Торайғыров университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайгыров университета

ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ

Физика, математика және компьютерлік ғылымдар сериясы
1997 жылдан бастап шығады

TORAIGHYROV UNIVERSITY

ВЕСТНИК ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
Издается с 1997 года

ISSN 2959-068X

№ 1 (2022)
Павлодар

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО
о постановке на переучет периодического печатного издания,
информационного агентства и сетевого издания
№ KZ91VPY00046988
выдано
Министерством информации и общественного развития
Республики Казахстан

Тематическая направленность
публикация материалов в области физики, математики,
механики и информатики

Подписной индекс – 76208

https://doi.org/10.48081/JZXO4819

МРНТИ: 27.35.31

https://doi.org/10.48081/NBDT3831

Е. У. Муса[1], Н. А. Испулов[2], Қ. Р. Досумбеков[3], А. Ж. Жумабеков[4]
[1,2,3,4]Торайғыров университеті, Қазақстан Республикасы, Павлодар қ.

АНИЗОТРОПТЫ ОРТАЛАРДА ТЕРМОСЕРПІМДІ ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ (БІРТЕКСІЗДІК Y ОСІ БОЙЫНША)

Осы жұмыста матрицантты әдіс негізінде бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесін және ромбылық жүйенің анизотропты орталарында таралатын термосерпімді толқындар үшін алынған коэффициенттер матрицасын құруды қарастырамыз. Термосерпімді толқындардың қозғалыс теңдеулерінің матриканты құрылымы құрылады. Бұл орта төмен симметрияға ие және 9 серпімді және 3 термомеханикалық параметрге ие.

Термомеханикалық эффектімен болатын серпімді орталарда толқындық процестердің заңдылықтарды зерттеу актуалдығы, геофизика, сейсмология, композиттік материалдардың механикасының теориялық және қолданбалы есептерді шешуінде қажеттілігімен байланысты. Байланысқан қозғалыс теңдеулері мен жылуөткізгіштік теңдеулері физика-механикалық параметрлердің күрделігі мен көп болуымен ерекшеленеді. Осыған байланысты деформацияланатын қатты дене механикасының – термосерпімділік деген тарауы қарқынды дамып келеді. Осы бағыттың аясында анизотропты орталардың кейбір физика-механикалық қасиеттерін қолдана отырып, байланысқан жылулық және механикалық өрістер зерттеледі. Осы жұмыста матрицант әдісі негізінде бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесі құрылды. Нәтижесінде анизотропты ромбты ортада таралатын термосерпімді толқындар үшін коэффициенттік матрицалар алынды және талданды. Табиғаты әртүрлі толқындар мен поляризация арасындағы байланысты көрсететін коэффициент матрицаларына талдау жүргізілді. Бұл жұмыстың алдыңғылардан маңызды айырмашылығы – ортаның біртекті еместігі Y осі бойымен қарастырылады.

Кілтті сөздер: анизотропты орта, қозғалыс теңдеуі, жылуөткізгіштік теңдеуі, жылу ағынының теңдеулері, термосерпімді толқындар, ромбылық сингония, матрицант.

Кіріспе

Термомеханикалық әсері бар серпімді ортадағы толқындық үрдістердің заңдылықтарын зерттеу геофизиканың теориялық және қолданбалы есептерін шешу, сейсмологияның, композициттік материалдар механикасының және тағы да басқа қажеттілігімен байланысты. Термосерпімділік теңдеулерімен байланысты күрделі және физика-механикалық параметрлердің көптігімен ерекшеленеді. Деформацияланатын қатты денелер механикасының бөлімі бола отырып, табиғи кристалдардың белгілі бір физикалық қасиеттерін және жасанды керамиканы қолдануға негізделген термосерпімділік теориясына сүйене отырып, механиканың жылу және механикалық өрістер байланысын зерттейді.

Кристалдардағы толқындық құбылыстар, яғни физикалық қасиеттердің бірқатар айқын анизотропиясы бар ортада изотропты жағдайға қарағанда анағұрлым күрделі заңдылықтармен сипатталады.

Жоғарыда айтылғандарға байланысты аналитикалық зерттеу әдістерін дамыту және қолдану, сондай-ақ термомеханикалық әсерді ескере отырып, термосерпімді толқындардың анизотропты ортадағы өзгерісін қалыптастыру өзекті болып табылады.

Материалдар мен әдістер

Матрицант әдісі негізінде [1], серпімді анизотропты орталарда, анизотропты диэлектрлік орталардағы толқындық процестер, пьезомагниттік және магнитоэлектрлік әсері бар ортадағы электромагниттік толқындар [2–4], сұйық кристалдар мен термосерпімді орталарда толқындардың таралуы қарастырылды [5–8].

1-ші ретті кәдімгі дифференциалдық теңдеулер жүйесін құру.

Айнымалыларды бөлу әдісі, теңдеулер жүйесі негізінде [9]:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} - \beta_{ij}\theta \tag{1}$$

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{U}_i \tag{2}$$

$$\lambda_{ij}\frac{\partial\theta}{\partial x_j} = -q_i \tag{3}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_i} = -i\omega\beta_{ij}\varepsilon_{ij} - i\omega\frac{c_\varepsilon}{T_0}\theta \tag{4}$$

гармоникалық толқындардың таралуын сипаттайтын 1-ші–ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесіне келтірілген [2]:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W} \tag{4}$$

Гармоникалық толқындар жағдайында көрсетілген термосерпімділік теңдеулер жүйесін талдау үшін, айнымалыларды бөлу әдісі және шешімді келесі түрінде ұсыну керек:

$$\vec{W}(x,y,z,t)=\left[u_y(y),\sigma_{yy},u_x(y),\sigma_{xy}(y),u_z(y),\sigma_{yz}(y),\theta,q_y\right]\exp(i\omega t-imx-ily) \quad (5)$$

$$B=B\left[c_{ijkl}(y),\beta_{ij}(y),\omega,m,l\right] \quad (6)$$

- коэффициенттер матрицасы, оның элементтерінде термосерпімді толқындар таралатын ортаның параметрлері бар; m, l-$\widetilde{k}$ толқындық вектордың компоненттері.

(1–4) теңдеулер жүйесі механикалық кернеулер мен температура арасындағы тәуелді айнымалылар – жылу өрісі мен деформация функциясы ретінде байланысты анықтайды.

Ромбылық сингония үшін (үш ортогональ симметрия осі немесе екінші ретті айналдыру осьтері координаталық осьтер ретінде таңдалады), серпімді константалар саны 9-ға, ал термомеханикалық параметрлері 3-ке тең. Матрица түрінде ромбылық сингония үшін Дюгамель-Нейманның байланысы бар.

Мұны ескере отырып:

$$\frac{\partial f}{\partial y}\to\frac{df}{dy},\ \frac{\partial f}{\partial x}\to -im_x f,\ \frac{\partial f}{\partial z}\to -il_z f,\ \frac{\partial f}{\partial t}\to i\omega f,\ m=kx_x,\ l=kz_y$$

Ромбылық жүйе үшін өрнек (1) формасын алады:

$$\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{zz}\\ \sigma_{yz}\\ \sigma_{xz}\\ \sigma_{xy}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c_{11}&c_{12}&c_{13}&0&0&0\\ c_{12}&c_{11}&c_{13}&0&0&0\\ c_{13}&c_{13}&c_{33}&0&0&0\\ 0&0&0&c_{44}&0&0\\ 0&0&0&0&c_{44}&0\\ 0&0&0&0&0&c_{66}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\beta_{11}&0&0\\ 0&\beta_{11}&0\\ 0&0&\beta_{33}\\ 0&0&0\\ 0&0&0\\ 0&0&0\end{pmatrix}\theta \quad (7)$$

келесі белгілер енгізілген:

$$\varepsilon_1=\varepsilon_{11}=U_{1,1}=\frac{\partial U_x}{\partial x},\ \varepsilon_2=\varepsilon_{22}=U_{2,2}=\frac{\partial U_y}{\partial y},\ \varepsilon_3=\varepsilon_{33}=U_{3,3}=\frac{\partial U_z}{\partial z}$$

$$\varepsilon_4=2\varepsilon_{23}=U_{2,3}+U_{3,2}=\frac{\partial U_y}{\partial z}+\frac{\partial U_z}{\partial y},\ \varepsilon_5=2\varepsilon_{21}=U_{1,3}+U_{3,1}=\frac{\partial U_x}{\partial z}+\frac{\partial U_z}{\partial x},$$

$$\varepsilon_6=2\varepsilon_{12}=U_{1,2}+U_{2,1}=\frac{\partial U_x}{\partial y}+\frac{\partial U_y}{\partial x}.$$

Берілген кристалдар класы үшін (1) – Дюгамель – Нейман қатынасына қатысты кернеулі тензор компоненттері келесі түрге ие болады:

$$\sigma_{xx} = -c_{11} imU_x - c_{12}\frac{dU_y}{dY} + c_{13}(-ilU_z) - \beta_{11}\theta$$

$$\sigma_{yy} = -c_{12} imU_x - c_{22}\frac{dU_y}{dY} + c_{23}(-ilU_z) - \beta_{22}\theta \qquad (8)$$

$$\sigma_{zz} = -c_{13} imU_x - c_{23}\frac{dU_y}{dY} + c_{33}(-ilU_z) - \beta_{33}\theta$$

$$\sigma_{yz} = c_{44}\left(\frac{dU_y}{dY} - ilU_y\right)$$

$$\sigma_{xz} = c_{55}\left(-ilU_x - imU_z\right)$$

$$\sigma_{xy} = c_{66}\left(\frac{dU_x}{dy} - imU_y\right)$$

(7)-ден Y координатасы бойынша $\vec{U}$ ауыстыру векторының туындыларын өрнектейміз:

$$\begin{cases} \dfrac{dU_y}{dY} = \dfrac{1}{c_{22}}\sigma_{yy} + \dfrac{c_{12}}{c_{22}} imU_x + \dfrac{c_{123}}{c_{22}} ilU_z + \dfrac{\beta_{22}}{c_{22}}\cdot\theta \\ \dfrac{dU_z}{dY} = \dfrac{1}{c_{44}}\sigma_{yz} + ilU_y \\ \dfrac{dU_x}{dY} = \dfrac{1}{c_{66}}\sigma_{xy} + imU_y \end{cases} \qquad (9)$$

(2) қозғалыс теңдеулерінен қатынастарды ескере отырып (8) келесі теңдеулер шығады:

$$\frac{d\sigma_{xy}}{dY}=\frac{c_{12}}{c_{22}}im\sigma_{yy}+\left[-\rho\omega^{2}+c_{11}m^{2}+l^{2}c_{55}-\frac{c_{12}^{2}}{c_{22}}m^{2}\right]U_{x}+\left(c_{13}+c_{55}-\frac{c_{12}c_{23}}{c_{22}}\right)mlU_{z}+$$

$$+\left(\frac{c_{12}\beta_{22}}{c_{22}}-\beta_{11}\right)im\theta$$

$$\frac{d\sigma_{yz}}{dY}=\frac{c_{23}}{c_{22}}il\sigma_{zz}+ml\left[c_{55}+c_{13}-\frac{c_{12}c_{23}}{c_{22}}\right]U_{x}+\left(-\rho\omega^{2}+c_{55}m^{2}+l^{2}c_{33}-\frac{c_{23}^{2}}{c_{22}}l^{2}\right)U_{z}+$$

$$+\left(\frac{c_{23}\beta_{22}}{c_{22}}-\beta_{33}\right)il\theta$$

$$\frac{d\sigma_{yy}}{dY}=-\rho\,\omega^{2}U_{y}+im\sigma_{xy}+il\sigma_{yz}$$

Анизотропты орта үшін Фурье жылу теңдеуі (3) компонент түрінде:

$$\left.\begin{aligned}-q_{x}&=\lambda_{11}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\lambda_{12}\frac{\partial\theta}{\partial y}+\lambda_{13}\frac{\partial\theta}{\partial z}\\-q_{y}&=\lambda_{12}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\lambda_{22}\frac{\partial\theta}{\partial y}+\lambda_{23}\frac{\partial\theta}{\partial z}\\-q_{z}&=\lambda_{13}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\lambda_{23}\frac{\partial\theta}{\partial y}+\lambda_{33}\frac{\partial\theta}{\partial z}\end{aligned}\right\}\qquad(10)$$

Матрица түрінде белгіленуі:

$$\begin{pmatrix}-q_{x}\\-q_{y}\\-q_{z}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\lambda_{11}&\lambda_{12}&\lambda_{13}\\\lambda_{12}&\lambda_{22}&\lambda_{23}\\\lambda_{13}&\lambda_{23}&\lambda_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-im\theta\\-il\theta\\d\theta/dy\end{pmatrix}\qquad(10)$$

Сонымен, (10) өрнектен келесі $\frac{d\theta}{dy}$ теңдеуді аламыз:

$$\frac{d\theta}{dy}=-\frac{1}{\lambda_{11}}q_{y}\qquad(11)$$

(4) жылу ағынының теңдеуінен (10), (11) және жүйенің бірінші теңдеуін (9) ескере отырып, біз келесі қатынасты аламыз:

$$\begin{aligned}
\frac{dq_y}{dY} &= -i\omega\left(\beta_{11}S_1+\beta_{22}S_2+\beta_{33}S_3+\frac{c_\varepsilon}{T_0}\theta\right) = -i\omega\left(\beta_{11}\frac{\partial U_x}{\partial x}+\beta_{122}\frac{\partial U_y}{\partial y}+\beta_{33}\frac{\partial U_z}{\partial z}+\frac{c_\varepsilon}{T_0}\theta\right)= \\
&= -i\omega\left(\beta_{11}(-iU_x)+\beta_{22}\frac{dU_y}{dy}+\beta_{33}(-ilU_z)+\frac{c_\varepsilon}{T_0}\theta\right) = -\omega m\beta_{11}U_x - i\omega\beta_{22}\frac{dU_y}{dy} - \omega l\beta_{33}U_z - i\omega\frac{c_\varepsilon}{T_0}\theta = \\
&= -\omega m\beta_{11}U_x - \omega l\beta_{33}U_z - i\omega\frac{c_\varepsilon}{T_0}\theta - i\omega\beta_{22}\left(\frac{1}{c_{22}}\delta_{yy}+\frac{c_{12}}{c_{22}}imU_x+\frac{c_{23}}{c_{22}}ilU_z+\frac{\beta_{22}}{c_{22}}\theta\right)= \\
&= -\omega m\beta_{11}U_x - \omega l\beta_{33}U_z - im\frac{c_\varepsilon}{T_0}\theta - \frac{\beta_{22}}{c_{22}}i\omega\delta_{yy} + \omega m\beta_{22}\frac{c_{12}}{c_{22}}U_x + \omega l\beta_{22}\frac{c_{23}}{c_{22}}U_z - i\omega\frac{\beta_{22}^2}{c_{22}}\theta = \\
&= -i\omega\frac{1}{c_{22}}\beta_{22}\sigma_{yy} + \omega m\left(\beta_{22}\frac{c_{12}}{c_{22}}-\beta_{11}\right)U_x + \omega l\left(\beta_{22}\frac{c_{23}}{c_{22}}-\beta_{33}\right)U_z - i\left(m\frac{c_\varepsilon}{T_0}+\omega\frac{\beta_{22}^2}{c_{22}}\right)\theta
\end{aligned} \tag{12}$$

Нәтижесінде термосерпімді толқындардың таралуы жағдайындағы, ромбылық жүйесі үшін 1-ші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесі келесі түрге ие болды:

$$\frac{dU_y}{dY} = \frac{1}{c_{22}}\sigma_{yy} + \frac{c_{12}}{c_{22}}imU_x + \frac{c_{23}}{c_{22}}ilU_z + \frac{\beta_{22}}{c_{22}}\theta$$

$$\frac{d\sigma_{yy}}{dY} = -\rho\omega^2 U_y + im\sigma_{xy} + il\sigma_{yz}$$

$$\frac{dU_x}{dY} = \frac{1}{c_{66}}\sigma_{xy} + imU_y$$

$$\frac{d\sigma_{xy}}{dY} = \frac{c_{12}}{c_{22}}im\sigma_{yy} + \left[-\rho\omega^2 + c_{11}m^2 + l^2c_{55} - \frac{c_{12}^2}{c_{22}}m^2\right]U_x + \left(c_{13}+c_{55}-\frac{c_{12}c_{23}}{c_{22}}\right)mlU_z +$$

$$+\left(\frac{c_{12}\beta_{22}}{c_{22}}-\beta_{11}\right)im\theta$$

$$\frac{dU_z}{dY} = \frac{1}{c_{44}}\sigma_{yz} + ilU_y$$

$$\frac{d\sigma_{yz}}{dY} = \frac{c_{23}}{c_{22}}il\sigma_{zz} + ml\left[c_{55}+c_{13}-\frac{c_{12}c_{23}}{c_{22}}\right]U_x + \left(-\rho\omega^2 + c_{55}m^2 + l^2c_{33} - \frac{c_{23}^2}{c_{22}}l^2\right)U_z +$$

$$+\left(\frac{c_{23}\beta_{22}}{c_{22}}-\beta_{33}\right)il\theta$$

$$\frac{d\theta}{dy} = -\frac{1}{\lambda_{11}}q_y$$

$$\frac{dq_y}{dY} = -i\omega\frac{1}{c_{22}}\beta_{22}\sigma_{yy} + \omega\, m\left(\beta_{22}\frac{c_{12}}{c_{22}} - \beta_{11}\right)U_x + \omega\, l\left(\beta_{22}\frac{c_{23}}{c_{22}} - \beta_{33}\right)U_z -$$
$$-i\left(m\frac{c_\varepsilon}{T_0} + \omega\frac{\beta_{22}^2}{c_{22}}\right)\theta$$

Коэффициентердің матрицасын талдау

Кристаллографияда ромбылық сингониясы жеті сингонияның бірі болып табылады. Көбінесе басқа атау қолданылады - орторомбикалық сингония. Оның ұяшығы бір-біріне перпендикуляр, бірақ бір-біріне тең емес үш негізгі вектормен (аудармалармен) анықталады. Осы симметрияға арналған В матрицасының құрылымы көп жағдайда келтірілген:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & b_{26} & 0 & 0 \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & b_{45} & 0 & b_{47} & 0 \\ b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & 0 \\ 0 & b_{15} & b_{45} & 0 & b_{65} & 0 & b_{67} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega\, b_{17} & i\omega\, b_{47} & 0 & i\omega\, b_{67} & 0 & b_{87} & 0 \end{bmatrix} \qquad (13)$$

1, 2 жолдар – Y – үйектелген бойлық толқынды көрсетеді;
3, 4 жолдар – X – үйектелген көлденең толқынды көрсетеді;
5, 6 жолдар – Z – үйектелген көлденең толқынды көрсетеді;
7, 8 жолдар – жылулық толқынды көрсетеді.

Симметрияның басқа кластары сияқты, бұл жағдайда да әр түрлі поляризация толқындары кеңістіктік таралу кезінде өзара байланысты. Мысалы, $b_{17} = \frac{\beta_{22}}{c_{22}}$ коэффициент Y – үйектелген бойлық толқынды жылулық толқынмен байланыстырады. 8-ші жолда b_{17} алдында $i\omega$ – жылулық толқынның өшуін сипаттайды.

Ромбылық жүйесі үшін b_{ij} коэффициент матрицасының компоненттері:

$$b_{12} = \frac{1}{c_{22}}; \qquad b_{13} = \frac{c_{12}}{c_{22}}im; \qquad b_{15} = \frac{c_{23}}{c_{22}}il; \qquad b_{17} = \frac{\beta_{22}}{c_{22}};$$

$$b_{21} = -\omega^2\rho; \qquad b_{24} = im; \qquad b_{26} = il;$$

$$b_{34} = \frac{1}{c_{66}}; \qquad b_{43} = \left(c_{11} - \frac{c_{12}^2}{c_{22}}\right)m^2 + c_{55}l^2 - \omega^2\rho;$$

$$b_{45} = ml\left(c_{13} + c_{55} - \frac{c_{12}c_{23}}{c_{22}}\right) \quad b_{47} = \left(\frac{c_{12}\beta_{22}}{c_{22}} - \beta_{33}\right)i\,m; b_{56} = \frac{1}{c_{44}}$$

$$b_{65} = -\rho\omega^2 + c_{55}m^2 + \left(c_{33} - \frac{c_{23}^2}{c_{22}}\right)l^2; \quad b_{67} = \left(\frac{c_{23}\beta_{22}}{c_{22}} + \beta_{33}\right)i\,l;$$

$$b_{78} = -\frac{1}{\lambda_{11}}; \qquad b_{82} = -\frac{1}{c_{22}}i\omega\beta_{22}.$$

$$b_{83} = \omega m\left(\beta_{22}\frac{c_{12}}{c_{22}} - \beta_{11}\right) \quad b_{85} = \omega l\left(\beta_{22}\frac{c_{23}}{c_{22}} - \beta_{33}\right) \quad b_{87} = -i\left(m\frac{c_{\varepsilon}}{T_0} - \omega\frac{\beta_{22}^2}{c_{22}}\right)$$

(13) бастап координаталық жазықтықта термосерпімді толқындардың таралуына арналған коэффициент матрицаларының құрылымдары келесідей болады:

(XY) жазықтығы, m=0:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & 0 & 0 & b_{15} & 0 & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{26} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b'_{43} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & 0 \\ 0 & b_{15} & 0 & 0 & b'_{65} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega b_{17} & 0 & 0 & i\omega b_{67} & 0 & b'_{87} & 0 \end{bmatrix} \qquad (14)$$

құрылымнан (14) Y – бойлық және X – көлденең серпімді толқындар жылу толқынымен байланысты екендігі көрінеді (құрылымда b_{17}, b_{67} элементтерінің болуы), ал серпімді көлденең Z–үйектелген көлденең толқыны дербес таралады (b_{56} , b_{65} элементтерінің бөлек матрицасымен бөлу).
жазықтық (yz), l = 0:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & 0 & 0 & b_{47} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b'_{65} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega b_{17} & i\omega b_{47} & 0 & 0 & 0 & b_{87} & 0 \end{bmatrix} \qquad (15)$$

(15) – тен X–поляризацияның серпімді көлденең толқыны дербес таралады (элементтердің бөлек матрицасы арқылы бөлінуі b_{34}, b_{43}), ал Z–көлденең және Y – бойлық серпімді толқындар термосерпімді эффектпен байланысты (b_{17}, b_{65} элементтерінің болуы).

в) y осі, m = 0, l = 0

$$B=\begin{bmatrix} 0 & b_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b'_{43} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b'_{65} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega b_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & b'_{87} & 0 \end{bmatrix} \qquad (16)$$

Осы коэффициенттер матрицасынан Y–поляризациясының серпімді бойлық толқыны термосерпімділік эффектке ұшырайды (бұл қатынастың 1-ші және 8-ші қатарларында b_{17} бар екенін дәлелдейді (16)), көлденең X және Z – поляризациялар бір-біріне тәуелсіз және жылулық түрде таралады және бұл олардың термомеханикалық әсерге жатпайтындығын дәлелдейді. Бұл факт эксперименттік зерттеулерден белгілі [10].

Бұл зерттеулер көлденең поляризацияның бір өлшемді толқындарында термосерпімділік әсердің болмауын және бойлық толқындарда термосерпімділік эффекттің болуын көрсетеді. Серпімді бойлық толқын үлгі бойынша таралғанда, қысу және созылу аймақтары арасында температура градиенттері пайда болады. Сондықтан бұл жылу ағынына және нәтижесінде энергияның бөлінуіне әкеледі, яғни. толқынның әлсіреуіне және бұл жиілікке байланысты болып табылады.

Қорытынды

Сонымен, аталмыш жұмыста ромбтық сингонияның анизотропты ортада таралатын жылу серпімді толқындар үшін көлемдік жағдайда коэффициенттер матрицасы құрылып, коэффициенттер матрицаларына талдау жасалынды. Жоғарыда аталған кластардың анизотропты ортасында XY, YZ жазықтығында және – Y осі бойымен термосерпімді толқындардың таралуы кезінде коэффициенттер матрицасының құрылымдары алынды; толқындардың түрлері және әртүрлі поляризация толқындарының өзара трансформациясы анықталды.

Аталмыш жұмыс Қазақстан Республикасы Білім және Ғылым министрлігінің Ғылым Комитеті қаржыландыратын AP08856290 ғылыми-зерттеу гранты шеңберінде орындалды.

ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ

1 **Тлеукенов, С. К.** Метод матрицанта / С. К. Тлеукенов. – Павлодар, ПГУ им. С. Торайгырова, 2004. – 172 с.

2 **Тлеукенов, С. К., Досанов, Т. С., Испулов, Н. А., Гутенко, А. Д., Досумбеков, К. Р.** О поверхностных волнах в пьезомагнитных средах. // Материалы Международной конференции «Инновационные подходы к решению технико-экономических проблем». – М., 2019. – С. 104–110.

3 **Tleukenov, S. K.; Zhukenov, M. K.; Ispulov, N. A.** Propagation of electromagnetic waves in anisotropic magnetoelectric medium. // Bulletin of the University of Karaganda-Physics, 2019, Vol. 2, Issue 94. – P. 29–34.

4 **Kurmanov, A. A., Ispulov, N. A., Abdul Qadir, Zhumabekov, A. Zh., Sarymova, Sh. N., Dossumbekov K. R.** Propagation of Electromagnetic Waves in Stationary Anisotropic Media, Physica Scripta, 2021, 96, Number of article: 085505, – DOI: 10.1088/1402-4896/abfe87.

5 **Тлеукенов, С. К., Досумбеков, К. Р**. Изучение распространения электромагнитных волн в жидких холестерических кристаллах. // Вестник ПГУ, Серия физико-математическая, №4. – Павлодар : НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004.

6 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Shah, M. A., Seythanova, Ainur K., Kissikov, T. G., Arinov. E.** Reflection of thermoelastic wave on the interface of isotropic half-space and tetragonal syngony anisotropic medium of classes 4, 4/m with thermomechanical effect, Chinese Physics B, 2016. Number of article: 038102. – DOI: 10.1088/1674-1056/25/3/038102.

7 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Zhukenov, M. K., Arinov, E.** The Propagation of Thermoelastic Waves in Anisotropic Media of Orthorhombic, Hexagonal, and Tetragonal Syngonies. // Advances in Mathematical Physics, 2017. Number of article: 4898467. – DOI: 10.1155/2017/4898467.

8 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Zhukenov, M. K., Dossanov, T. S. Kissikov, T. G.** The Analytical Form of the Dispersion Equation of Elastic Waves in Periodically Inhomogeneous Medium of Different Classes of Crystals. // Advances in Mathematical Physics, 2017. Number of article: 5236898. – DOI: 10.1155/2017/5236898.

9 **Новацкий, В.** Теория упругости. – М. : Мир, 1986. – 556 б.

10 **Труэлл, Р.** Ультразвуковые методы в физике твердого тела / Р. Труэлл, Ч. Эльбаум, Б. Чик – М. : Мир, 1972. – 307 с.

REFERENCES

1 **Tleukenov, S. K.** Metod matrısanta [The matrizant method] [Text]. – Pavlodar : PMU ım. S. Toraıgyrov, 2004. – 172 p.

2 **Tleukenov, S. K., Dosanov, T. S., Ispulov, N. A., Gutenko, A. D., Dosumbekov, K. R.** O poverhnostnyh volnah v piezomagnitnyh sredah [On surface waves in piezomagnetic media] [Text]. Materialy Mezhdunarodnoy konferensy «Innovatsionnye podhody k resheniu tehniko-economicheskih problem» [Proceedings of the International Conference "Innovative Approaches to Solving Technical and Economic Problems"]. – Moscow, 2019. – P. 104–110.

3 **Tleukenov, S. K.; Zhukenov, M. K.; Ispulov, N. A.** Propagation of electromagnetic waves in anisotropic magnetoelectric medium. // Bulletin of the University of Karaganda-Physics, 2019, Vol. 2, Issue 94. – P. 29–34.

4 **Kurmanov, A. A., Ispulov, N. A., Abdul Qadir, Zhumabekov, A. Zh., Sarymova, Sh. N., Dossumbekov K. R.** Propagation of Electromagnetic Waves in Stationary Anisotropic Media, Physica Scripta, 2021, 96, Number of article: 085505, – DOI: 10.1088/1402-4896/abfe87.

5 **Tleukenov, S. K., Dosumbekov, K. R.** Izuchenie rasprostranenia electromagnitnyh voln v zhidkih holestericheskih kristakah [Study of electromagnetic wave propagation in liquid cholesterol crystals] [Text]. – Vestnic PGU, series of Physics and Mathematics, No. 4. – Pavlodar : SIC PSU named after S. Toraighyrov, 2004.

6 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Shah, M. A., Seythanova, Ainur K., Kissikov, T. G., Arinov. E.** Reflection of thermoelastic wave on the interface of isotropic half-space and tetragonal syngony anisotropic medium of classes 4, 4/m with thermomechanical effect, Chinese Physics B, 2016. Number of article: 038102. – DOI: 10.1088/1674-1056/25/3/038102.

7 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Zhukenov, M. K., Arinov, E.** The Propagation of Thermoelastic Waves in Anisotropic Media of Orthorhombic, Hexagonal, and Tetragonal Syngonies. // Advances in Mathematical Physics, 2017. Number of article: 4898467. – DOI: 10.1155/2017/4898467.

8 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Zhukenov, M. K., Dossanov, T. S. Kissikov, T. G.** The Analytical Form of the Dispersion Equation of Elastic Waves in Periodically Inhomogeneous Medium of Different Classes of Crystals. // Advances in Mathematical Physics, 2017. Number of article: 5236898. – DOI: 10.1155/2017/5236898.

9 **Novatsky, V.** Teoria uprugosty [Theory of elasticity] [Text]. – Moscow : Mir, 1986. – 556 p.

10 **Truell, R.** Ultrazvukovye metody v fizike tverdogo tela [Ultrasonic methods in solid state physics] [Text] / R. Truell, C. Elbaum, B. Chick. – Moscow : Mir, 1972. – 307 p.

Материал 10.03.22 баспаға түсті.

**Е. У. Муса[1], Н. А. Испулов[2], К. Р. Досумбеков[3], А. Ж. Жумабеков[4]*
[1,2,3,4]Торайгыров университет,
Республика Казахстан, г. Павлодар
Материал поступил в редакцию 10.03.22.

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ТЕРМОУПРУГИХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ (НЕОДНОРОДНОСТЬ ВДОЛЬ ОСИ Y)

В настоящей работе построена система дифференциальных уравнений первого порядка на основе матричного метода и матрицы коэффициентов для термоупругих волн, распространяющихся в анотропных средах ромбической сингонии. Получена структура матрицанта уравнений движения термоупругих волн. Эта среда имеет низкую симметрию, 9 упругих и 3 термомеханических параметра.

Актуальность исследования закономерностей волновых процессов в упругих средах с термомеханическим эффектом связана с необходимостью решения теоретических и прикладных задач геофизики, сейсмологии, механики композитных материалов и т.д. Связанные уравнения движения и уравнения теплопроводности отличаются сложностью и обилием физико-механических параметров. В связи с этим интенсивно развивается раздел механики деформируемого твердого тела, - термоупругость. В рамках этого направления, опираясь на использование определенных физико-механических свойств анизотропных средах, изучаются связанные тепловые и механические поля. В настоящей работе построена система дифференциальных уравнений первого порядка на основе матричного метода. В результате получены матрицы коэффициентов и проведен их анализ для термоупругих волн, распространяющихся в анизотропных средах ромбической сингонии. Проведен анализ матриц коэффициентов, который показывает взаимосвзь волн различной природы и поляризации. Существенным отличием данной работы от предыдущих является то, что неоднородность среды рассматривается вдоль оси Y.

Ключевые слова: анизотропная среда, уравнения движения, уравнение теплопроводности, уравнение притока тепла, термоупругие волны, ромбическая сингония, матрицант.

**E. U. Mussa, N. A. Ispulov, K. R. Dossumbekov, A. Zh. Zhumabekov*
[1,2,3,4] Toraighyrov University,
Republic of Kazakhstan, Pavlodar
Material received on 10.03.22.

ON THE PROPAGATION OF THERMOELASTIC WAVES IN ANISOTROPIC MEDIA (INHOMOGENEITY ALONG THE Y-AXIS)

In this paper, we consider the construction of a system of First-Order differential equations based on the matricant method and a matrix of coefficients obtained for thermoelastic waves propagating in anisotropic media of rhombic system.

Actuality of study of wave processes laws in elastic mediums with thermomechanical effects is related to necessity to solve theoretical and applied problems of geophysics, seismology, mechanics of composites, and so on. Because of this part of deformable body mechanics – thermoelasticity – are being intensively developed. Within the bounds of this area, based on use of physical-mechanical properties of anisotropic mediums, bound heat and mechanical fields are being studied. In this paper, we consider the construction of a system of First-Order differential equations based on the matricant method. As a result, coefficient matrices were obtained and analyzed for thermoelastic waves propagating in anisotropic rhombic media. An analysis of coefficient matrices has been carried out, which shows the relationship between waves of different nature and polarization. The essential difference of this work from the previous ones is that the inhomogeneity of the medium is considered along the Y axis.

Keywords: Anisotropic medium, equations of motion, equation of thermal conductivity, heat flow equation, thermoelastic waves, rhombic system, matricant.

Теруге 10.03.2022 ж. жіберілді. Басуға 28.03.2022 ж. қол қойылды.
Электрондық баспа
8,30 Mb RAM
Шартты баспа табағы 7,99. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген З. С. Искакова
Корректор: А. Р. Омарова
Тапсырыс № 3960

Сдано в набор 10.03.2022 г. Подписано в печать 28.03.2022 г.
Электронное издание
8,30 Mb RAM
Усл.печ.л. 7,99. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка З. С. Искакова
Корректор: А. Р. Омарова
Заказ № 3960

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған
«Торайғыров университеті» КЕ АҚ
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы
«Торайғыров университеті» КЕ АҚ
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
67-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz
www.vestnik.tou.edu.kz
https://vestnik-pm.tou.edu.kz/