

Ю. П. Макушев¹, Т. А. Полякова², В. В. Рындин³

¹к.т.н., доцент, Факультет «Автомобильный транспорт», Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), г. Омск, 644080, Российская Федерация;

²к.пед.н., доцент, кафедра «Физика и математика», Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ), г. Омск, 644080, Российская Федерация;

³к.т.н., профессор, кафедра «Механика и нефтегазовое дело», Факультет Металлургии, машиностроения и транспорта, Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар, 140008, Республика Казахстан

e-mail: ¹makushev321@mail.ru; ²ta_polyakova@mail.ru; ³rvladvit@yandex.kz

ПОСТРОЕНИЕ ЭПИТРОХОИДЫ РОТОРНО-ПОРШНЕВОГО ДВИГАТЕЛЯ ГРАФИЧЕСКИМ И РАСЧЕТНЫМ МЕТОДАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ MATHCAD

Рассмотрены особенности конструкции и принципа действия роторно-поршневого двигателя Ванкеля. Приведена методика графического и расчетного построения цилиндра роторно-поршневого двигателя, имеющего кругообразную форму, поверхность которого выполнена по эпитрохоиде. Предложена система уравнений, позволяющая определять положение точек эпитрохоиды в зависимости от радиусов начальной образующей эпитрохоиды, зубчатого колеса, неподвижной шестерни и эксцентриситета. Рассмотрена возможность использования системы Mathcad с целью расчёта эпитрохоиды, её исследования и графического построения.

Ключевые слова: роторно-поршневой двигатель, эпитрохоида, зубчатое колесо, обкатываемая шестерня, система Mathcad, расчёт.

ВВЕДЕНИЕ

Первый работоспособный роторно-поршневой двигатель (РПД) был создан Феликсом Ванкелем (ФРГ) в 1957 г. Двигатели данной конструкции рекомендуется применять в технике с малой мощностью. Они не имеют поступательно-движущихся частей (в отличие от поршневых ДВС), могут работать при больших частотах вращения вала, имеют малую массу. Поэтому

РПД при равной мощности обычно легче и компактнее обычных поршневых двигателей.

Исследованию РПД посвящено ряд научных работ. В работе [1] приводится кинематический и динамический анализ на основе векторной модели механизма двигателя Ванкеля. Автор проводит сравнительный анализ динамики двигателя Ванкеля и кривошипно-шатунного механизма поршневого двигателя внутреннего сгорания.



Рисунок 1 – Общий вид РПД и расположение ротора в цилиндре

На рисунке 1 показан общий вид РПД и расположение ротора в цилиндре с каналами системы охлаждения. Цилиндр имеет кругообразную форму, поверхность которого выполнена по эпитрохоиде. Неподвижная шестерня малого диаметра (число зубьев 34) закреплена к крышке корпуса двигателя, а в ее внутреннее отверстие входит вал отбора мощности.

Вал имеет эксцентрик с диаметром окружности больше, чем диаметр вала. На эксцентрик (круглого сечения) насажен ротор с тремя вершинами. В центре ротора закреплено зубчатое колесо (число зубьев 51), которое входит в зацепление с неподвижной шестерней ($51/34 = 3/2$). Меньшее из пары зубчатых колес называют шестерней, а большее – колесом [2, 3]. Для уплотнения ротора в цилиндре применяют радиальные пластины и торцевые уплотнения [4]. Все детали уплотнения прижимаются к поверхности корпуса пластинчатыми пружинами – экспандерами. Между ротором и цилиндром имеется зазор примерно 2 мм. Для смазки подшипника и вала используется моторное масло, например SAE-5W-30, которое под давлением 0,2–0,4 МПа подается в зазор. В первых модификациях РПД смазка трущихся поверхностей осуществлялась с добавлением масла (около 5 %) в бензин.

На рисунке 2 показаны детали и узлы РПД.



Рисунок 2 – Двигатель Ванкеля в разобранном виде

Сложное планетарное движение ротора обеспечивается тем, что геометрический центр ротора вращается вокруг вала отбора мощности по окружности, описанной центром эксцентрика [5], закрепленного на этом валу. Треугольный ротор может вращаться в подшипнике скольжения по окружности эксцентрика, а поворот ротора относительно корпуса (статора) осуществляется «обкатыванием» закрепленного в роторе зубчатого колеса внутреннего зацепления вокруг неподвижной шестерни. Чтобы ротор сделал один полный оборот необходимо эксцентриковому валу совершить три оборота. Для правильного построения эпитрохоиды условное передаточное отношение зубчатого колеса и вращающегося вала отбора мощности должно быть 3/1.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

На рисунке 3 приведена схема РПД с зубчатым зацеплением [6].

Между статором (корпусом двигателя) и ротором образуется несколько изолированных рабочих камер переменного объема. Их количество равно 3. В данных камерах происходит процесс выпуска горючей смеси (1 часть бензина и 15 частей воздуха), сжатие, воспламенение от искры системы зажигания, сгорания, расширения (рабочий ход) и выпуск отработавших газов. В процессе сгорания топлива повышается температура и давление, которое действует на поверхность ротора. Возникающая сила, действующая на плечо эксцентрика, создает крутящий момент, и ротор приводится во вращательное движение.



Схема в положении выпуска

- 1 – вращающийся ротор (поршень); 2 – вал с эксцентриком и противовесами; 3 – водяное охлаждение; 4 – корпус; 5 – свеча зажигания; 6 – шестерня неподвижная; 7 – зубчатое подвижное колесо, жестко связанное с вращающимся ротором; 8 – камера сгорания (их три).

Рисунок 3 – Схема двигателя Ванкеля

На рисунке 4 показаны различные положения ротора, и какие такты в данный момент времени протекают в рабочих камерах.

В работе [4] указано, что двигатель Ванкеля работает по четырехтактному циклу. Однако, за один оборот ротора – поршня, у которого три вершины и три камера сгорания между вершинами, осуществляется три последовательно чередующихся цикла. Вал отбора мощности совершает три оборота при одном обороте ротора. Учитывая изложенное выше можно условно считать, что двигатель Ванкеля работает по двухтактному циклу. Цикл (круговой процесс) протекает с чередованием следующих тактов:

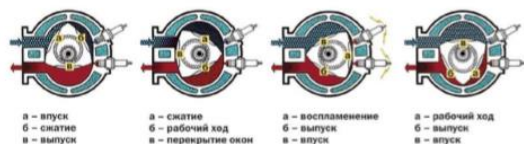


Рисунок 4 – Положение поршня-ротора (точки а, б, в) в корпусе при протекании различных тактов

1 Такт впуска. Топливо-воздушная смесь (ТВС) через выпускное окно поступает в первую рабочую камеру двигателя (в результате разрежения или подачи под избыточным давлением при использовании агрегата наддува воздуха).

2 Такт сжатия. ТВС поступила в объем камеры впуска, которая при повороте ротора достигла максимального значения вместе с камерой сгорания, которая находится в роторе. При дальнейшем вращении ротора его грань приближается к стенке статора, уменьшая объем и повышая давление (например, до 2 МПа). В данном положении ротора вся сжатая ТВС остаётся только в камере сгорания. ТВС воспламеняется при помощи искры свечи зажигания (в центре искры температура 1000 °С), давление в камере сгорания резко повышается (например, до 5 МПа).

3 Такт рабочего хода. Ротор продолжает вращение. Продукты горения воздействуют на поверхность ротора, передавая усилия на цилиндрический эксцентрик. Среднее давление, создаваемое в процессе горения топлива, умноженное на площадь одной грани ротора создает силу, которая умноженная на радиус вращения эксцентрика создает крутящий момент на валу отбора мощности двигателя.

4 Такт выпуска. Грань ротора открывает выпускное окно и вытесняет отработавшие газы в выпускную трубу. Первый цикл завершается и начинается второй цикл. Ротор повернулся на 120°.

Для эффективной, надёжной и долговечной работы РПД важным является выбор степени сжатия, которая не должна превышать 9–11.

Построения эпитрохоиды РПД Ванкеля. Эпитрохоида (от греч. *epi* – на и *trochos* – колесо) – плоская кривая, образуемая точкой, жестко связанной с окружностью, катящуюся без скольжения по внешней стороне другой окружности. На рисунке 5 приведен теоретический контур РПД – двухдвуховая эпитрохоида.

На практике используются двигатели Ванкеля с трёхгранными роторами, с отношением радиуса подвижного зубчатого колеса R и неподвижной шестерни r как 3/2. При выборе радиусов синхронизирующих шестерён r и R с определённым эксцентриситетом ($e = R - r$) необходимо учесть возможность прохода эксцентрикового вала отбора мощности через центральное отверстие малой шестерни радиусом r . Выбираем значения $R = 54$ мм, $r = 36$ мм, $e = 18$ мм, $C = 2,6$ – безразмерный параметр ($C = 2,1–2,7$) [2].

Неподвижная шестерня радиусом делительной окружности r не может поворачиваться (она жестко соединена болтами с корпусом двигателя). В центре данной шестерни имеется отверстие, в котором расположен подшипник скольжения, выполненный из стальной ленты толщиной примерно 2 мм. Внутренняя поверхность подшипника залита

антифрикционным сплавом толщиной 0,2–0,3 мм. Сплавом может быть баббит Б-83, который состоит из 83 % олова, 6 % меди, 11 % сурьмы [6]. В отверстие с зазором 10–20 мкм входит вращающийся вал отбора мощности с радиусом r_s . Для обеспечения условного передаточного отношения 3/1 для зубчатого колеса с радиусом делительной окружности $R = 54$ мм, радиус вала r_s должен быть 18 мм ($54 / 3 = 18$).

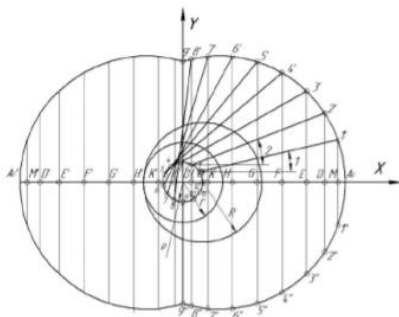


Рисунок 5 – Эпитрохоида роторно-поршневого двигателя

Алгоритм построения эпитрохоиды РПД следующий [7] (см. рисунок 5).

1 Строим окружность радиусом $r = 36$ мм с центром в точке O (в центре координат x и y). В данном случае речь идёт об обкатываемой неподвижной шестерне с делительной окружностью [8].

2 Определяем значение эксцентриситета вала отбора мощности $e = R - r = 54 - 36 = 18$ мм.

3 Строим вспомогательную окружность радиусом $e = 18$ мм с центром в точке O . В нашем примере эксцентриситет e и радиус входящего вращающегося вала в неподвижную шестерню (вала отбора мощности) r_s равны друг другу. Точку пересечения окружности радиусом e с осью Ox обозначим через O_1 .

4 Строим производящую делительную окружность радиуса $R = 54$ мм с центром в точке O_1 (в данном случае речь идёт о подвижной обкатывающей шестерне).

5 Строим вспомогательную окружность радиуса e поворота данной окружности из точки O_1 . В результате построения мы получим 12 точек (1–12) на вспомогательной окружности. Поскольку эксцентриковый вал

284

относительно точки O , получим точку $9''$. Основания перпендикуляров, опущенных из точек $1', 2', 3', \dots, 8'$ на ось Ox обозначим точками M, D, E, F, G, H, K, L соответственно (рисунок 5).

Соединим последовательно точки $9', 8', \dots, 1'$ и $1'', 2'', 3'', \dots, 8''$, $9''$ получим правую часть контура эпитрохоиды.

Путём симметричного отражения правой части эпитрохоиды относительно оси Oy получим левую часть её контура.

Расчётное определение координат образующей точки эпитрохоиды A_p по осям x и y . Рассмотрим прямоугольный треугольник $\Delta_{O_1O_1A_p}$, в котором значение прилежащего катета $OO_1 = e \cdot \cos 30^\circ$ (рисунок 6). У другого прямоугольного треугольника $\Delta_{O_1O_1A_p}$, длина прилежащего катета $O_1A_p = a \cdot \cos 10^\circ = C \cdot R \cdot \cos 10^\circ$. Тогда координата x в точке 1^* (длина отрезка OM (см. рисунки 5 и 6) может быть определена как сумма длин отрезков OO_1 и $1-1^*$ ($OM = OO_1 + (1-1^*)$).

Аналогично могут быть найдены соответствующие координаты по оси Ox точек $2', 3', \dots, 8'$. Что соответствует выражению

$$x = e \cdot \cos(n \cdot \varphi) + C \cdot R \cdot \cos \varphi. \quad (1)$$

Аналогично, выводим формулу, соответствующую координате y :

$$y = e \cdot \sin(n \cdot \varphi) + C \cdot R \cdot \sin \varphi. \quad (2)$$

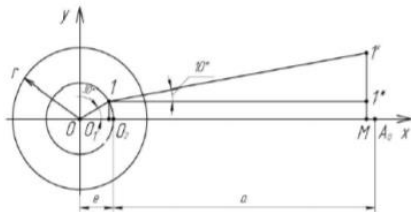


Рисунок 6 – К определению положения точки $1'$ относительно начальной точки A_0 при повороте вала на 30°

В общем виде можно записать:

$$\begin{cases} x = (R - r) \cdot \cos(n\varphi) + R \cdot C \cdot \cos \varphi; \\ y = (R - r) \cdot \sin(n\varphi) + R \cdot C \cdot \sin \varphi. \end{cases} \quad (3)$$

Расчёт и построение эпитрохоиды в системе Mathcad. В настоящее время громоздкие расчёты и построения (см. рисунок 5) всё чаще заменяются

286

поворачивается в n раз быстрее производящей окружности радиуса R , $a = 3$, то $\alpha = n \cdot \varphi = 3 \cdot \varphi$ или $\varphi = \alpha / 3$. Здесь α – гол поворота эксцентрикового вала; φ – угол поворота производящей окружности радиуса R . При повороте ротора с радиусом производящей окружности R на каждые $\varphi = 10^\circ$ вал, который вращается внутри неподвижной шестерни с радиусом r , повернётся на угол $\alpha = 30^\circ$.

6 Находим производящий (начальный максимальный) радиус эпитрохоиды по формуле $a = C \cdot R = 2,6 \cdot 54 = 140,4$ мм.

7 Находим текущие значения эпитрохоиды в точках 1–8. Для этого при повороте вала на каждые $\alpha = 30^\circ$ строим прямоугольный треугольник с острым углом $\varphi = 10^\circ$ и гипотенузой a , равной 140,4 мм. В конце данной гипотенузы отмечаем очередную точку эпитрохоиды. Окружность с радиусом R и соединённый с ней ротор, повернутся против часовой стрелки на угол $\varphi = 10^\circ$. Значение образующей эпитрохоиды определяем в точках 1–8.

Пояснения к построению рисунка 5. В первом положении центр производящей окружности точки O , находится на оси Ox справа от точки O , а производящая точка A эпитрохоиды совпадает с точкой A_0 , при этом $OA_0 = a = C \cdot R = 140,4$ мм.

Во втором положении линия $O - l = e$ образует с осью Ox угол $\alpha = 300$, в то время, как производящая точка A перемещается из положения A_0 в точку $1'$ (поворачивается на угол $\varphi = 100$ (на рисунке 5 этот угол обозначен 1). То есть, мы строим прямоугольный треугольник с гипотенузой $1 - 1'$, равной $a = C \cdot R = 140,4$ мм, с углом $\varphi = 10^\circ$.

Далее, действуя в соответствии с алгоритмом, последовательно в точке 2 строим прямоугольный треугольник с углом $\varphi_2 = 20^\circ$ и гипотенузой $2 - 2'$, равной $a = C \cdot R = 140,4$ мм. Аналогично в точке 3 строим прямоугольный треугольник с гипотенузой $3 - 3'$ равной $a = C \cdot R = 140,4$ мм и углом $\varphi_3 = 30^\circ$ (что соответствует дополнительному повороту производящей окружности радиуса R на 10°).

Производим аналогичные построения в точках 4–9, получая, таким образом, точки $4' - 8'$. Точки $1', 2', 3', \dots, 8'$ – образующие точки эпитрохоиды. В точке $9'$ угол $\varphi_9 = 90^\circ$, производящая точка A эпитрохоиды перейдёт из положения $8'$ в положение $9'$, при этом длина отрезка $9 - 9'$ будет равна $a = C \cdot R = 140,4$ мм.

Действуя таким образом, мы получаем точки $1', 2', 3', \dots, 8'$ и $9'$, которые соответствуют перемещению образующей точки A эпитрохоиды при повороте ротора на каждые 10° (от 0° до 90°).

Из точек $1', 2', 3', \dots, 8'$ опускаем перпендикуляры на ось Ox , с последующим их симметричным продолжением относительно оси Ox . Получим точки $1'', 2'', 3'', \dots, 8''$. Точку $9'$ отразим вниз по оси Oy симметрично

285

расчётами в системе Mathcad [9, 10]. Покажем автоматическое построение эпитрохоиды по уравнениям (3).

Задаём исходные данные. $R := 54$ мм (символ двоеточие равно «:=» означает присваивание величине её значения); $r := 36$ мм; $n := 3$; $C := 2,6$; $e := R - r = 18$ мм;

В Mathcad углы тригонометрических функций задаются в радианах. Поэтому, например, $\sin(30) = -0,988$, а не 0,5. Для правильных вычислений необходимо углы выражать в радианах по формуле $\sin(30 \cdot \frac{\pi}{180}) = 0,5$. Чтобы каждый раз не писать множитель $\frac{\pi}{180}$, введём переопределение функций:

$$\sin(\varphi) := \sin(\varphi \cdot \frac{\pi}{180}); \cos(\varphi) := \cos(\varphi \cdot \frac{\pi}{180}).$$

В результате система (3) запишется в прежнем виде:

$$x(\varphi) := (R - r) \cdot \cos(n \cdot \varphi) + R \cdot C \cdot \cos(\varphi),$$

$$y(\varphi) := (R - r) \cdot \sin(n \cdot \varphi) + R \cdot C \cdot \sin(\varphi).$$

Для выполнения расчётов по этим формулам необходимо вначале задать диапазон выводимых чисел и с каким шагом, например, 10 градусов: $\varphi := 0,10 \cdot 360$ (знак множества «..» ставится нажатием клавиши, содержащей точку с запятой «;»), а затем набрать $x(\varphi) =$ и $y(\varphi) =$. Расчётные данные после обработки приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Расчётные значения координат точек эпитрохоиды

φ , град	x , мм	y , мм	φ , град	x , мм	y , мм	φ , град	x , мм	y , мм
0	158,400	0	100	-15,380	122,679	200	-140,933	-63,608
10	153,855	33,380	110	-32,431	122,933	210	-121,590	-88,200
20	140,933	63,608	120	-52,200	121,590	220	-98,553	-105,836
30	121,590	88,200	130	-74,659	116,553	230	-74,659	-116,553
40	98,553	105,836	140	-98,553	105,836	240	-52,200	-121,590
50	74,659	116,553	150	-121,590	88,200	250	-32,431	-122,933
60	52,200	121,590	160	-140,933	63,608	260	-15,380	-122,679
70	32,431	122,933	170	-153,855	33,380	270	0	-122,400
80	15,380	122,679	180	-158,400	0	280	15,380	-122,679
90	0	122,400	190	-153,855	-33,380	290	32,431	-122,933

Для построения графика задаём шаг 1 градус: $\varphi := 0,360$. Выбираем на панели инструментов кнопку «График», вставляем в затенённые клетки

287

величины, указанные на рисунке 7, и сразу получаем график эпитрохоиды (весь расчёт занял одну страницу).

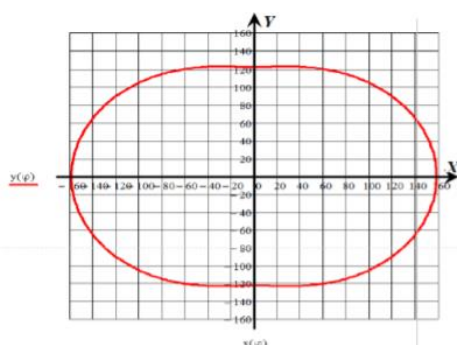


Рисунок 7 – Эпитрохоида, построенная в системе Mathcad

Задавая в начале расчёта различные значения геометрических параметров РПД (R, r, n, e, C), можно легко исследовать их влияние на вид эпитрохоиды.

ВЫВОДЫ

1 Рассмотрены особенности конструкции и принцип действия роторно-поршневого двигателя Ванкеля.

2 Приведена методика графического и расчетного построения цилиндра РПД, имеющего кругообразную форму, поверхность которого выполнена по эпитрохоиде.

3 Предложена система уравнений, которая позволяет определять положение точек эпитрохоиды в зависимости от радиусов начальной образующей эпитрохоиды, зубчатого колеса, неподвижной шестерни и значения эксцентриситета.

4 Дана программа расчёта и построения эпитрохоиды в системе Mathcad, позволяющая просто исследовать влияние геометрических параметров РПД (R, r, n, e, C) на вид эпитрохоиды.

Материал поступил в редакцию 26.03.20.

Ю. П. Макушев¹, Т. А. Полякова², В. В. Рындин³

MATCAD жүйесін пайдалану графикалық және есеп оту әдістері бойынша роторист-пистон инженерінің эпитрохоидын құру

^{1,2}Сібір мемлекеттік автомобиль және автомобиль университеті (СибАДИ), Омбы қ., 644080, Ресей Федерациясы;

³Металлургия, машина жасау және көлік факультеті, С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ., 140008, Қазақстан Республикасы.

Материал 26.03.20 баспаға түсті.

Y. P. Makushev¹, T. A. Polyakova², V. V. Ryndin³

Construction of epitrochoids of a rotary-piston engine by graphic and calculation methods using MATHCAD system

^{1,2}Siberian State Automobile and Highway University (SibADI), Omsk, 644080, Republic of Kazakhstan;

³Faculty of Metallurgy, Mechanical Engineering and Transport, S. Toraihyrov Pavlodar State University, Pavlodar, 140008, Republic of Kazakhstan.

Material received on 26.03.20.

Wankel айналмалы поршеньді қозғалтқыштың дизайн ерекшеліктері мен жұмыс принципі қарастырылады. Айналмалы поршеньдік қозғалтқыштың цилиндрін графикалық және есептеу техникасы ұсынылған, оның беті эпитрохоидқа сәйкес жасалған. Эпитрохоидтың бастапқы генератрицасының радиусына, редукторға, бекітілген редукторға және эксцентриксіздік мәніне байланысты эпитрохоид нүктелерінің орнын анықтауға мүмкіндік беретін теңдеулер жүйесі ұсынылады. Эпитрохоидты, оның зерттеуін және графикалық құрылысын есептеу үшін Mathcad жүйесін қолдану мүмкіндігі қарастырылады.

Design features and the principle of operation of the Wankel rotary piston engine are considered. The technique of graphical and computational construction of the rotary piston engine cylinder having a circular shape, the surface of which is made according to the epitrochoid,

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Косенок, Б. Б. Кинематический и динамический анализ основного механизма двигателя Ванкеля на основе его векторной модели // Вестник СТАУ. – 2011. – № 1. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kinematicheskii-i-dinamicheskii-analiz-osnovnogo-mehanizma-dvigatelya-vankelya-a-osnovego-vektornoy-modeli>.

2 Ханин, Н. С. Автомобильные роторно-поршневые двигатели / Н. С. Ханин, С. Б. Чистозвонов. – М.: Машгиз., 1964. – 321 с.

3 Смелягин, А. И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: Учебное пособие / А. И. Смелягин. – М.: ИНФРА-М; Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – 263 с.

4 Двигатели внутреннего сгорания: Устройство и работа поршневых и комбинированных двигателей: Учебник для студентов по специальности «Двигатели внутреннего сгорания» / В. П. Алексеев, В. Ф. Воронин, Л. В. и др.; Под общ. ред. А. С. Орлина, М. Г. Круглова. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.

5 Двигатели внутреннего сгорания. Устройство и работа поршневых и комбинированных двигателей. Изд. 2-е. Коллектив авторов. – М.: Машиностроение, 1970. – 384 с.

6 История двигателестроения и введение в направление [Электронный ресурс]: практикум / Ю. П. Макушев, А. Л. Иванов. Омск, СибАДИ, 2018. – 89 с. Режим доступа: <http://bek.sibadi.org/fulltext/esd596.pdf>.

7 Уханов, А. П. Автомобильные и тракторные двигатели. Курсовое проектирование: Учебное пособие / Под ред. А. П. Уханова. – Пенза, 2005. – 192 с.

8 Тимофеев, С. И. Детали машин: уч. пособие / С. И. Тимофеев. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – Ростов н/Д: Феникс, 2013. – 572 с.

9 Интегральное и дифференциальное исчисления в приложении к технике [Текст]: монография / Ю. П. Макушев, Т. А. Полякова, В. В. Рындин, Т. Т. Токтаганов; под ред. Ю. П. Макушева. – Павлодар: Кереку, 2013. – 330 с.

10 Рындин, В. В. Расчет цикла бензиновых двигателей в системе Mathcad / В. В. Рындин, В. В. Шалай, Ю. П. Макушев. Вестник СибАДИ, вып. 6 (34), 2013. – С. 91–98.

is presented. A system of equations is proposed that allows one to determine the position of the points of the epitrochoid depending on the radii of the initial generatrix of the epitrochoid, the gearwheel, the fixed gear, and the eccentricity value. The possibility of using the MATHCAD system to calculate the epitrochoid, its research and graphic construction is considered.