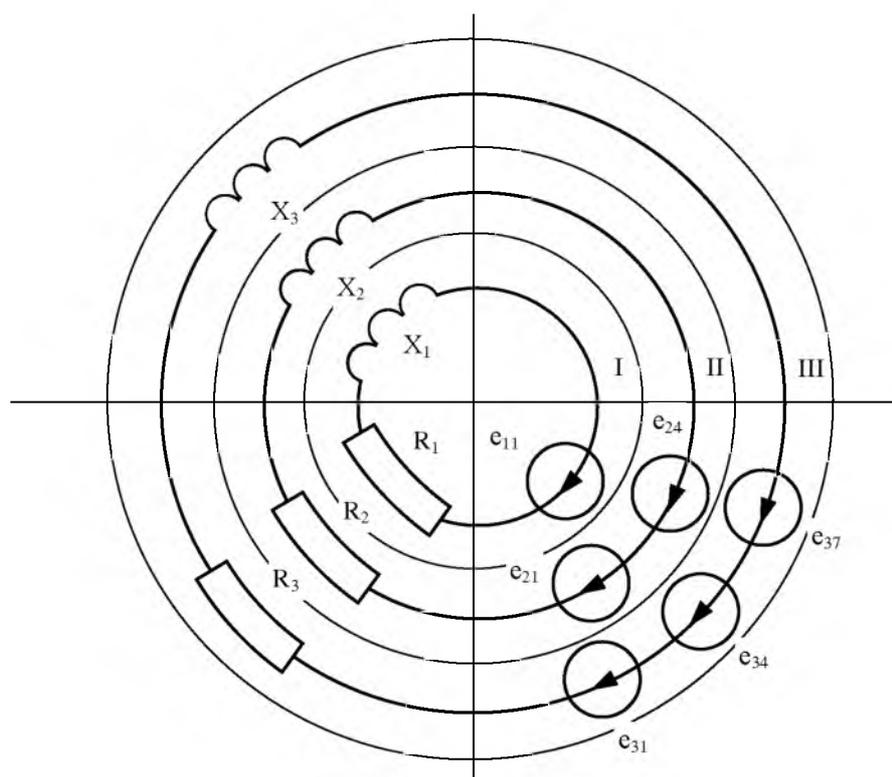
## **5.2 Определение параметров электрической схемы замещения загрузки**

Расчет индукционных устройств на основе схем замещения в настоящее время остается основным инженерным методом при проектировании индукторов [1 ÷ 3]. Применение электрических схем замещения для систем с распределенными параметрами позволяет с достаточной для практики точностью определить ток, напряжение, полную, активную и реактивную мощности,  $\cos \varphi$ , КПД индуктора, найти энергию, необходимую для нагрева заготовки до заданной температуры, и время нагрева.

По схеме замещения определяется входное сопротивление

индуктора, без которого невозможен расчет источников питания, в данном случае – преобразователя формы напряжения. Основные трудности при расчете по электрическим схемам замещения возникают на стадии их составления, когда необходимо найти правильно отражающую физические процессы структуру схемы и параметры ее элементов: активные сопротивления, индуктивности.

На рисунке 5.4 показана несвязанная по зонам электрическая схема замещения цилиндрической заготовки. Каждая зона эквивалентно представлена R-L цепью, питание которой осуществляется источниками ЭДС, индуцируемыми изменяющимся потоком зоны.



5.4 – Несвязанная электрическая схема замещения цилиндрической заготовки

На рисунке 5.4 показаны:

$R_1, R_2, R_3$  – активные сопротивления, введенные в схему

замещения для отражения процесса преобразования электрической энергии в тепловую в зонах I, II, III соответственно;

$X_1, X_2, X_3$  – индуктивные сопротивления зон I, II, III;

$e_{11}, e_{21}, e_{24}, e_{31}, e_{34}, e_{37}$  – ЭДС, индуцируемые на частотах  $\omega_1, \omega_4, \omega_7$  магнитным потоком I, II и III зон.

При расчете параметров схемы замещения заготовки считаются заданными марка стали, зависимость температуры заготовки  $T$  от радиуса  $r$ , удельного электрического сопротивления  $\rho$  от температуры  $T$  и магнитной индукции от напряженности магнитного поля  $H$ , а также напряженности магнитного поля на поверхности заготовки от каждой гармоники напряжения. Зависимости  $T = f(r)$ ,  $\rho = f(T)$  и  $B = f(H)$  ферромагнитной стали показаны на рисунке 5.5. Графики  $T = f(r)$  и  $\rho = f(T)$  соответствуют моменту времени конца нагрева заготовки.

Активные сопротивления зон I, II, III определяются как:

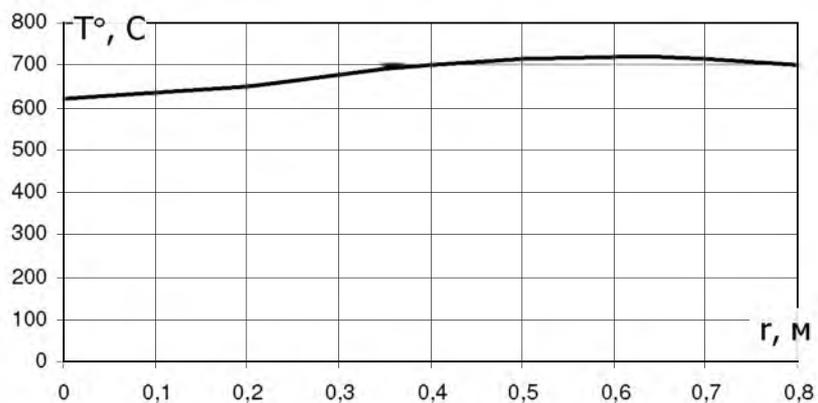
$$R_{10} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho_1}{L_1 \cdot (\ln r_4 - \ln r_1)}; \quad (5.5)$$

$$R_{20} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho_2}{L_1 \cdot (\ln r_7 - \ln r_4)}; \quad (5.6)$$

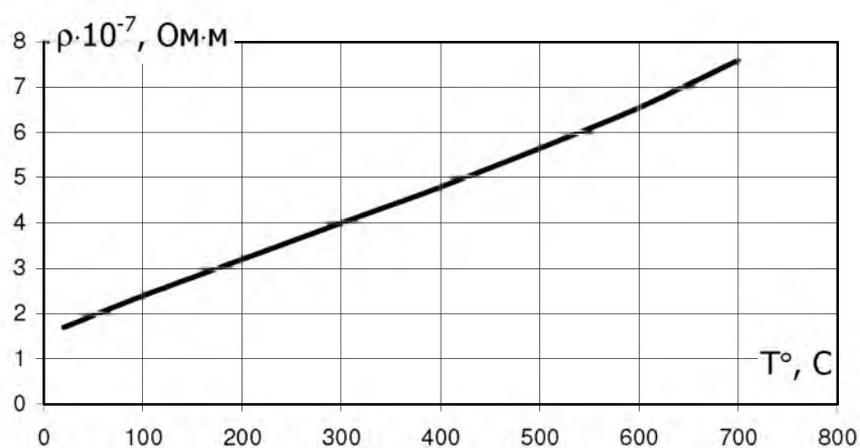
$$R_{30} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho_3}{L_1 \cdot (\ln r_0 - \ln r_7)}; \quad (5.7)$$

где  $L_1$  – длина заготовки;

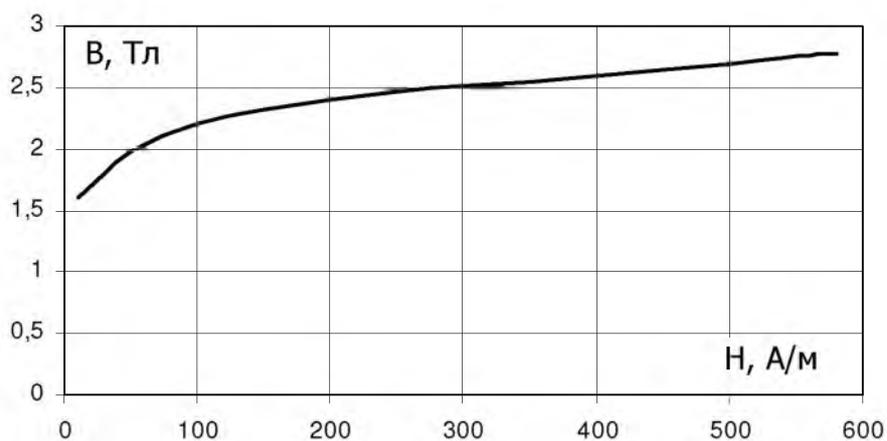
$r_0$  – радиус заготовки.



а)



б)



в)

Рисунок 5.5 – Графики зависимости:  
 а – температуры от радиуса заготовки; б – удельного электрического сопротивления от температуры; в – магнитной индукции от напряженности магнитного поля.

Удельные электрические сопротивления  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  зон I, II, III определяются по графику 5.56 по среднему значению температуры зон.

Определим индуктивности  $L_1, L_2, L_3$  зон I, II, III.

Основная кривая намагничивания аппроксимируется отрезками парабол [14]

$$B = K \cdot H^{0,5 \cdot n}, \quad (5.8)$$

где  $K$  – коэффициент, учитывающий частоту перемагничивания;

$n$  – зависит от марки стали и степени магнитного насыщения материала.

Для различных материалов  $n$  принимает значения от 4 до 20. При таких значениях  $n$  вычисленная зависимость  $B = f(H)$  максимально совпадает с действительной.

При синусоидальном напряжении индуктора зависимости  $B = f(t)$  и  $H = f(t)$  несинусоидальные [13, 15]. Заменяя их первыми гармониками, можно исключить зависимость магнитной проницаемости от времени. Тогда вычисленная по первым гармоникам магнитная проницаемость

$$\mu_1 = \frac{B_{m1}}{\mu_0 \cdot H_{m1}} \quad (5.9)$$

есть функция амплитуды только первой гармоники напряженности магнитного поля. Возможность такой замены обоснована в [14].

Для сильных полей при достаточно большом диаметре заготовки

$$\mu_1 = \frac{\mu_{e1}}{\left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^2}, \quad (5.10)$$

где  $\mu_1$  – относительная магнитная проницаемость в точке  $x$ ,  
вычисленная по первым гармоникам  $H$  и  $B$ ;

$\mu_{e1}$  – магнитная проницаемость на поверхности заготовки;

$x$  – расстояние от поверхности заготовки.

Уравнение, выражающее напряженность магнитного поля на поверхности заготовки, после перехода от частных производных к обыкновенным и известных преобразований имеет вид

$$\frac{d^2 \dot{H}_m}{dx^2} = j \cdot 2 \cdot K_e^2 \frac{\dot{H}_m}{\left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^2}, \quad (5.11)$$

где  $K_e$  – коэффициент затухания, для гармоник  $H$  и  $E$ ,  
величина обратная  $\Delta_3$ .

Уравнение (5.11) приводится к уравнению с постоянными коэффициентами подстановкой  $\ln\left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right) = \xi$ . После подстановки

получим

$$\frac{d^2 \dot{H}_m}{d\xi^2} - \frac{d\dot{H}_m}{d\xi} - j \cdot 2 \cdot K_e^2 \cdot \Delta_3^2 \cdot \dot{H}_m = 0. \quad (5.12)$$

Решением уравнения (5.12) является сумма экспоненциальных функций. Найдем из (5.12) характеристическое уравнение

$$\alpha^2 - \alpha - j \cdot 2 \cdot K_e^2 \cdot \Delta_3^2 = 0. \quad (5.13)$$

Решая квадратное уравнение (5.13), получим:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 + j \cdot 8 \cdot K_e^2 \cdot \Delta_3^2}}{2}; \quad (5.14)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{1 + j \cdot 8 \cdot K_e^2 \cdot \Delta_3^2}}{2}. \quad (5.15)$$

Таким образом, решение имеет вид

$$\dot{H}_m = A \cdot e^{\alpha_1 \cdot \xi} + A \cdot e^{\alpha_2 \cdot \xi} \quad (5.16)$$

или с учетом того, что  $e^{\xi} = 1 - \frac{x}{\Delta_3}$

$$\dot{H}_m = A_1 \cdot \left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^{\alpha_1} + A_2 \cdot \left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^{\alpha_2}, \quad (5.17)$$

где  $A_1, A_2$  – постоянные интегрирования (определяются из начальных условий).

При изменении  $x$  от нуля до  $\Delta_3$  модуль множителя

$\left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^{\alpha_1}$  изменяется от 1 до 0, потому что положительна вещественная часть  $\alpha_1$ , а модуль множителя  $\left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^{\alpha_2}$  возрастает от 1 до  $\infty$ , т.к.  $\alpha_2$  имеет отрицательную вещественную часть. В точке  $x = \Delta_3$  при  $A_2 \neq 0$  получаем  $H_m = \infty$ , что не соответствует реальности, тогда следует принять  $A_2 = 0$ . При  $x = 0$   $A_1 = \dot{H}_{me} = H_{me}$  (здесь  $H_{me}$  напряженность магнитного поля на поверхности заготовки), следовательно решение (5.12) примет вид:

$$\dot{H}_{me} = H_{me} \cdot \left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^{\alpha_1}; \quad (5.18)$$

$$\alpha_1 = \alpha' + j\alpha'' = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 64 \cdot K_e^4 \cdot \Delta_3^4} + 1}{2}}\right) + j \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 64 \cdot K_e^4 \cdot \Delta_3^4} - 1}{2}}. \quad (5.19)$$

Из выражения (5.8) и (5.10) имеем

$$\frac{\mu}{\mu_c} = \left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^{-2} = \left(\frac{H_m}{H_{me}}\right)^{\frac{1}{n}-1}. \quad (5.20)$$

С учетом выражения

$$\frac{H_m}{H_{me}} = \left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^{\frac{2 \cdot n}{1-n}} = \left(1 - \frac{x}{\Delta_3}\right)^{\alpha'}, \quad (5.21)$$

отсюда

$$\alpha' = \frac{2 \cdot n}{n-1}. \quad (5.22)$$

Из выражения (5.19) с учетом (5.22)

$$\alpha'' = \alpha' \cdot \sqrt{\frac{n+1}{2 \cdot n}}. \quad (5.23)$$

Приравняв правые части выражений (5.19) и (5.22), получим

$$\alpha' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1 + 64 \cdot K_e^4 \cdot \Delta_3^4 + 1}{2}} = \frac{2 \cdot n}{n-1}. \quad (5.24)$$

Отсюда глубина проникновения тока равна

$$\Delta = \frac{\sqrt[4]{8 \cdot n \cdot (3 \cdot n + 1)^2 \cdot (n + 1)}}{2 \cdot (n - 1) \cdot K_e}. \quad (5.25)$$

Определим границы энергетических зон. Глубина проникновения тока от каждой гармоники определяется по формуле (5.25). Эта величина для гармоник разной частоты будет отличаться только коэффициентом затухания, который для k-той гармоники выразится как

$$K_{ek} = \sqrt{\frac{\omega_k \cdot \mu_0 \cdot \mu_{ek}}{2 \cdot \rho_e}}, \quad (5.26)$$

где  $\omega_k$  – угловая частота k-той гармоники;

$\rho_e$  – удельное электрическое сопротивление материала заготовки на ее поверхности.

$$\mu_{ek} = \frac{B_{mek}}{\mu_0 \cdot H_{mek}}, \quad (5.27)$$

где  $B_{mek}$  – магнитная индукция (принимается по значению  $H_{mek}$  на кривой намагничивания материала заготовки рисунка 5.5в;

$H_{mek}$  – напряженность магнитного поля на поверхности заготовки от k-той гармоники напряжения.

Выразим глубину проникновения тока гармоник частотой  $\omega_1, \omega_4, \omega_7$  через радиусы энергетических зон заготовки:

$$\Delta_1 = r_0 - r_1;$$

$$\Delta_4 = r_0 - r_4; \quad (5.28)$$

$$\Delta_7 = r_0 - r_7.$$

При определении индуктивных сопротивлений энергетических зон необходимо задаться значениями напряженности магнитного поля на поверхности заготовки для каждой гармоники  $H_{me1}, H_{me4}, H_{me7}$ . При этом их действующие значения не должны превышать действующего значения напряженности, полученной при питании индуктора напряжением только одной гармоники, частотой  $7 \cdot \omega_1$ ,

амплитудой большей, чем у гармоники в полигармоническом напряжении той же частоты.

Опуская промежуточные выкладки, запишем выражения для определения полного, активного и индуктивного сопротивлений зоны n на частоте k-той гармоники:

$$Z_{nk} = z_{nk} \cdot e^{j\varphi_k};$$

$$R_{nk} = z_{nk} \cdot \cos \varphi_k; \quad (5.29)$$

$$X_{nk} = z_{nk} \cdot \sin \varphi_k.$$

Здесь модуль и аргумент комплексного сопротивления находятся из выражений:

$$Z_{nk} = R_{n0} \cdot \sqrt{(\alpha_1')^2 + (\alpha_2'')^2}; \quad (5.30)$$

$$\varphi_k = \operatorname{arctg} \frac{\alpha_1'}{\alpha_2''}.$$

Индуктивность зоны n на частоте k-той гармоники

$$L_{nk} = \frac{X_{nk}}{\omega_k}. \quad (5.31)$$

Значения  $\alpha_k$  и  $\varphi_k$  зависят от частоты перемагничивания и

температуры заготовки. С ростом частоты расширяется петля гистерезиса, и кривые намагничивания наклоняются в сторону увеличения напряженности поля [16]. В области слабых полей кривые намагничивания практически совпадают.

Влияние температуры следует учитывать вблизи точки Кюри, где магнитная проницаемость, начиная с  $500 \div 600$  °С, уменьшается до единицы [2]. В связи с этим при расчете режима холодного нагрева заготовок под пластическую деформацию на всех участках в сильных магнитных полях можно использовать усредненную кривую намагничивания (рисунок 5.5в). В этом случае активные, индуктивные и полные сопротивления на разных частотах в каждой зоне будут равны.

### 5.3 Расчет энергетических параметров при индукционном нагреве заготовки

Определим токи и напряжения в зонах отдельно для каждой рабочей гармоники. Ток в зоне I

$$\dot{I}_{m1} = A_0 \cdot e^{j \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1} \right) - \varphi_1 \right]}, \quad (5.32)$$

где  $A_0 = \frac{H_{me1} \cdot L_1}{\alpha_{01}} \cdot \left( 1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1} \right)^{\alpha_1'}$ .

Падение напряжения в зоне I

$$\dot{U}_{m1} = B_0 \cdot e^{j \cdot \psi_1}, \quad (5.33)$$

где  $A_0 = H_{me1} \cdot \left(1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1}\right)^{\alpha_1} \cdot R_{10} \cdot L_1$  и  $\psi_1 = \alpha_1'' \cdot \ln\left(1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1}\right)$ .

В зоне II протекают токи двух частот на частоте  $\omega_1$  и  $\omega_4$ . При использовании метода наложения ток в зоне II на частоте  $\omega_1$  определится как

$$\dot{i}_{m21} = A_1 \cdot e^{j \left[ \alpha_1'' \cdot \ln\left(1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1}\right) - \varphi_1 \right]} - A_2 \cdot e^{j \left[ \alpha_1'' \cdot \ln\left(1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1}\right) - \varphi_1 \right]}. \quad (5.34)$$

Мгновенное значение тока в зоне II на частоте  $\omega_1$

$$i_{21}(t) = A_1 \cdot \sin \left[ \omega_1 \cdot t + \alpha_1'' \cdot \ln\left(1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1}\right) - \varphi_1 \right] - A_2 \cdot \sin \left[ \omega_1 \cdot t + \alpha_1'' \cdot \ln\left(1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1}\right) - \varphi_1 \right], \quad (5.35)$$

где  $A_1 = \frac{H_{me1} \cdot L_1}{\alpha_{01}} \cdot \left(1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1}\right)^{\alpha_1}$  и  $A_2 = \frac{H_{me1} \cdot L_1}{\alpha_{01}} \cdot \left(1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1}\right)^{\alpha_1}$ .

Напряжения в зоне I на частоте  $\omega_1$

$$\dot{U}_{m21} = B_1 \cdot e^{j \cdot \alpha_1'' \cdot \ln\left(1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1}\right)} - B_2 \cdot e^{j \cdot \alpha_1'' \cdot \ln\left(1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1}\right)}. \quad (5.36)$$

Мгновенное значение напряжения в зоне II на частоте  $\omega_1$

$$u_{21}(t) = B_1 \sin \left[ \omega_1 t + \alpha_1'' \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1} \right) \right] - B_2 \sin \left[ \omega_1 t + \alpha_1'' \ln \left( 1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1} \right) \right], \quad (5.37)$$

$$\text{где } B_1 = \frac{H_{me1} \cdot \rho_2 \cdot 2\pi}{\ln r_7 - \ln r_4} \cdot \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1} \right)^{\alpha_1'} \quad \text{и} \quad B_2 = \frac{H_{me1} \cdot \rho_2 \cdot 2\pi}{\ln r_7 - \ln r_4} \cdot \left( 1 - \frac{\Delta_4}{\Delta_1} \right)^{\alpha_1'}$$

Ток в зоне II на частоте  $\omega_4$

$$\dot{I}_{m24} = A_3 \cdot e^{j \left[ \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right) - \varphi_4 \right]}, \quad (5.38)$$

$$\text{где } \varphi_4 = \arctg \frac{\alpha_4''}{\alpha_4'}$$

Мгновенное значение тока в зоне II на частоте  $\omega_4$

$$i_{24}(t) = A_3 \cdot \sin \left[ \omega_4 \cdot t + \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right) - \varphi_4 \right], \quad (5.39)$$

$$\text{где } A_3 = \frac{H_{me4} \cdot L_1}{\alpha_{04}} \cdot \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right)^{\alpha_4'}$$

Напряжение в зоне II на частоте  $\omega_4$

$$\dot{U}_{m24} = B_3 \cdot e^{j \cdot \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right)}. \quad (5.40)$$

Мгновенное значение напряжения в зоне II на частоте  $\omega_4$

$$u_{24}(t) = B_3 \cdot \sin \left[ \omega_4 \cdot t + \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right) \right], \quad (5.41)$$

$$\text{где } B_3 = \frac{H_{me4} \cdot \rho_2 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_7 - \ln r_4} \cdot \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right)^{\alpha_4'}.$$

В зоне III протекают токи трех частот  $\omega_1, \omega_4, \omega_7$ . Ток в зоне III на частоте  $\omega_1$

$$\dot{I}_{m31} = A_4 \cdot e^{-j \cdot \varphi_1} - A_5 \cdot e^{j \cdot \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1} \right) - \varphi_1 \right]}. \quad (5.42)$$

Мгновенное значение тока в зоне III на частоте  $\omega_1$

$$i_{31}(t) = A_4 \sin(\omega_1 t - \varphi_1) - A_5 \sin \left[ \omega_1 t + \alpha_1'' \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1} \right) - \varphi_1 \right], \quad (5.43)$$

$$\text{где } A_4 = \frac{H_{me1} \cdot L_1}{\sqrt{(\alpha_1')^2 + (\alpha_1'')^2}} \text{ и } A_5 = \frac{H_{me1} \cdot L_1}{\sqrt{(\alpha_1')^2 + (\alpha_1'')^2}} \cdot \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1} \right)^{\alpha_1'}.$$

Напряжение в зоне III на частоте  $\omega_1$

$$\dot{U}_{m31} = B_4 - B_5 \cdot e^{j \cdot \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1} \right)}. \quad (5.44)$$

Мгновенное значение напряжения в зоне III на частоте  $\omega_1$

$$u_{31}(t) = B_4 - B_5 \cdot \sin \left[ \omega_1 \cdot t + \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1} \right) \right], \quad (5.45)$$

где  $B_4 = \frac{H_{me1} \cdot \rho_3 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_0 - \ln r_7}$  и  $B_5 = B_4 \cdot \left(1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1}\right)^{\alpha_1}$ .

Ток в зоне III на частоте  $\omega_4$

$$\dot{I}_{m34} = A_7 \cdot e^{j \cdot \left[ \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right) - \varphi_1 \right]} \quad (5.46)$$

Мгновенное значение тока в зоне III на частоте  $\omega_4$

$$i_{34}(t) = A_6 \sin(\omega_4 t - \varphi_4) - A_7 \sin \left[ \omega_4 t + \alpha_4'' \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right) - \varphi_4 \right], \quad (5.47)$$

где  $A_6 = \frac{H_{me4} \cdot L_1}{\alpha_{04}}$  и  $A_7 = A_6 \cdot \left(1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4}\right)^{\alpha_4}$ .

Напряжение в зоне III на частоте  $\omega_4$

$$\dot{U}_{m34} = B_6 - B_7 \cdot e^{j \cdot \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right)} \quad (5.48)$$

Мгновенное значение напряжения в зоне III на частоте  $\omega_4$

$$u_{34}(t) = B_6 - B_7 \cdot \sin \left[ \omega_4 \cdot t + \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_4} \right) \right], \quad (5.49)$$

где  $B_6 = \frac{H_{me4} \cdot \rho_3 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_0 - \ln r_7}$  и  $B_7 = B_6 \cdot \left(1 - \frac{\Delta_7}{\Delta_1}\right)^{\alpha_4}$ .

Ток в зоне III на частоте  $\omega_7$

$$\dot{I}_{m37} = A_8 \cdot e^{-j \cdot \varphi_7}, \quad (5.50)$$

где  $A_8 = \frac{H_{me7} \cdot L_1}{\alpha_{07}}$  и  $\varphi_7 = \arctg \frac{\alpha_7''}{\alpha_7}$ .

Мгновенное значение тока в зоне III на частоте  $\omega_7$

$$i_{37}(t) = A_8 \cdot \sin(\omega_7 \cdot t - \varphi_7). \quad (5.51)$$

Напряжение в зоне III на частоте  $\omega_7$

$$U_{m37} = \frac{H_{me7} \cdot \rho_3 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_0 - \ln r_7}. \quad (5.52)$$

Активная мощность потребления энергии по зонам соответственно равна:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1;$$

$$P_2 = \sum_{v=1}^{v=2} U_{2k} \cdot I_{2k} \cdot \cos \varphi_{2k}; \quad (5.53)$$

$$P_3 = \sum_{v=1}^{v=3} U_{3k} \cdot I_{3k} \cdot \cos \varphi_{3k}.$$

Реактивная мощность потребления энергии по зонам соответственно равна:

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1;$$

$$Q_2 = \sum_{v=1}^{v=2} U_{2k} \cdot I_{2k} \cdot \sin \varphi_{2k}; \quad (5.54)$$

$$Q_3 = \sum_{v=1}^{v=3} U_{3k} \cdot I_{3k} \cdot \sin \varphi_{3k},$$

где  $U_{nk}$ ,  $I_{nk}$ ,  $\varphi_{nk}$  – действующие значения напряжения, тока в  $n$ -ной зоне на  $k$ -той гармонике и угол сдвига по фазе между ними;

$v$  – число гармоник зоны.

Активная и реактивная мощности потребления энергии всей заготовкой равны:

$$P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3; \quad (5.55)$$

$$Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Для определения мощности, потребляемой индуктором от преобразователя, необходимо составить электрическую схему замещения индуктора, загруженного заготовкой, и определить ее параметры.

## 5.4 Определение параметров электрической схемы замещения индуктора при нагреве заготовки

Как было установлено в [12] при нагреве в сильных полях активные, индуктивные и полные сопротивления в каждой зоне на различных частотах равны и связь между комплексными амплитудами напряжений и токов разных частот представляет линейную зависимость. Отсюда следует, что индуктивности зон для гармоник разной частоты будут различными и, следовательно, электрические схемы замещения для каждой гармоники будут отличаться параметрами и конфигурацией.

На рисунке 5.6 показаны электрические схемы замещения нагрева заготовки на частотах  $\omega_1, \omega_4, \omega_7$ . В отличие от схемы рисунка 5.4 здесь между отдельными цепями зон имеется электрическая связь через согласующиеся сопротивления. Их параметры выбраны так, что энергия, передаваемая от индуктора в заготовку, в связанной и несвязанной схемах замещения оставалась одной и той же. При этом согласующиеся сопротивления  $R_{снк}, X_{снк}$  обеспечивают согласование напряжения зоны III с напряжением зоны II и зоны II с напряжением зоны I.

На рисунке 5.6, кроме того, обозначено:  $Z_0$  – полное сопротивление индуктирующего провода индуктора;  $L_{S1}, L_{S2}$  – индуктивности рассеяния от потоков, созданных током индуктора и током зоны III;  $L_e$  – индуктивность от потока, замыкающегося с внешней стороны индуктора.

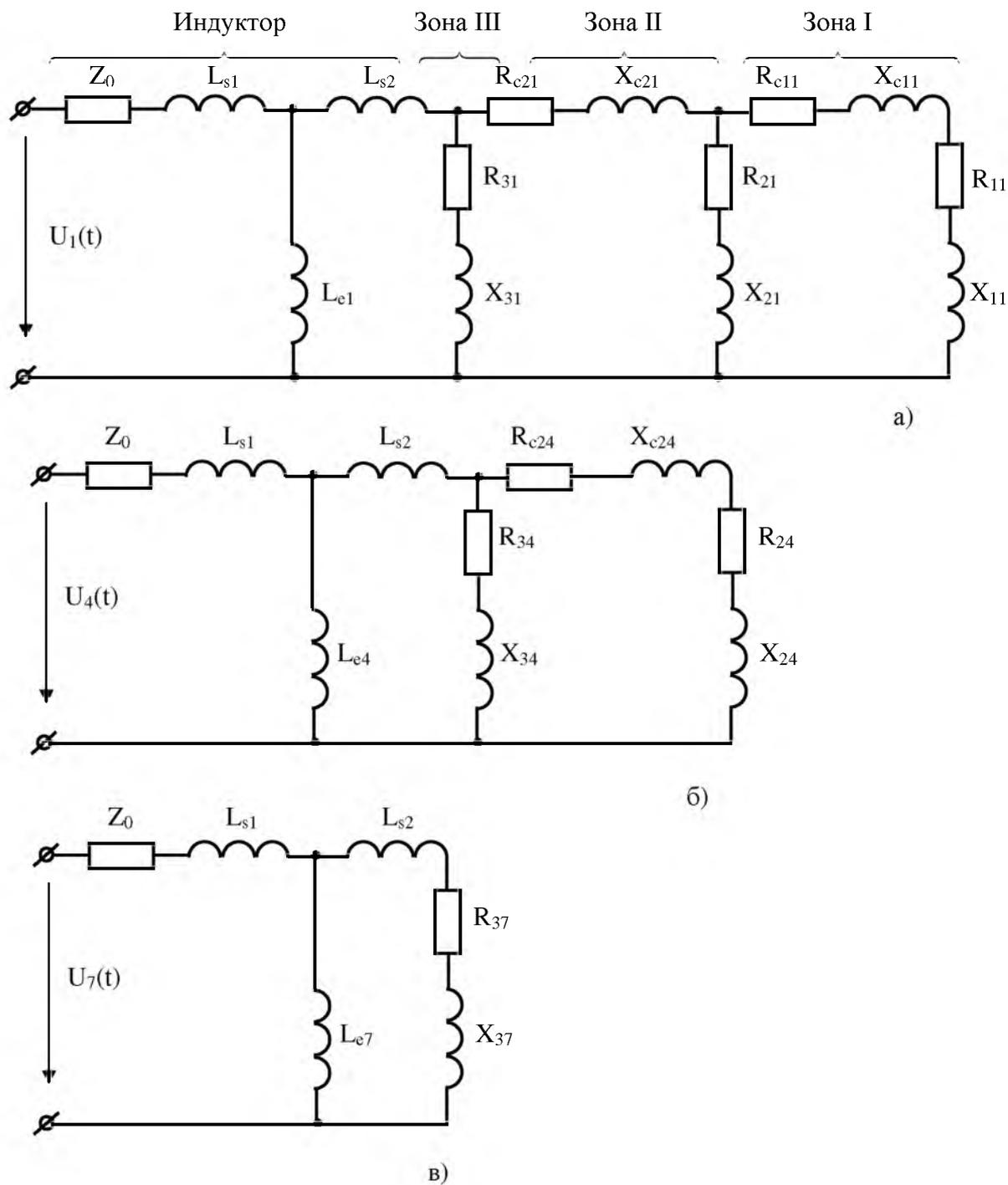


Рисунок 5.6 – Электрические схемы замещения нагрева заготовки  
а – на частоте  $\omega_1$ ; б – на частоте  $\omega_4$ ; в – на частоте  $\omega_7$ .

### 5.4.1 Определение согласующих сопротивлений

В зоне I из условия равенства активных и реактивных мощностей связанной (рисунок 5.6а) и несвязанной (рисунок 5.4) схем замещения следует:

$$(R_{c11} + R_{11}) \cdot I_{c11}^2 = R_{11} \cdot I_{11}^2; \quad (5.56)$$

$$(X_{c11} + X_{11}) \cdot I_{c11}^2 = X_{11} \cdot I_{11}^2,$$

где  $I_{c11}, I_{11}$  – действующее значение тока зоны I в связанной и несвязанной схемах;

$R_{c11}, X_{c11}$  – активное и реактивное согласующие сопротивления.

После преобразования уравнений (5.56) получим выражение активной составляющей согласующего сопротивления

$$R_{c11} = \frac{X_{c11} + X_{11}}{\operatorname{tg} \varphi_1} - R_{11}, \quad (5.57)$$

при  $\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{X_{11}}{R_{11}}$ .

Заменив ток  $I_{c11}$  в выражении (5.56) отношением напряжения  $U_{21}$  к полному сопротивлению ветви совмещенной схемы зоны I, получим выражение индуктивной составляющей согласующего сопротивления

$$X_{c11} = \frac{U_{21}^2}{P_1} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_1} = X_1, \quad (5.58)$$

где  $P_1$  – активная мощность зоны I;

$U_{21}$  – действующее значение напряжения зоны II несвязанной схемы.

Определим согласующее сопротивление зоны II на частоте  $\omega_1$ . Полное сопротивление участка цепи рисунка 5.6а, подключенного на напряжение  $U_{21}$  зоны II

$$Z_{dc} = \frac{(R_{21} + j \cdot X_{21}) \cdot [R_{11} + R_{c11} + j \cdot (X_{11} + X_{c11})]}{R_{21} + R_{11} + R_{c11} + j \cdot (X_{21} + X_{11} + X_{c11})} = R_2 + j \cdot X_2. \quad (5.59)$$

Сопротивления  $R_2$  и  $X_2$  представляют собой эквивалентные сопротивления электрически связанных между собой зоны I и зоны II, которые еще не связаны с зоной III.

Из условия равенства активной и индуктивной мощности на сопротивлениях  $R_2$  и  $X_2$  несвязанной и на сопротивлениях  $R_{c21}$  и  $R_2$ , а также  $X_{c21}$  и  $X_2$  связанной схемы зоны II, имеем:

$$(R_{c21} + R_2) \cdot I_{c21}^2 = R_2 \cdot I_2^2; \quad (5.60)$$

$$(X_{c21} + X_2) \cdot I_{c21}^2 = X_2 \cdot I_2^2,$$

где  $I_2, I_{c21}$  – действующие значения токов до и после подключения сопротивлений к цепи зоны II на напряжение  $U_{31}$ .

Проделав аналогичные операции, что и при подключении цепи зоны I на напряжение зоны II, получим выражение для определения согласующих сопротивлений связи эквивалентной цепи зоны I и зоны II с цепью зоны III. При этом:

$$R_{c21} = \frac{X_{c21} + X_2}{\operatorname{tg} \varphi_2} - R_2; \quad (5.61)$$

$$X_{c21} = \frac{U_{31}^2}{P_2} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{1 + \operatorname{tg} \varphi_2} - X_2, \quad (5.62)$$

при  $P_2 = R_2 \cdot I_2^2$ ,  $\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{X_2}{R_2}$  и  $I_2 = \frac{U_{21}}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}}$ .

Согласующие сопротивления цепи зоны II с цепью III на частоте  $\omega_4$ :

$$(R_{c24} + R_{24}) \cdot I_{c24}^2 = R_{24} \cdot I_{24}^2; \quad (5.63)$$

$$(X_{c24} + X_{24}) \cdot I_{c24}^2 = X_{24} \cdot I_{24}^2.$$

Из (5.63) следует, что активная и реактивная составляющие согласующего сопротивления равны:

$$R_{c24} = \frac{X_{c24} + X_{24}}{\operatorname{tg} \varphi_{24}} - R_{24}; \quad (5.64)$$

$$X_{c24} = \frac{U_{34}^2}{P_{24}} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi_{24}}{1 + \operatorname{tg} \varphi_{24}} - X_{24}, \quad (5.65)$$

при  $P_{24} = R_{24} \cdot I_{24}^2$ ,  $\operatorname{tg} \varphi_{24} = \frac{X_{24}}{R_{24}}$ .

#### 5.4.2 Расчет индуктивностей рассеяния

Магнитный поток рассеяния  $\Phi_{S1}$ , замыкающийся в воздушной среде, линейно связан с током индуктора  $I_{и}$  и создает потокосцепление

$$\Psi_{S1} = w_1 \cdot \Phi_{S1} = L_{S1} \cdot I_{и}, \quad (5.66)$$

где  $w_1$  – число витков индуктора;

$L_{S1}$  – индуктивность рассеяния индуктора.

Если магнитная проницаемость среды  $\mu = \mu_0$ , то индуктивность  $L_{S1}$  не зависит от частоты  $\omega$  и значения тока. Расчет ее можно вести по первой гармонике тока. Учитывая то, что тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля на границе сред не претерпевает разрыва, выражение закона полного тока для контура, охватывающего витки индуктора по пути замыкания потока рассеяния  $\Phi_{S1}$

$$H_{me1} = \sqrt{2} \cdot [L_1 + \pi \cdot (r_{и} + r_0)] = I_{и} \cdot w_1, \quad (5.67)$$

откуда ток индуктора

$$I_{и} = \frac{H_{me1} \cdot \sqrt{2} \cdot [L_1 + \pi \cdot (r_{и} + r_0)]}{w_1}, \quad (5.68)$$

где  $r_{и}$  – средний радиус индуктора;

Для контура, охватывающего витки индуктора, из закона полного тока определяется действующее значение напряженности магнитного поля на поверхности индуктора

$$H_{еи} = \frac{I_{и} \cdot w}{2 \cdot (L_1 + \pi \cdot \frac{d}{2})}, \quad (5.69)$$

где  $d$  – диаметр индуктирующего провода.

Действующее значение потока рассеяния от первой гармоники тока индуктора определяется по среднему значению напряженности магнитного поля в зазоре между индуктором и нагреваемой заготовкой

$$\Phi_{S1} = B_{S1} \cdot S_3 = \frac{\mu_0 \cdot H_{еи1} \cdot \pi \cdot \left[ \left( r_{и} - \frac{d}{2} \right)^2 - r_0 \right]}{2}, \quad (5.70)$$

где  $B_{S1}$  – усредненное действующее значение магнитной индукции в зазоре;

$S_3$  – площадь сечения воздушного зазора между заготовкой и индуктором.

$$B_{S1} = \frac{\mu_0 \cdot H_{en1}}{2}. \quad (5.71)$$

Индуктивность рассеяния с учетом (5.66)

$$L_{S11} = \frac{\Psi_{S1}}{I_{и1}} = \frac{W_1 \cdot \Phi_{S1}}{I_{и1}}. \quad (5.72)$$

Магнитный поток рассеяния  $\Phi_{S2}$  проходит в воздушном зазоре индуктора и замыкается через заготовку, охватывая ток заготовки, которым он создается. Магнитное сопротивление потоку  $\Phi_{S2}$  в заготовке значительно (в  $\mu$  раз) меньше, чем в воздушной среде и определить его точно не представляется возможным, так как поток  $\Phi_{S2}$  связан не со всем током, а только с частью его, которую отделить от тока заготовки трудно. Поэтому магнитное сопротивление потоку  $\Phi_{S2}$  можно с некоторой точностью принять равным сопротивлению воздушного зазора

$$R_{MS2} = \frac{L_1}{\mu_0 \cdot \pi \cdot \left[ \left( r_{и} - \frac{d}{2} \right)^2 - r_0^2 \right]}, \quad (5.73)$$

отсюда реактивное сопротивление рассеяния

$$X_{S2} = \frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot \left[ \left( r_{и} - \frac{d}{2} \right)^2 - r_0^2 \right]}{L_1}. \quad (5.74)$$

Из (5.74) индуктивность рассеяния

$$L_{S2} = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot \left[ \left( r_{\text{и}} - \frac{d}{2} \right)^2 - r_0^2 \right]}{L_1}. \quad (5.75)$$

### 5.4.3 Определение индуктивности по пути обратного замыкания магнитного потока

На рисунке 5.7 приведена магнитная схема замещения нагруженного индуктора при питании индуктора напряжением  $k$ -й гармоники. Здесь при  $k = 1$  обозначено:  $R_{mS11}, R_{mS21}$  – магнитные сопротивления потокам рассеяния  $\Phi_{S11}, \Phi_{S21}$ ;  $R_{me}$  – магнитное сопротивление по пути обратного замыкания потока  $\Phi_e$ ;  $R_{m31}$  – магнитное сопротивление потоку  $\Phi_{31}$ , проходящему через заготовку.

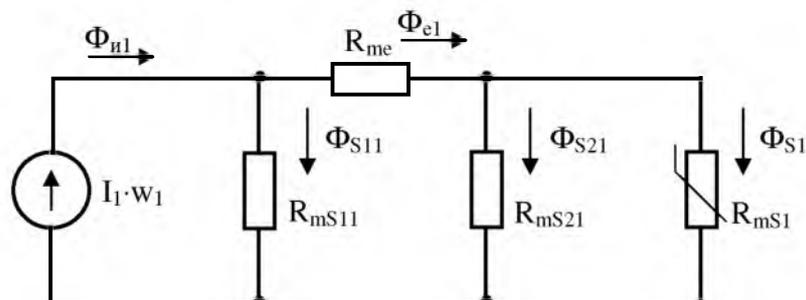


Рисунок 5.7 – Электромагнитная схема замещения индуктора по первой гармонике

Из схемы замещения рисунка 5.7 магнитный поток

$$\Phi_{e1} = \Phi_{S21} + \Phi_{31}. \quad (5.76)$$

Магнитный поток  $\Phi_{S2}$  связан с током заготовки  $I_3$  и проходит по воздушному зазору между заготовкой и индуктором. Он имеет максимальное значение на поверхности заготовки и равное нулю на внутренней поверхности индуктирующего провода индуктора. Поток  $\Phi_{S21} = \Phi_{31}$  можно найти по среднему значению магнитной индукции в заготовке

$$\Phi_{31} = B_{\text{ср}k} \cdot S_1, \quad (5.77)$$

где  $S_1$  – площадь заготовки, по которой проходит поток  $\Phi_{31}$ . Поток  $\Phi_{31}$  зависит от глубины проникновения  $k$ -той гармоники

$$S_k = \rho \cdot [r_0^2 - (r_0 - \Delta_k)^2]. \quad (5.78)$$

Среднее значение магнитной индукции  $k$ -й гармоники с учетом выражений (5.8) и (5.18) равно

$$B_{\text{ср}k} = \frac{1}{\Delta_k} \cdot \int_0^{\Delta_k} K_k \cdot H_{\text{мек}}^{n_k} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{x}{\Delta_k} \right)^{\alpha'_k} \right]^{\frac{1}{n_k}} \cdot dx = \frac{K_k \cdot n_k \cdot H_{\text{мек}}^{n_k}}{\alpha'_k + n_k}. \quad (5.79)$$

Магнитный поток загруженного индуктора

$$\Phi_{и} = \Phi_e + \Phi_{S1}. \quad (5.80)$$

Индуктивность загруженного индуктора

$$L_{и} = \frac{\Psi_{и}}{I_{и}} = \frac{w_1 \cdot \Phi_{и}}{I_{и}}. \quad (5.81)$$

Представим индуктивность индуктора через составляющие индуктивности электрической схемы замещения  $k$ -й гармоники (рисунок 5.6)

$$L_{и} = L_{S1} + \frac{L_e \cdot (L_{S2} + L_3)}{L_e + L_{S2} + L_3} \cdot w_1^2. \quad (5.82)$$

Отсюда индуктивность пути обратного замыкания потока индуктора

$$L_e = \frac{(L_{S2} + L_3) \cdot (L_{S1} - L_{и})}{L_{и} - L_{S1} - (L_{S2} + L_3) \cdot w_1^2}, \quad (5.83)$$

где  $L_3$  – эквивалентная индуктивность заготовки на  $k$ -той гармонике.

Индуктивности  $L_{S2}$ ,  $L$ ,  $L_3$  изменяются с изменением частоты, поэтому индуктивность по пути обратного замыкания потока так же зависит от частоты. Вычисленная по формуле (5.83) индуктивность приведена к обмотке индуктора. В дальнейшем, если число витков индуктора  $w_1 > 1$ , то при расчетах с целью установления эквивалентной электрической связи между совмещенной схемой

заготовки и схемой индуктора параметры схемы замещения заготовки  $R_3, L_3$  и индуктивность рассеяния  $L_{S2}$  необходимо заменить на  $R_3 \cdot w_1^2, L_3 \cdot w_1^2$  и  $L_{S2} \cdot w_1^2$ . При этом ток схемы замещения заготовки  $I_3$  и напряжение  $U_3$  заменяются на  $I_3/w_1$ , и  $U_3 \cdot w_1^2$ .

#### 5.4.4 Расчет сопротивления и индуктивности провода индуктора

Рассмотрим цилиндрический индуктор, выполненный в виде однослойной катушки из медной прямоугольной трубки. При температуре  $(20 \div 50)^\circ\text{C}$  сопротивление меди марки МІ  $\rho_m = (1,8 \div 2) \cdot 10^{-8}$  Ом·м. На частоте 50 Гц глубина проникновения электромагнитного поля в медь ( $\Delta_m \approx 10$  мм) соизмерима с размерами трубки, поэтому поверхностный эффект в проводе здесь выражен слабо. Активное сопротивление обмотки в этом случае можно определить как при постоянном токе

$$R_n = \frac{\rho_m \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_n \cdot w_1}{S_m}, \quad (5.84)$$

где  $S_m$  – площадь поперечного сечения меди, по которой протекает ток.

Индуктивность провода

$$L_0 = \frac{\mu_0 \cdot S_1 \cdot w_1^2 \cdot k}{L_1}, \quad (5.85)$$

где  $S_1$  – площадь окна индуктора;

$k$  – поправочный коэффициент самоиндукции, зависящий от размеров индуктора [11].

$$S_1 = \pi \cdot \left( r_{\text{и}} - \frac{d}{2} \right)^2 ; \quad (5.86)$$

$$k = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \frac{r_{\text{и}} - \frac{d}{2}}{L_1}} . \quad (5.87)$$

## 5.5 Пример расчета энергетических параметров индуктора при нагреве заготовки в полигармоническом магнитном поле

### Исходные данные на расчет:

Диаметр заготовки  $d_0 = 0,15$  м.

Длина заготовки  $L = 0,45$  м.

Материал заготовки – сталь 45.

Плотность металла заготовки  $\gamma = 7,86 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

Температура нагрева заготовки – задана графиком.

Угловая частота спектра гармоник напряжения:

первой гармоники  $\omega_1 = 44,88$  с<sup>-1</sup>;

четвертой гармоники  $\omega_4 = 4 \cdot \omega_1 = 179,42$  с<sup>-1</sup>;

седьмой гармоники  $\omega_7 = 7 \cdot \omega_1 = 314,16$  с<sup>-1</sup>.

Напряженность магнитного поля на поверхности заготовки:

первой гармоники  $H_{\text{me1}} = 82024$  А/м;

четвертой гармоники  $H_{me4} = 133761$  А/м;

седьмой гармоники  $H_{me7} = 167702$  А/м.

Магнитная индукция (рисунок 5.5в):

первой гармоники  $B_{me1} = 2,1$  Тл;

четвертой гармоники  $B_{me4} = 2,21$  Тл;

седьмой гармоники  $B_{me7} = 2,26$  Тл.

### 5.5.1 Расчет сопротивлений электрической схемы замещения

- 1 Температура на поверхности заготовки

$$T_e = 630 + 6000 \cdot r_0^{1,4} \cdot 10^{32 \cdot r - 0,5} = 709,6^\circ \text{C}.$$

- 2 Удельное электрическое сопротивление на поверхности

$$\rho_e = 16 \cdot 10^{-8} + 0,087 \cdot 10^{-8} \cdot T_e = 77,74 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

- 3 Абсолютная магнитная проницаемость:

на частоте  $\omega_1$

$$\mu_{a1} = \mu_0 \cdot \mu_{e1} = \frac{B_{me1}}{H_{me1}} = 2,56 \cdot 10^{-5} \text{ Гн/м},$$

здесь и далее  $B_{me1}$  может быть вычислена по формуле

$$B_{me} = 0,7101 \cdot H_{me}^{0,0962} = k \cdot H_{me}^{1/n};$$

на частоте  $\omega_4$

$$\mu_{a4} = \mu_0 \cdot \mu_{e4} = \frac{B_{me4}}{H_{me4}} = 1,6522 \cdot 10^{-5} \text{ Гн/м};$$

на частоте  $\omega_7$

$$\mu_{a7} = \mu_0 \cdot \mu_{e7} = \frac{B_{me7}}{H_{me7}} = 1,3476 \cdot 10^{-5} \text{ Гн/м}.$$

#### 4 Показатель n

$$n = \frac{1}{0,0962} = 10,39.$$

#### 5 Коэффициент затухания:

на частоте  $\omega_1$

$$k_{e1} = \sqrt{\frac{\omega_1 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{e1}}{2 \cdot \rho_e}} = 27,18;$$

на частоте  $\omega_4$

$$k_{e4} = \sqrt{\frac{\omega_4 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{e4}}{2 \cdot \rho_e}} = 43,66;$$

на частоте  $\omega_7$

$$k_{e7} = \sqrt{\frac{\omega_7 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{e7}}{2 \cdot \rho_e}} = 52,18.$$

## 6 Глубина проникновения:

на частоте  $\omega_1$

$$x_{11} = \frac{\sqrt[4]{8 \cdot n \cdot (3 \cdot n + 1)^2 \cdot (n + 1)}}{2 \cdot (n - 1) \cdot k_{e1}} = 6,163 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

на частоте  $\omega_4$

$$x_{14} = \frac{\sqrt[4]{8 \cdot n \cdot (3 \cdot n + 1)^2 \cdot (n + 1)}}{2 \cdot (n - 1) \cdot k_{e4}} = 3,837 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

на частоте  $\omega_7$

$$x_{17} = \frac{\sqrt[4]{8 \cdot n \cdot (3 \cdot n + 1)^2 \cdot (n + 1)}}{2 \cdot (n - 1) \cdot k_{e7}} = 3,21 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

## 7 Радиусы проникновения

на частоте  $\omega_1$

$$r_1 = r_0 - x_{11} = 1,337 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

на частоте  $\omega_7$

$$r_4 = r_0 - x_{14} = 3,663 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

на частоте  $\omega_7$

$$r_7 = r_0 - x_{17} = 4,29 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

8 Среднее значение температуры зон:

зона I

$$T_1 = 630 + 2500 \cdot \frac{r_4^{2,4} - r_1^{2,4}}{r_4 - r_1} - \frac{10^{32 \cdot r_4} - 10^{32 \cdot r_1}}{233 \cdot (r_4 - r_1)} = 642,74^\circ \text{ C};$$

зона II

$$T_2 = 630 + 2500 \cdot \frac{r_7^{2,4} - r_4^{2,4}}{r_7 - r_4} - \frac{10^{32 \cdot r_7} - 10^{32 \cdot r_4}}{233 \cdot (r_7 - r_4)} = 689,74^\circ \text{ C};$$

зона III

$$T_3 = 630 + 2500 \cdot \frac{r_0^{2,4} - r_7^{2,4}}{r_0 - r_7} - \frac{10^{32 \cdot r_0} - 10^{32 \cdot r_7}}{233 \cdot (r_0 - r_7)} = 714,34^\circ \text{ C}.$$

9 Среднее значение удельного сопротивления:

зона I

$$\rho_1 = 16 \cdot 10^{-8} + 0,087 \cdot 10^{-8} \cdot T_1 = 7,19 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м};$$

зона II

$$\rho_2 = 16 \cdot 10^{-8} + 0,087 \cdot 10^{-8} \cdot T_2 = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м};$$

зона III

$$\rho_3 = 16 \cdot 10^{-8} + 0,087 \cdot 10^{-8} \cdot T_3 = 7,815 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

10 Активные сопротивления зон на частоте  $\omega = 0$   
(постоянному току):

зона I

$$R_{10} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho_1}{\ell_1 \cdot (\ln r_4 - \ln r_1)} = 9,956 \cdot 10^{-6} \text{ Ом};$$

зона II

$$R_{20} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho_2}{\ell_1 \cdot (\ln r_7 - \ln r_4)} = 67,126 \cdot 10^{-6} \text{ Ом};$$

зона III

$$R_{30} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho_3}{\ell_1 \cdot (\ln r_0 - \ln r_7)} = 19,524 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}.$$

11 Корни характеристического уравнения.

На частоте  $\omega_1$ :

вещественная часть

$$\alpha'_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 64 \cdot k_{e1}^4 \cdot X_{11}^4} + 1}{8}} = 2,2128;$$

мнимая часть

$$\alpha''_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 64 \cdot k_{e1}^4 \cdot X_{11}^4} - 1}{8}} = 1,6382;$$

модуль

$$\alpha_1 = \sqrt{(\alpha'_1)^2 + (\alpha''_1)^2} = 2,7532;$$

аргумент

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\alpha''_1}{\alpha'_1} = 36,51^\circ.$$

На частоте  $\omega_4$ :

вещественная часть

$$\alpha'_4 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 64 \cdot k_{e4}^4 \cdot X_{14}^4} + 1}{8}} = 2,2129;$$

мнимая часть

$$\alpha_4'' = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 64 \cdot k_{e4}^4 \cdot X_{14}^4} - 1}{8}} = 1,6383;$$

модуль

$$\alpha_{04} = \sqrt{(\alpha_4')^2 + (\alpha_4'')^2} = 2,7532;$$

аргумент

$$\varphi_4 = \arctg \frac{\alpha_4''}{\alpha_4'} = 36,51^\circ.$$

На частоте  $\omega_7$ :

вещественная часть

$$\alpha_7' = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 64 \cdot k_{e7}^4 \cdot X_{17}^4} + 1}{8}} = 2,2129;$$

мнимая часть

$$\alpha_7'' = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 64 \cdot k_{e7}^4 \cdot X_{17}^4} - 1}{8}} = 1,6383;$$

модуль

$$\alpha_{07} = \sqrt{(\alpha_7')^2 + (\alpha_7'')^2} = 2,7532 ;$$

аргумент

$$\varphi_7 = \operatorname{arctg} \frac{\alpha_7''}{\alpha_7'} = 36,51^\circ .$$

12 Модуль полного сопротивления зоны I на частоте  $\omega_1$

$$Z_{11} = R_{10} \cdot \alpha_{011} = 2,7411 \cdot 10^{-5} \text{ Ом} .$$

Активное сопротивление

$$R_{11} = Z_{11} \cdot \cos \varphi_1 = 22,0306 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} .$$

Индуктивное сопротивление

$$X_{11} = Z_{11} \cdot \sin \varphi_1 = 16,3099 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} .$$

Индуктивность

$$L_{11} = \frac{X_{11}}{\omega_1} = 3,634 \cdot 10^{-7} \text{ Гн} .$$

13 Модуль полного сопротивления зоны II на частоте  $\omega_1$

$$Z_{21} = R_{20} \cdot \alpha_{01} = 1,848 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление

$$R_{21} = Z_{21} \cdot \cos \varphi_1 = 1,485 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$X_{21} = Z_{21} \cdot \sin \varphi_1 = 1,0996 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

Индуктивность

$$L_{21} = \frac{X_{21}}{\omega_1} = 2,45 \cdot 10^{-6} \text{ Гн.}$$

14 Модуль полного сопротивления зоны II на частоте  $\omega_4$

$$Z_{24} = R_{20} \cdot \alpha_{04} = 1,848 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление

$$R_{24} = Z_{24} \cdot \cos \varphi_{24} = 1,485 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$X_{24} = Z_{24} \cdot \sin \varphi_{24} = 1,0996 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

Индуктивность

$$L_{24} = \frac{X_{24}}{\omega_4} = 6,1284 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

15 Модуль полного сопротивления зоны III на частоте  $\omega_1$

$$Z_{31} = R_{30} \cdot \alpha_{01} = 5,375 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление

$$R_{31} = Z_{31} \cdot \cos \varphi_1 = 4,3202 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$X_{31} = Z_{31} \cdot \sin \varphi_1 = 3,198 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Индуктивность

$$L_{31} = \frac{X_{31}}{\omega_1} = 7,1259 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

16 Модуль полного сопротивления зоны III на частоте  $\omega_4$

$$Z_{34} = R_{30} \cdot \alpha_{034} = 5,375 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление

$$R_{34} = Z_{34} \cdot \cos \varphi_{34} = 4,3202 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$X_{34} = Z_{34} \cdot \sin \varphi_{34} = 3,198 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Индуктивность

$$L_{34} = \frac{X_{34}}{\omega_4} = 1,7824 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

17 Модуль полного сопротивления зоны III на частоте  $\omega_7$

$$Z_{37} = R_{30} \cdot \alpha_{037} = 5,375 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление

$$R_{37} = Z_{37} \cdot \cos \varphi_{37} = 4,3202 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$X_{37} = Z_{37} \cdot \sin \varphi_{37} = 3,198 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Индуктивность

$$L_{37} = \frac{X_{37}}{\omega_7} = 1,0179 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

18 Несвязанная электрическая схема замещения нагрева заготовки показана на рисунке 5.4.

### 5.5.2 Расчет энергетических параметров нагрева заготовки

19 Расчет коэффициентов А:

$$A_0 = \frac{H_{me1} \cdot \ell_1}{\alpha_{01}} \cdot \left(1 - \frac{X_{14}}{X_{11}}\right)^{\alpha'_1} = 1552,0134 \text{ А};$$

$$A_1 = \frac{H_{me1} \cdot \ell_1}{\alpha_{01}} \cdot \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{11}}\right)^{\alpha'_1} = 2631,86 \text{ А};$$

$$A_2 = A_0 = 1552,0134 \text{ А.}$$

$$A_3 = \frac{H_{me4} \cdot \ell_1}{\alpha_{04}} \cdot \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{14}}\right)^{\alpha'_4} = 397,046 \text{ А};$$

$$A_4 = \frac{H_{me1} \cdot \ell_1}{\alpha_{01}} = 13406,5 \text{ А};$$

$$A_5 = \frac{H_{me1} \cdot \ell_1}{\alpha_{01}} \cdot \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{14}}\right)^{\alpha'_1} = 243,47 \text{ A}.$$

20 Расчет коэффициентов В:

$$B_0 = H_{me1} \cdot \left(1 - \frac{X_{14}}{X_{11}}\right)^{\alpha'_1} \cdot R_{10} \cdot \ell_1 = 4,2542 \cdot 10^{-2} \text{ В};$$

$$B_1 = \frac{H_{me1} \cdot \rho_2 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_7 - \ln r_4} \cdot \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{14}}\right)^{\alpha'_1} = 0,4864 \text{ В};$$

$$B_2 = \frac{H_{me1} \cdot \rho_2 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_7 - \ln r_4} \cdot \left(1 - \frac{X_{14}}{X_{11}}\right)^{\alpha'_1} = 2,868 \cdot 10^{-1} \text{ В};$$

$$B_3 = \frac{H_{me4} \cdot \rho_2 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_7 - \ln r_4} \cdot \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{14}}\right)^{\alpha'_4} = 7,338 \cdot 10^{-2} \text{ В};$$

$$B_4 = \frac{H_{me1} \cdot \rho_3 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_0 - \ln r_7} = 7,0263 \cdot 10^{-1} \text{ В};$$

$$B_5 = B_4 \cdot \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{11}}\right)^{\alpha'_1} = 1,4147 \cdot 10^{-1} \text{ В};$$

$$B_6 = \frac{H_{me4} \cdot \rho_3 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_0 - \ln r_7} = 1,1752 \text{ В};$$

$$B_7 = B_6 \cdot \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{14}}\right)^{\alpha'_4} = 2,134 \cdot 10^{-2} \text{ В.}$$

21 Токи, напряжения, активные и реактивные мощности в зонах на частоте  $\omega_1$ :

зона I

$$I_{m11} = A_0 \cdot e^{j \left[ \alpha'_1 \cdot \ln \left(1 - \frac{X_{14}}{X_{11}}\right) - \varphi_1 \right]} = 1552,0134 \cdot e^{-j \cdot 128,016^\circ} \text{ А;}$$

$$U_{m11} = B_0 \cdot e^{j \cdot \psi_1} = 4,2542 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-j \cdot 91,5^\circ} \text{ В;}$$

$$\psi_1 = \alpha''_1 \cdot \ln \left(1 - \frac{X_{14}}{X_{11}}\right) = -91,5^\circ;$$

$$P_{11} = \frac{U_{m11} \cdot I_{m11}}{2} \cdot \cos \varphi_1 = \frac{A_0 \cdot B_0}{2} \cdot \cos \varphi_1 = 26,53 \text{ Вт;}$$

$$Q_{11} = \frac{U_{m11} \cdot I_{m11}}{2} \cdot \sin \varphi_1 = \frac{A_0 \cdot B_0}{2} \sin \varphi_1 = 19,64 \text{ вар;}$$

зона II

$$U_{m21} = \sqrt{\left\{ B_1 \cdot \cos \left[ \alpha''_1 \cdot \ln \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{11}}\right) \right] - B_2 \cdot \cos \left[ \alpha''_1 \cdot \ln \left(1 - \frac{X_{14}}{X_{11}}\right) \right] \right\}^2 + \left\{ B_1 \cdot \sin \left[ \alpha''_1 \cdot \ln \left(1 - \frac{X_{17}}{X_{11}}\right) \right] - B_2 \cdot \sin \left[ \alpha''_1 \cdot \ln \left(1 - \frac{X_{14}}{X_{11}}\right) \right] \right\}^2} = 0,2468 \text{ В;}$$

$$\psi_{21} = \arctg \frac{B_1 \cdot \sin \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{11}} \right) \right] - B_2 \cdot \sin \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{14}}{X_{11}} \right) \right]}{B_1 \cdot \cos \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{11}} \right) \right] - B_2 \cdot \cos \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{14}}{X_{11}} \right) \right]} = -42,8^\circ;$$

$$I_{m21} = \frac{U_{m21}}{Z_{21}} = 1335,4978 \text{ A};$$

$$P_{21} = \frac{U_{m21} \cdot I_{m21}}{2} \cdot \cos \varphi_{21} = 132,4588 \text{ Вт},$$

$$\varphi_{21} = \varphi_1;$$

$$Q_{21} = \frac{U_{m21} \cdot I_{m21}}{2} \cdot \sin \varphi_{21} = 98,05 \text{ вар};$$

зона III

$$U_{m31} = \sqrt{\left\{ B_4 - B_5 \cdot \cos \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{11}} \right) \right] \right\}^2 + \left\{ B_5 \cdot \sin \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{11}} \right) \right] \right\}^2} = 0,683 \text{ В};$$

$$\psi_{31} = \arctg \frac{-B_5 \cdot \sin \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{11}} \right) \right]}{B_4 - B_5 \cdot \cos \left[ \alpha_1'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{11}} \right) \right]} = 11,16^\circ;$$

$$I_{m31} = \frac{U_{m31}}{Z_{31}} = 12706,976 \text{ A};$$

$$P_{31} = \frac{U_{m31} \cdot I_{m31}}{2} \cdot \cos \varphi_{31} = 3487,8321 \text{ Вт};$$

$$Q_{31} = \frac{U_{m31} \cdot I_{m31}}{2} \cdot \sin \varphi_{31} = 2581,8021 \text{ вар.}$$

22 Токи, напряжения, активные и реактивные мощности в зонах на частоте  $\omega_4$ :

зона II

$$U_{m24} = B_3 = 7,338 \cdot 10^{-2} \text{ В};$$

$$\psi_{24} = \alpha'_{24} \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{14}} \right) = -170,117^\circ;$$

$$I_{m24} = \frac{U_{m24}}{Z_{24}} = \frac{7,338 \cdot 10^{-2}}{1,848 \cdot 10^{-4}} = 397,0779 \text{ A};$$

$$P_{24} = \frac{U_{m24} \cdot I_{m24}}{2} \cdot \cos \varphi_{24} = 11,709 \text{ Вт};$$

$$Q_{24} = \frac{U_{m24} \cdot I_{m24}}{2} \cdot \sin \varphi_{24} = 8,668 \text{ вар};$$

зона III

$$U_{m34} = \sqrt{\left\{ B_6 - B_7 \cdot \cos \left[ \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{14}} \right) \right] \right\}^2 + \left\{ B_7 \cdot \sin \left[ \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{14}} \right) \right] \right\}^2} = 1,1962 \text{ В};$$

$$\psi_{34} = \arctg \frac{-B_7 \cdot \sin \left[ \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{14}} \right) \right]}{B_6 - B_7 \cdot \cos \left[ \alpha_4'' \cdot \ln \left( 1 - \frac{X_{17}}{X_{14}} \right) \right]} = 0,1753^\circ;$$

$$I_{m34} = \frac{U_{m34}}{Z_{34}} = 22254,883 \text{ А};$$

$$P_{34} = \frac{U_{m34} \cdot I_{m34}}{2} \cdot \cos \varphi_{34} = 10698,472 \text{ Вт};$$

$$Q_{34} = \frac{U_{m34} \cdot I_{m34}}{2} \cdot \sin \varphi_{34} = 7919,8337 \text{ вар}.$$

23 Токи, напряжения, активные и реактивные мощности в зонах на частоте  $\omega_7$ :

зона III

$$U_{m37} = \frac{H_{m37} \cdot \rho_3 \cdot 2 \cdot \pi}{\ln r_0 - \ln r_7} = 1,4734 \text{ В};$$

$$I_{m37} = \frac{U_{m37}}{Z_{37}} = 27412,093 \text{ A};$$

$$P_{37} = \frac{U_{m37} \cdot I_{m37}}{2} \cdot \cos \varphi_{37} = 16230,31 \text{ Вт};$$

$$Q_{37} = \frac{U_{m37} \cdot I_{m37}}{2} \cdot \sin \varphi_{37} = 12015,72 \text{ вар}.$$

24 Активная и индуктивная мощности потребления энергии по зонам:

зона I

$$P_1 = P_{11} = 26,53 \text{ Вт};$$

$$Q_1 = Q_{11} = 19,64 \text{ вар};$$

зона II

$$P_2 = P_{21} + P_{24} = 132,4588 + 11,709 = 144,1678 \text{ Вт};$$

$$Q_2 = Q_{21} + Q_{24} = 98,05 + 8,668 = 106,718 \text{ вар};$$

зона III

$$P_3 = P_{31} + P_{34} + P_{37} = 3487,832 + 10698,472 + 16230,31 = 30416,614 \text{ Вт};$$

$$Q_3 = Q_{31} + Q_{34} + Q_{37} = 2581,8 + 7919,83 + 12015,72 = 22517,36 \text{ вар.}$$

25 Активная и индуктивная мощность потребления энергии всей заготовкой:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 26,53 + 144,1678 + 30416,614 = 30587,311 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 19,64 + 106,718 + 22517,356 = 22643,714 \text{ вар.}$$

26 Расчет согласующих сопротивлений на частоте  $\omega_1$  между цепями зоны I и зоны II:

$$X_{c11} = \frac{U_{m21}^2}{2 \cdot P_{11}} \cdot \frac{\text{tg} \varphi_1}{1 + \text{tg}^2 \varphi_1} - X_{11} = 5,3264 \cdot 10^{-4} \text{ Ом};$$

$$R_{c11} = \frac{X_{c11} + X_{11}}{\text{tg} \varphi_1} - R_{11} = 7,1956 \cdot 10^{-4} \text{ Ом},$$

индуктивность согласующей цепи зоны I и II

$$L_{c11} = \frac{X_{c11}}{\omega_1} = 11,868 \cdot 10^{-6} \text{ Гн};$$

зоны II и зоны III:

$$X_{c21} = \frac{U_{m31}^2}{2 \cdot P_2} \cdot \frac{\text{tg} \varphi_2}{1 + \text{tg}^2 \varphi_2} - X_{21} = 6,1073 \cdot 10^{-4} \text{ Ом};$$

$$R_{c21} = \frac{X_{c21} + X_{21}}{\operatorname{tg} \varphi_2} - R_{21} = 8,2487 \cdot 10^{-4} \text{ Ом},$$

индуктивность согласующей цепи зоны II и III

$$L_{c21} = \frac{X_{c21}}{\omega_1} = 1,3608 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}.$$

На частоте  $\omega_4$  между цепями зоны II и зоны III:

$$X_{c24} = \frac{U_{m34}^2}{2 \cdot P_{24}} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi_{24}}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{24}} - X_{24} = 2,9111 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$R_{c24} = \frac{X_{c24} + X_{24}}{\operatorname{tg} \varphi_{24}} - R_{24} = 3,9318 \cdot 10^{-2} \text{ Ом},$$

ИНДУКТИВНОСТЬ

$$L_{c24} = \frac{X_{c24}}{\omega_4} = 1,622 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}.$$

27 Расчет индуктивностей рассеяния на частоте  $\omega_1$ .

Действующее значение тока индуктора на частоте  $\omega_1$

$$I_{и1} = \frac{H_{me1} \cdot \sqrt{2} \cdot [\ell_1 + \pi \cdot (r_{и} - r_0)]}{\omega_1} = 2343,24 \text{ А},$$

здесь  $r_{и} = 0,093 \text{ м}$ ;  $\omega_1 = 25$  – число витков.

Действующее значение напряженности магнитного поля на внутренней поверхности индуктора

$$H_{\text{еи}} = \frac{I_{\text{и1}} \cdot \omega_1}{2 \cdot \left( \ell_1 + \pi \cdot \frac{d}{2} \right)} = 61648,6 \text{ А/м},$$

здесь  $d = 0,016 \text{ м}$ .

Действующее среднее значение потока рассеяния от первой гармоники тока индуктора

$$\Phi_{\text{S11}} = \frac{\mu_0 \cdot H_{\text{еи1}} \cdot \pi \cdot \left[ \left( r_{и} - \frac{d}{2} \right)^2 - r_0^2 \right]}{2} = 1,9451 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

Индуктивность рассеяния

$$L_{\text{S11}} = \frac{\Phi_{\text{S11}} \cdot \omega_1}{I_{11}} = \frac{1,9451 \cdot 10^{-4} \cdot 25}{2343,24} = 2,075 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}.$$

Индуктивное сопротивление рассеяния

$$X_{\text{S11}} = \omega_1 \cdot L_{\text{S11}} = 44,88 \cdot 2,075 \cdot 10^{-6} = 9,3126 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}.$$

Индуктивность рассеяния

$$L_{S21} = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot \left[ \left( r_{и} - \frac{d}{2} \right)^2 - r_0^2 \right]}{\ell_1} = 1,4023 \cdot 10^{-8} \text{ Гн.}$$

Индуктивное сопротивление рассеяния на частоте  $\omega_1$

$$X_{S21} = \omega_1 \cdot L_{S21} = 6,2933 \cdot 10^{-7} \text{ Ом.}$$

Приведенное к обмотке индуктора

$$X'_{S21} = X_{S21} \cdot \omega_1^2 = 3,933 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

28 Расчет индуктивностей рассеяния на частоте  $\omega_4$ .

Действующее значение тока индуктора на частоте  $\omega_4$

$$I_{и4} = \frac{H_{ме4} \cdot \sqrt{2} \cdot [\ell_1 + \pi \cdot (r_{и} - r_0)]}{\omega_1} = 3821,25 \text{ А.}$$

Действующее значение напряженности магнитного поля на внутренней поверхности индуктора

$$H_{еи4} = \frac{I_{и4} \cdot \omega_1}{2 \cdot \left( \ell_1 + \pi \cdot \frac{d}{2} \right)} = 100533,73 \text{ А/м.}$$

Действующее среднее значение потока рассеяния

$$\Phi_{S14} = \frac{\mu_0 \cdot H_{ei4} \cdot \pi \cdot \left[ \left( r_{и} - \frac{d}{2} \right)^2 - r_0^2 \right]}{2} = 3,172 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Индуктивность рассеяния

$$L_{S14} = \frac{\Phi_{S14} \cdot \omega_1}{I_{и4}} = \frac{3,172 \cdot 10^{-4} \cdot 25}{3821,25} = 2,075 \cdot 10^{-6} \text{ Гн.}$$

Индуктивное сопротивление рассеяния

$$X_{S14} = \omega_4 \cdot L_{S14} = 179,42 \cdot 2,075 \cdot 10^{-6} = 3,723 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

Индуктивность рассеяния

$$L_{S24} = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot \left( r_{и} - \frac{d}{2} - r_0 \right)^2}{\ell_1} = 8,764 \cdot 10^{-8} \text{ Гн.}$$

Индуктивное сопротивление рассеяния на частоте  $\omega_4$

$$X_{S24} = \omega_4 \cdot L_{S24} = 179,42 \cdot 8,764 \cdot 10^{-8} = 1,572 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Приведенное к обмотке индуктора

$$X'_{S24} = X_{S24} \cdot \omega_1^2 = 1,572 \cdot 10^{-5} \cdot 25^2 = 9,825 \cdot 10^{-3} \text{ Ом.}$$

29 Расчет индуктивностей рассеяния на частоте  $\omega_7$ .

Действующее значение тока индуктора на частоте  $\omega_7$

$$I_{и7} = \frac{H_{ме7} \cdot \sqrt{2} \cdot [\ell_1 + \pi \cdot (r_{и} - r_0)]}{\omega_1} = 4790,87 \text{ А.}$$

Действующее значение напряженности магнитного поля на внутренней поверхности индуктора

$$H_{еи7} = \frac{I_{и7} \cdot \omega_1}{2 \cdot \left( \ell_1 + \pi \cdot \frac{d}{2} \right)} = 126040,56 \text{ А / м.}$$

Действующее среднее значение потока рассеяния от седьмой гармоники тока индуктора

$$\Phi_{S17} = \frac{\mu_0 \cdot H_{еи7} \cdot \pi \cdot \left[ \left( r_{и} - \frac{d}{2} \right)^2 - r_0^2 \right]}{2} = 3,9768 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Индуктивность рассеяния

$$L_{S17} = \frac{\Phi_{S17} \cdot \omega_1}{I_{и7}} = \frac{3,9768 \cdot 10^{-4} \cdot 25}{4790,87} = 2,075 \cdot 10^{-6} \text{ Гн.}$$

Индуктивное сопротивление рассеяния

$$X_{S17} = \omega_7 \cdot L_{S17} = 314,16 \cdot 2,075 \cdot 10^{-6} = 6,519 \cdot 10^{-4} \text{ Ом.}$$

Индуктивность рассеяния

$$L_{S27} = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot \left( r_{\text{и}} - \frac{d}{2} - r_0 \right)^2}{\ell_1} = 8,764 \cdot 10^{-8} \text{ Гн.}$$

Индуктивное сопротивление рассеяния на частоте  $\omega_4$

$$X_{S27} = \omega_7 \cdot L_{S27} = 314,16 \cdot 8,764 \cdot 10^{-8} = 2,7533 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Приведенное к обмотке индуктора

$$X'_{S27} = X_{S27} \cdot \omega_1^2 = 2,7533 \cdot 10^{-5} \cdot 25^2 = 1,7208 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

30 Расчет эквивалентных RL параметров заготовки на частоте

$\omega_1$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{BC}} &= \frac{[R_{c11} + R_{11} + j \cdot (X_{c11} + X_{11})] \cdot (R_{21} + j \cdot X_{21})}{R_{c11} + R_{11} + R_{21} + j \cdot (X_{c11} + X_{11} + X_{21})} = \\ &= (1,24509 \cdot 10^{-4} + j \cdot 9,1628 \cdot 10^{-5}) \text{ Ом;} \end{aligned}$$

$$R_{\text{bc}} = 1,24509 \cdot 10^{-4} \text{ Ом;}$$

$$x_{bc} = 9,1628 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{H1} &= \frac{[R_{c21} + R_{bc} + j \cdot (x_{c21} + x_{bc})] \cdot (R_{31} + j \cdot x_{31})}{R_{c21} + R_{bc} + R_{31} + j \cdot (x_{c21} + x_{bc} + x_{31})} = \\ &= (4,1322 \cdot 10^{-5} + j \cdot 3,05867 \cdot 10^{-5}) \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$R_{H1} = 4,1322 \cdot 10^{-5} \text{ Ом};$$

$$x_{H1} = 3,05867 \cdot 10^{-5} \text{ Ом};$$

$$L_{H1} = \frac{x_{H1}}{\omega_1} = 6,8152 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

Приведенные к обмотке индуктора

$$R'_{H1} = \omega_1^2 \cdot R_{H1} = 25^2 \cdot 4,1322 \cdot 10^{-5} = 2,582 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$x'_{H1} = \omega_1^2 \cdot x_{H1} = 25^2 \cdot 3,05867 \cdot 10^{-5} = 1,912 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

на частоте  $\omega_4$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{H4} &= \frac{[R_{c24} + R_{24} + j \cdot (x_{c24} + x_{24})] \cdot (R_{34} + j \cdot x_{34})}{R_{c24} + R_{24} + R_{34} + j \cdot (x_{c24} + x_{24} + x_{34})} = \\ &= (4,3155 \cdot 10^{-5} + j \cdot 3,1945 \cdot 10^{-5}) \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$R_{H4} = 4,3155 \cdot 10^{-5} \text{ Ом};$$

$$X_{H4} = 3,1945 \cdot 10^{-5} \text{ Ом};$$

$$L_{H4} = \frac{X_{H4}}{\omega_4} = \frac{3,1945 \cdot 10^{-5}}{179,42} = 1,7805 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

Приведенные к обмотке индуктора

$$R'_{H4} = \omega_1^2 \cdot R_{H4} = 2,6972 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$X'_{H4} = \omega_1^2 \cdot X_{H4} = 1,9966 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

на частоте  $\omega_7$

$$\underline{Z}_{H7} = 4,3202 \cdot 10^{-5} + j \cdot 3,198 \cdot 10^{-5} \text{ Ом};$$

$$R_{H7} = R_{37} = 4,3202 \cdot 10^{-5} \text{ Ом};$$

$$X_{H7} = X_{37} = 3,198 \cdot 10^{-5} \text{ Ом};$$

$$L_{H7} = \frac{X_{H7}}{\omega_7} = \frac{3,198 \cdot 10^{-5}}{314,16} = 1,018 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

Приведенные к обмотке индуктора

$$R'_{H7} = \omega_1^2 \cdot R_{H7} = 25^2 \cdot 4,3202 \cdot 10^{-5} = 2,7001 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$X'_{H7} = \omega_1^2 \cdot X_{H7} = 25^2 \cdot 3,198 \cdot 10^{-5} = 1,9988 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}.$$

31 Расчет параметров схемы замещения по пути обратного магнитного потока.

Поправочный коэффициент индуктивности [17]

$$k_L = \frac{2,3}{2,3 + \frac{2 \cdot \left( r_{H7} - \frac{d}{2} \right)}{\ell_1}} = \frac{2,3}{2,3 + \frac{2 \cdot \left( 0,093 - \frac{0,016}{2} \right)}{45}} = 0,859.$$

Сопротивление пустого индуктора на частоте  $\omega_1$

$$X_{11} = \frac{\omega_1 \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot r_0^2 \cdot k_L}{\ell_1} =$$
$$= \frac{44,88 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 3,14 \cdot 0,075^2 \cdot 0,859}{0,45} = 1,9005 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}.$$

Сопротивление обратного замыкания

$$X_{e1} = X_1 \cdot \frac{1}{1 - k_L} = 1,9005 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{1 - 0,859} = 1,3479 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}.$$

Приведенное к обмотке индуктора

$$X'_{e1} = X_{e1} \cdot \omega_1^2 = 1,3479 \cdot 10^{-5} \cdot 25^2 = 8,4243 \cdot 10^{-3} \text{ Ом.}$$

Индуктивность обратного замыкания

$$L_{e1} = \frac{X'_{e1}}{\omega_1} = \frac{8,4243 \cdot 10^{-3}}{44,88} = 1,8771 \cdot 10^{-4} \text{ Гн.}$$

Сопротивление обратного замыкания, приведенное к обмотке индуктора:

на частоте  $\omega_4$

$$X'_{e4} = X'_{e1} \cdot 4 = 3,3697 \cdot 10^{-2} \text{ Ом;}$$

на частоте  $\omega_7$

$$X'_{e7} = X'_{e1} \cdot 7 = 5,897 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

Индуктивность обратного замыкания, приведенная к обмотке индуктора:

на частоте  $\omega_4$

$$L_{e4} = \frac{X'_{e4}}{\omega_4} = \frac{3,3697 \cdot 10^{-2}}{179,42} = 1,8781 \cdot 10^{-4} \text{ Гн;}$$

на частоте  $\omega_7$

$$L_{e7} = \frac{X'_{e7}}{\omega_7} = \frac{5,897 \cdot 10^{-2}}{314,16} = 1,8771 \cdot 10^{-4} \text{ Гн.}$$

32 Расчет активного и индуктивного сопротивления индуктирующего провода.

Активное сопротивление

$$R_0 = \frac{\rho_m \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{и}} \cdot \omega_1}{S_M} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 6,28 \cdot 0,09 \cdot 25}{1,625 \cdot 10^{-4}} = 1,797 \cdot 10^{-3} \text{ Ом.}$$

Площадь сечения индуктирующего провода

$$S_M = \pi \cdot \frac{d^2}{4} - \pi \cdot \frac{d_1^2}{4} = 3,14 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-2}}{4} - 3,14 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-3}}{4} = 1,625 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

где  $d$  – наружный диаметр индуктирующего провода (трубки);

$d_1$  – внутренний диаметр индуктирующего провода.

Индуктивность индуктирующего провода индуктора

$$L_0 = \frac{\mu_0 \cdot S_1 \cdot \omega_1^2 \cdot k}{\ell_1} = \frac{1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 2,2687 \cdot 10^{-2} \cdot 25^2 \cdot 8,547 \cdot 10^{-1}}{0,45} =$$
$$= 3,3826 \cdot 10^{-5} \text{ Гн.}$$

Площадь окна индуктора

$$S_1 = \pi \cdot \left( r_{\text{и}} - \frac{d}{2} \right)^2 = 3,14 \cdot \left( 0,093 - \frac{0,016}{2} \right)^2 = 2,2687 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Поправочный коэффициент самоиндукции

$$k = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \frac{r_{\text{и}} - \frac{d}{2}}{\ell_1}} = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \frac{0,093 - \frac{0,016}{2}}{0,45}} = 0,8547.$$

Индуктивное сопротивление:

на частоте  $\omega_1$

$$X_{01} = \omega_1 \cdot L_0 = 44,88 \cdot 3,3826 \cdot 10^{-5} = 1,5181 \cdot 10^{-3} \text{ Ом};$$

на частоте  $\omega_4$

$$X_{04} = \omega_4 \cdot L_0 = 179,42 \cdot 3,3826 \cdot 10^{-5} = 6,0724 \cdot 10^{-3} \text{ Ом};$$

на частоте  $\omega_7$

$$X_{07} = \omega_7 \cdot L_0 = 314,16 \cdot 3,3826 \cdot 10^{-5} = 1,0627 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}.$$

33 Сопротивление индуктора под нагрузкой:

на частоте  $\omega_1$

$$\underline{Z}_{и1} = R_0 + j \cdot (X_{01} + X_{S11}) + \frac{j \cdot X'_{\ell 1} \cdot [R'_{H1} + j \cdot (X'_{S21} + X'_{H1})]}{R'_{H1} + j \cdot (X'_{\ell 1} + X'_{S21} + X'_{H1})} =$$

$$= 2,9461 \cdot 10^{-3} + j \cdot 8,646 \cdot 10^{-3} = 9,1705 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j \cdot 71,29^\circ} \text{ Ом};$$

$$R_{и1} = 2,9461 \cdot 10^{-3} \text{ Ом};$$

$$X_{и1} = 8,646 \cdot 10^{-3} \text{ Ом};$$

$$\varphi_{и1} = \text{arctg} \frac{X_{и1}}{R_{и1}} = 71,29^\circ;$$

на частоте  $\omega_4$

$$\underline{Z}_{и4} = R_0 + j \cdot (X_{04} + X_{S14}) + \frac{j \cdot X'_{\ell 4} \cdot [R'_{H4} + j \cdot (X'_{S24} + X'_{H4})]}{R'_{H4} + j \cdot (X'_{\ell 4} + X'_{S24} + X'_{H4})} =$$

$$= 9,9026 \cdot 10^{-3} + j \cdot 2,3543 \cdot 10^{-2} = 2,5541 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j \cdot 67,19^\circ} \text{ Ом};$$

$$R_{и4} = 9,9026 \cdot 10^{-3} \text{ Ом};$$

$$X_{и4} = 2,3543 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$\varphi_{и4} = \text{arctg} \frac{X_{и4}}{R_{и4}} = 67,19^\circ;$$

на частоте  $\omega_7$

$$\underline{Z}_{и7} = R_0 + j \cdot (X_{07} + X_{S17}) + \frac{j \cdot X'_{\ell 7} \cdot [R'_{H7} + j \cdot (X'_{S27} + X'_{H7})]}{R'_{H7} + j \cdot (X'_{\ell 7} + X'_{S27} + X'_{H7})} =$$
$$= 1,4475 \cdot 10^{-2} + j \cdot 3,188 \cdot 10^{-2} = 3,5012 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j65,58^\circ} \text{ Ом};$$

$$R_{и7} = 1,4475 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$X_{и7} = 3,188 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$\varphi_{и7} = \arctg \frac{X_{и7}}{R_{и7}} = 65,58^\circ.$$

34 Индуктивность индуктора под нагрузкой:

на частоте  $\omega_1$

$$L_{и1} = \frac{X_{и1}}{\omega_1} = 1,9265 \cdot 10^{-4} \text{ Гн};$$

на частоте  $\omega_4$

$$L_{и4} = \frac{X_{и4}}{\omega_4} = 1,312 \cdot 10^{-4} \text{ Гн};$$

на частоте  $\omega_7$

$$L_{и7} = \frac{X_{и7}}{\omega_7} = 1,015 \cdot 10^{-4} \text{ Гн.}$$

35 Расчет напряжений и токов индуктора на частоте  $\omega_1$ .

Мощность активная заготовки

$$P_1 = P_{11} + P_{21} + P_{31} = 26,53 + 132,46 + 3487,83 = 3646,82 \text{ Вт.}$$

Ток нагрузки, приведенный к обмотке индуктора

$$I'_{H1} = \sqrt{\frac{P_{H1}}{R'_{H1}}} = \sqrt{\frac{3646,82}{2,582 \cdot 10^{-2}}} = 375,82 \text{ А;}$$

$$\varphi_{H1} = \arctg \frac{X'_{H1}}{R'_{H1}} = \arctg \frac{1,912 \cdot 10^{-2}}{2,582 \cdot 10^{-2}} = 36,51^\circ.$$

Сопротивление (модуль)

$$\begin{aligned} Z'_{деH1} &= \sqrt{R_{H1}'^2 + (X_{S21}' + X_{H1}')^2} = \\ &= \sqrt{(2,582 \cdot 10^{-2})^2 + (3,933 \cdot 10^{-4} + 1,912 \cdot 10^{-2})^2} = 3,2364 \cdot 10^{-2} \text{ Ом;} \end{aligned}$$

$$\varphi_{деH1} = \arctg \frac{X_{S21}' + X_{H1}'}{R_{H1}'} = 37,07^\circ;$$

$$\underline{Z}'_{деH1} = 3,2364 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j37,07^\circ} = 2,5823 \cdot 10^{-2} + 1,9056 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

Напряжение

$$U'_{e1} = \underline{Z}'_{\text{ден1}} \cdot I'_{и1} = 12,062 \cdot e^{j \cdot 36,43} \text{ В.}$$

Ток

$$I'_{e1} = \frac{U'_{e1}}{j \cdot X'_{e1}} = \frac{12,062 \cdot e^{j \cdot 36,43}}{8,4243 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j \cdot 90}} = 1431,8 \cdot e^{-j \cdot 53,56} \text{ А.}$$

Ток индуктора

$$I_{и1} = I'_{e1} + I'_{и1} = 1431,8 \cdot e^{-j \cdot 53,56} + 375,82 = 1682,4 \cdot e^{-j \cdot 43,2} \text{ А.}$$

Напряжение индуктора

$$\begin{aligned} U_{и1} &= \underline{Z}_{и1} \cdot I_{и1} = 9,1705 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j \cdot 71,29} \cdot 1682,4 \cdot e^{-j \cdot 43,2} = \\ &= 15,4284 \cdot e^{j \cdot 28,09} \text{ В.} \end{aligned}$$

Мгновенное значение напряжения

$$u_{и1}(t) = 15,4284 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + 28,09^\circ) \text{ В.}$$

Мгновенное значение тока

$$i_{и1}(t) = 1682,4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - 43,2^\circ) = 2372,2 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - 43,2^\circ) \text{ А.}$$

36 Расчет напряжений и токов индуктора на частоте  $\omega_4$ .

Мощность активная

$$P_{и4} = P_{24} + P_{34} = 11,709 + 10698,47 = 10710,18 \text{ Вт.}$$

Ток нагрузки (заготовки)

$$I'_{н4} = \sqrt{\frac{P_{н4}}{R'_{н4}}} = \sqrt{\frac{10710,18}{2,6972 \cdot 10^{-2}}} = 630,15 \text{ А.}$$

Сопrotивление (модуль)

$$Z'_{деH4} = \sqrt{R'^2_{н4} + (X'_{S24} + X'_{н4})^2} = 4,019 \cdot 10^{-2} \text{ Ом;}$$

$$\varphi_{н4} = \arccos \frac{R'_{н4}}{Z'_{деH4}} = 47,85^\circ;$$

$$\underline{Z}'_{деH4} = Z'_{деH4} \cdot e^{j \cdot \varphi_{деH4}} = 4,019 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j \cdot 47,85^\circ} \text{ Ом.}$$

Напряжение

$$U'_{e4} = \underline{Z}'_{деH4} \cdot I'_{н4} = 25,326 \cdot e^{j \cdot 47,85^\circ} \text{ В.}$$

Ток

$$I'_{e4} = \frac{U'_{e4}}{j \cdot X'_{e4}} = 751,58 \cdot e^{-j \cdot 42,15^\circ} \text{ А.}$$

Ток индуктора

$$I_{и4} = I'_{e4} + I'_{н4} = 1290,04 \cdot e^{-j \cdot 23^\circ} \text{ A.}$$

Напряжение индуктора

$$\begin{aligned} U_{и4} &= Z_{н4} \cdot I_{и4} = 2,5541 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j \cdot 67,19^\circ} \cdot 1290,04 \cdot e^{-j \cdot 23^\circ} = \\ &= 32,95 \cdot e^{j \cdot 44,19^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Мгновенное значение напряжения

$$u_{и4}(t) = 46,45 \cdot \sin(\omega_4 \cdot t + 44,19^\circ) \text{ В.}$$

Мгновенное значение тока

$$i_{и4}(t) = 1818,96 \cdot \sin(\omega_4 \cdot t - 23^\circ) \text{ А.}$$

37 Расчет напряжений и токов индуктора на частоте  $\omega_7$ .

Мощность

$$P_{и7} = P_{37} = 16230,31 \text{ Вт.}$$

Ток нагрузки

$$I'_{н7} = \sqrt{\frac{P_{н7}}{R'_{н7}}} = \sqrt{\frac{16230,31}{2,701 \cdot 10^{-2}}} = 775,1774 \text{ А.}$$

Сопротивление (модуль)

$$Z'_{\text{ден7}} = \sqrt{R'_{\text{H7}}{}^2 + (X'_{\text{S27}} + X'_{\text{H7}})^2} = 4,596 \cdot 10^{-2} \text{ Ом};$$

$$\varphi_{\text{ден7}} = \arccos \frac{R'_{\text{H7}}}{Z'_{\text{ден7}}} = 54^\circ.$$

Полное сопротивление

$$\underline{Z}'_{\text{ден7}} = Z'_{\text{ден7}} \cdot e^{j \cdot \varphi_{\text{ден7}}} = 4,596 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-j \cdot 54^\circ} \text{ Ом}.$$

Напряжение

$$U'_{\text{e7}} = \underline{Z}'_{\text{ден7}} \cdot I'_{\text{H7}} = 35,63 \cdot e^{j \cdot 54^\circ} \text{ В}.$$

Ток

$$I'_{\text{e7}} = \frac{U'_{\text{e7}}}{j \cdot X'_{\text{e7}}} = 604,2 \cdot e^{-j \cdot 36^\circ} \text{ А}.$$

Ток индуктора

$$I_{\text{H7}} = I'_{\text{e7}} + I'_{\text{H7}} = 1312,94 \cdot e^{-j \cdot 15,69^\circ} \text{ А}.$$

Напряжение индуктора

$$U_{и7} = Z_{и7} \cdot I_{и7} = 3,5012 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j65,58^\circ} \cdot 1312,94 \cdot e^{-j15,69^\circ} =$$
$$= 45,97 \cdot e^{j49,89^\circ} \text{ В.}$$

Мгновенное значение напряжения

$$u_{и7}(t) = 64,81 \cdot \sin(\omega_7 \cdot t + 49,89^\circ) \text{ В.}$$

Мгновенное значение тока

$$i_{и7}(t) = 1851,25 \cdot \sin(\omega_7 \cdot t - 15,69^\circ) \text{ А.}$$

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДУГА	6
1.1 Общие сведения об электрической дуге	6
1.2 Дуга постоянного тока	15
1.3 Дуга переменного тока	21
2 ДУГОВЫЕ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫЕ ПЕЧИ	34
2.1 Технология плавления металлов в дуговых сталеплавильных печах	34
2.2 Определение оптимального режима работы дуговой сталеплавильной печи	45
2.2.1 Общие сведения	45
2.2.2 Схема замещения дуговой сталеплавильной печи	49
2.2.3 Круговая диаграмма дуговой сталеплавильной печи	51
2.2.4 Оптимальные режимы работы сталеплавильной печи	58
3 УСТАНОВКИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА	62
3.1 Основы теории индукционного нагрева	63
3.2 Расчет энергетических параметров индуктора	68
3.3 Режимы и стадии нагрева стального тела	73
3.4 Методы нагрева	81
3.5 Конструкция индукционных установок для сквозного нагрева	86
4 ИНДУКТОРЫ С САМОКОМПЕНСАЦИЕЙ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ	97
4.1 Сущность принципа самокомпенсации, используемого в индукторе	97

4.2	Расчет резонансного режима индукторов с самокомпенсацией реактивной мощности	99
4.3	Расчет электрических и энергетических характеристик индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности	108
4.3.1	Расчет распределения тока в индукторе с самокомпенсацией	109
4.3.2	Расчет распределения потенциалов и напряжения в индукторе с самокомпенсацией	123
4.3.3	Расчет потерь активной мощности в индукторе с самокомпенсацией	141
5	<b>ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА СЛОЖНОЙ ФОРМЫ</b>	148
5.1	Физические основы процесса индукционного нагрева при использовании напряжения и тока сложной формы	150
5.2	Определение параметров электрической схемы замещения загрузки	154
5.3	Расчет энергетических параметров при индукционном нагреве заготовки	165
5.4	Определение параметров электрической схемы замещения индуктора при нагреве заготовки	172
5.4.1	Определение согласующих сопротивлений	174
5.4.2	Расчет индуктивностей рассеяния	177
5.4.3	Определение индуктивности по пути обратного замыкания магнитного потока	180
5.4.4	Расчет сопротивления и индуктивности провода индуктора	183

5.5	Пример расчета энергетических параметров индуктора при нагреве заготовки в полигармоническом магнитном поле	184
5.5.1	Расчет сопротивлений электрической схемы замещения	185
5.5.2	Расчет энергетических параметров нагрева заготовки	196