УДК 636.72:532.536

В. В. Рындин

ВВЕДЕНИЕ В КЛАССИЧЕСКУЮ ТЕРМОДИНАМИКУ УРАВНЕНИЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОТОКА

Даётся вывод уравнений энергии для различных видов движения микрочастиц системы (хаотического, упорядоченного, абсолютного) в случае нестационарного течения. Использование полученных уравнений показано на примере расчёта параметров нестационарного потока в центрированной волне разрежения.

В учебнике по термодинамике [1] приводится уравнение первого закона термодинамики (ПЗТ) для открытой системы (неподвижного контрольного пространства) при протекании нестационарных процессов. Однако для подвижного элемента (подвижной закрытой термодинамической системы) нестационарного (неустановившегося) потока уравнение ПЗТ в учебниках по термодинамике не приводится, хотя для нестационарного потока балансовое уравнение изменения энергии играет ту же роль, что и для стационарного потока. Нестационарное движение газообразных сред представляет большой интерес при решении ряда прикладных технических задач, как например, исследование колебаний газа в компрессорах, во впускных и выпускных трактах ДВС, а также при взрывах.

В неравновесной термодинамике уравнения энергии выводятся в самом об-щем виде с использованием теории векторного и тензорного исчисления механи-ки сплошной среды [2], что затрудняет введение этих уравнений в классическую термодинамику. Ниже даётся упрощённый (применительно к классической тер-модинамике) вывод уравнений энергии для нестационарного потока, основанный на составлении балансового уравнения изменения энергии малого элемента под-вижной среды (макрочастицы или жидкой частицы) – подвижной закрытой тер-модинамической системы. Объём макрочастицы должен быть, с одной стороны, элементарным, чтобы в пределах его можно было пренебречь изменением термо-динамических параметров и считать состояние макрочастицы равновесным, а с другой стороны, он должно быть достаточно большим, чтобы число содержащих-ся в нём молекул было достаточно для статистического осреднения их кинетиче-ских энергий и однозначного определения макроскопических величин (p, υ, *T*). Изучаемое течение среды рассматривается как движение совокупности непрерывно распределённых в пространстве жидких частиц.

В зависимости от рассматриваемого вида движения молекул – абсолютного, хаотического или направленного – можно составить три балансовых уравнения изменения соответствующего вида энергии, два из которых независимы.

Уравнение энергии для потока в механическом виде (для упорядоченного движения). Применительно к выделенному элементу потока закон сохранения энергии (ЗСЭ) для упорядоченного движения можно сформулировать так: из-менение полной механической энергии (кинетической и потенциальной) элемента потока равно сумме работ внешних сил давления и вязкостных сил (трения) по перемещению элемента среды как целого и технических сил (под техническими силами понимаются силы, которые возникают при взаимодействии элемента потока с подвижными лопатками турбины или компрессора). Аналитическое выра-жение данного физического утверждения для малого элемента среды имеет вид

$$d^2E_{\text{уд}} = d^2E_{\text{мех}} = d(\delta E_k + \delta E_p) = \sum \delta^2 W'_i = \delta^2 W'_{\text{дав.пер}} + \delta^2 W'_{\text{вяз.пер}} + \delta^2 W'_{\text{тех}} \qquad (1)$$

В теплотехнике для технической работы, совершаемой в потоке, принято сле-дующее правило знаков: в турбине техническая работа считается положительной величиной, в компрессоре – отрицательной. Поскольку в турбине за счёт совер-шения технической работы потоком ($W_{\text{тур}} > 0$) его полная энергия уменьшается ($\Delta E < 0$), то, следовательно, знак технической работы противоположен знаку изменения энергии системы. Такая связь между работой и изменением энергии характерна для внутренней по знаку работы. Следовательно, под технической работой при существующем выборе знаков понимается внутренняя техническая работа: $\delta^2 W_{\text{тех}} = -\delta^2 W'_{\text{тех}}$ (здесь и далее W' – работа внешних сил, $W = -W'$ – работа внутренних сил; δ – символ элементарности величины).

Выражение для работы сил давления по перемещению элемента среды как целого легко получить в случае рассмотрения одномерного нестационарного потока, который наиболее часто встречается на практике. Выделим в канале (рис. 1) элемент потока толщиной δx и площадью поперечного сечения A. Если в сечении x действует давление p, то в сечении $x + \delta x$ будет действовать давление $p + \frac{\partial p}{\partial x}\delta x = p + \frac{\partial p}{\partial x}dx = p + \partial p_{\text{конв}}$, так как здесь принято, что перемещение (путь) центра инерции элемента равен длине этого элемента $dx = \delta x$.

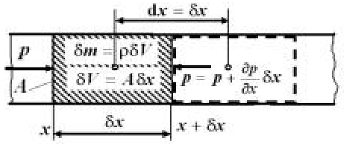

Рисунок 1 – К расчёту работы результирующей сил давления

Приращение величины, обусловленное приращением координат, принято называть конвективным приращением. В случае трёхмерного течения конвективное приращение определяется выражением

$$\partial p_{\text{конв}} = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz.$$

Конвективное приращение входит в состав полного приращения

$$dp = \frac{\partial p}{\partial t}dt + \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz = \partial p_{\text{лок}} + \partial p_{\text{конв}}, \qquad (2)$$

где $\partial p_{\text{лок}} = \frac{\partial p}{\partial t}dt$ – локальное приращение давления, обусловленное переменно-стью (нестационарностью) поля давления.

Тогда результирующая сил давления, действующих на элемент одномерного потока со стороны остальной части потока и приложенная в центре инерции этого элемента, определится выражением

$$\delta F_{\text{рез}} = pA - (p + \frac{\partial p}{\partial x}\delta x)A = -\frac{\partial p}{\partial x}\delta x A = -\partial p_{\text{конв}} A.$$

Работа результирующей внешних сил давления по перемещению элемента среды как целого (сокращённо работа перемещения) в направлении оси x определится в виде произведения проекции на ось x результирующей сил давления $\delta F_{\text{рез}}$ на перемещение (путь) центра инерции элемента dx:

$$\delta^2 W'_{\text{дав.пер}} = \delta F_{\text{рез}} dx = -\frac{\partial p}{\partial x}\delta x A dx = -\frac{\partial p}{\partial x}dx\, \delta V = -\upsilon\, \partial p_{\text{конв}}\, \delta m, \qquad (3)$$

где $x = \delta V / \delta m = A\delta x / \delta m$ – удельный объём жидкой среды.

Разделив все члены этого уравнения на массу, получим выражение для удельной работы перемещения (работы результирующей внешних сил давления по перемещению элемента среды как целого), справедливое и в случае рассмотрения движения элемента трёхмерного потока,

$$\delta w'_{\text{дав.пер}} = -\upsilon\, \partial p_{\text{конв}} = \delta w'^{\text{p}} = -\delta w^{\text{p}}. \qquad (4)$$

В случае установившегося течения локальное приращение в выражении (2) равно нулю, следовательно, конвективное приращение равно полному приращению ($dp = \partial p_{\text{конв}}$), и выражение (4) для работы перемещения принимает общеизвестный вид $\delta w'_{\text{дав.пер}} = -\upsilon\, dp$. Работу ($-x\,dp$) можно вычислять не только для подвижного элемента стационарного потока, но и для рабочего тела (РТ) в цилиндре двигателя, например, в процессе расширения. Однако применительно к РТ в цилиндре выражение ($-x\,\mathrm{d}p_{\text{цил}} \neq -x\,\partial p_{\text{конв.цил}} \equiv 0$) уже не будет иметь смысл работы результирующей сил давления по перемещению элемента среды в неоднородном поле давления: внутри цилиндра поле давления принимается однородным и конвективное приращение давления равно нулю $\partial p_{\text{конв}} = (\partial p/\partial x)\,\mathrm{d}x = 0$. Поскольку работа перемещения всего РТ как целого в цилиндре не совершается (совершается лишь работа деформации – изменения объёма), то работа $-x\,\mathrm{d}p_{\text{цил}}$ будет некоторой условной работой, которую по аналогии с работой изменения объёма $\delta w = p\,\mathrm{d}\upsilon$ (содержит дифференциал удельного объёма $\mathrm{d}x$) можно назвать работой изменения давления $\delta w'^{\mathrm{p}}$ (содержит дифференциал давления $\mathrm{d}p$).

В соответствии с (4) работа изменения давления $\delta w'^{\mathrm{p}}$ приобретает конкретный физический смысл в потоке в качестве работы результирующей внешних сил давления по перемещению элемента среды как целого.

В настоящее время работа (– υdp) чаще всего вводится не путём её расчёта через результирующую сил давления, действующую на элемент потока со сторо-ны соседних слоёв среды, а путём математических преобразований уравнения ПЗТ для хаотического движения ($\delta q = \mathrm{d}u + p\,\mathrm{d}\upsilon$), либо путём различных комбинаций с работами сил давления. В связи с этим данной работе авторы учебников дали различные наименования: «располагаемая работа», «техническая работа», «полезная работа», «работа потока», «работа процесса открытой системы», «полная работа газа», «собственно работа» и др. (критика этих терминов дана в [3, 4]).

С учётом выражений для работ сил давления (3) и вязкостных сил (отождествляемых с силами трения $\delta^2 W_{\text{тр}} = -\delta^2 W'_{\text{вяз.пер}}$) по перемещению элемента среды как целого (без его деформации, так как деформация не меняет энергию упорядоченного движения, а только ХД микрочастиц системы), а также для технической работы $\delta^2 W_{\text{тех}} = -\delta^2 W'_{\text{тех}}$ уравнение энергии (1) для упорядоченного движения элемента среды как целого принимает вид

$$\mathrm{d}^2 E_{\text{мех}} = \mathrm{d}(\delta E_{\mathrm{k}} + \delta E_{\mathrm{p}}) = \mathrm{d}(c^2/2 + gz)\,\delta m = -\upsilon\,\partial p_{\text{конв}}\delta m - \delta^2 W_{\text{тр}} - \delta^2 W_{\text{тех}}$$

и для удельных величин

$$\mathrm{d}e_{\text{мех}} = g\,\mathrm{d}z + \mathrm{d}c^2/2 = -\upsilon\,\partial p_{\text{конв}} - \delta w_{\text{тр}} - \delta w_{\text{тех}}\,. \tag{5}$$

Интегрируя уравнение (5) при условии одинаковости значений давления и скорости по всему рассматриваемому сечению, получим уравнение изменения полной механической энергии элемента потока единичной массы (m = 1кг) при

его перемещении из сечения *1-1* в сечение *2-2* канала произвольной формы (интегральное уравнение энергии для **нестационарного** потока в **механическом** виде)

$$\Delta e_{\text{мех}} = (gz_2 + c_2^2/2) - (gz_1 + c_1^2/2) = -\int_1^2 \upsilon\,\partial p_{\text{конв}} - w_{\text{тр}} - w_{\text{тех}}\,. \tag{6}$$

В случае энергоизолированного ($w_{\text{тех}} = 0$) одномерного изоэнтропного течения газа ($s = \mathrm{const}$, $w_{\text{тр}} = 0$) уравнение (6) для изменения кинетической энергии элемента среды единичной массы (при пренебрежении изменением потенциаль-ной энергии газа) примет вид

$$c_{2s}^2/2 - c_1^2/2 = -\int_1^{2s} \upsilon\,\partial p_{\text{конв}} = -\int_1^{2s} \upsilon \frac{\partial p}{\partial x}\,\mathrm{d}x\,, \tag{7}$$

Уравнение первого закона термодинамики для нестационарного потока (уравнение энергии для абсолютного движения). Энергетический баланс в случае рассмотрения абсолютного движения микрочастиц, входящих в состав малого элемента среды, формулируется так: изменение полной энергии, включающей в себя внутреннюю, кинетическую и потенциальную энергии этого элемента, равно сумме внешней теплоты (подведённой, отведённой из вне) и внешних работ (сил давления, вязкостных и технических), что аналитически выражается в виде

$$\mathrm{d}(\delta E) = \mathrm{d}^2 E_{\text{АД}} = \mathrm{d}\,(\delta U + \delta E_{\mathrm{k}} + \delta E_{\mathrm{p}}) = \mathrm{d}\,(u + c^2/2 + gz)\,\delta m =$$

$$= \delta^2 Q^{\mathrm{e}} + \sum \delta^2 W'_{\mathrm{i}} = \delta^2 Q^{\mathrm{e}} + \delta^2 W'_{\text{дав}} + \delta^2 W'_{\text{вяз}} + \delta^2 W'_{\text{тех}}\,. \tag{8}$$

Для вывода выражения для работы сил давления выделим в нестационарном одномерном потоке его элемент толщиной δx и площадью поперечного сечения А (рис. 2). Если в сечении x действует давление p, то в сечении $x + \delta x$ будет действовать, как уже отмечалось, давление $p + \frac{\partial p}{\partial x}\delta x = p + \partial p_{\text{конв}}$.

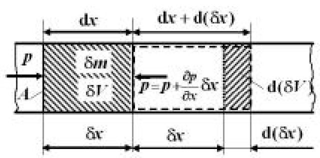

Рисунок 2 – К расчёту полной работы сил давления

Пусть левая грань элемента потока смещается на длину, равную толщине элемента $\mathrm{d}x = \delta x$, тогда правая грань с учётом деформации элемента сместится на длину $\mathrm{d}x + \mathrm{d}(\delta x) = \delta x + \mathrm{d}(\delta x)$. Тогда работа внешних сил давления определится как сумма работ по перемещению левой и правой границ элемента потока

$$\delta^2 W'_{\text{дав}} = pA\delta x - (p + \partial p_{\text{конв}})\,A[\delta x + \mathrm{d}(\delta x)]$$

Раскрывая произведение с учётом выражений (3), (4), замены $\delta V = A\delta x$ и пренебрегая величиной высшего порядка малости $\partial p_{\text{конв}}\,A\mathrm{d}(\delta x)$, получим

$$\delta^2 W'_{\text{дав}} = pA\delta x - pA\delta x - pA\mathrm{d}(\delta x) - \partial p_{\text{конв}}\,A\delta x - \partial p_{\text{конв}}\,A\mathrm{d}(\delta x) =$$

$$= -p\mathrm{d}(\delta V) - \delta V \partial p_{\text{конв}} = \delta^2 W'_{\text{дав.деф}} + \delta^2 W'_{\text{дав.пер}} = -(p\mathrm{d}\upsilon + \upsilon\,\partial p_{\text{конв}})\,\delta m, \qquad (9)$$

или для удельных величин (с учётом (2) для полного приращения давления)

$$\delta w'_{\text{дав}} = \delta w'_{\text{дав.деф}} + \delta w'_{\text{дав.пер}} = -p\mathrm{d}\upsilon - \upsilon\,\partial p_{\text{конв}} =$$

$$= -(p\mathrm{d}\upsilon + \upsilon\mathrm{d}p) + \upsilon\,\partial p_{\text{лок}} = -\mathrm{d}(p\upsilon) + \upsilon\frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t. \qquad (10)$$

Таким образом, полная (суммарная) работа внешних сил давления складывается из внешних (со штрихом) работ деформации элемента среды (работы изменения объёма) и его перемещения как целого (работы перемещения).

В случае стационарного течения ($\partial p_{\text{лок}} = 0$) полную работу внутренних сил давления (без штриха) (получаемую в термодинамике при рассмотрении открытых систем), равную работе внешних сил давления (со штрихом), взятой с противоположным знаком, принято называть удельной **работой проталкивания**

$$\delta w_{\text{прот}} = \delta w^{\upsilon} + \delta w^{p} = p\mathrm{d}\upsilon + \upsilon\mathrm{d}p = \mathrm{d}(p\upsilon). \qquad (11)$$

Аналогичным образом, работа вязкостных сил состоит из работ деформации элемента жидкости и перемещения элемента жидкости как целого [1]

$$\delta w'_{\text{вяз}} = \delta w'_{\text{вяз.деф}} + \delta w'_{\text{вяз.пер}} \qquad (12)$$

Работу внутренних сил вязкости по перемещению элемента среды как целого принято называть работой трения $\delta w_{\text{тр}} = \delta w_{\text{вяз.пер}} = -\delta w'_{\text{вяз.пер}}$, а работу внешних сил вязкости по деформации элемента среды – работой диссипации или теплотой трения $\delta w_{\text{дис}} = \delta w'_{\text{вяз.деф}} = \delta q_{\text{тр}} > 0$.

Следовательно, полную удельную работу вязкостных сил (12) по изменению энергии макрочастицы можно представить через теплоту и работу трения в виде

$$\delta w'_{\text{вяз}} = \delta w'_{\text{вяз.деф}} + \delta w'_{\text{вяз.пер}} = \delta q_{\text{тр}} - \delta w_{\text{тр}} \qquad (13)$$

Если работа $\delta w'_{\text{вяз.пер}}$ может как уменьшать скорость отдельной макрочастицы жидкости, так и увеличивать её, т.е. иметь любой знак (для конечного элемента среды, соприкасающегося со стенками, работа трения всегда положительна $\delta w_{\text{тр}} > 0$), то работа $\delta w_{\text{дис}} = \delta w'_{\text{вяз.деф}}$ всегда увеличивает энергию ХД молекул внутри макрочастицы, т.е. всегда положительна. В работе [5] по заданному профилю скорости приводится расчёт работ сил вязкости $\delta w'_{\text{вяз.пер}}$ и $\delta w'_{\text{вяз.деф}}$ в случае стационарного плоскопараллельного течения несжимаемой вязкой жидкости. Расчёт показывает, что в случае стационарного течения в потоке происходит взаимная компенсация составляющих работы вязкостных сил $\delta w'_{\text{вяз.деф}} + \delta w'_{\text{вяз.пер}} = 0$, т.е. выполняется условие равенства теплоты трения и работы трения $\delta q_{\text{тр}} = \delta w_{\text{тр}}$.

Подставляя выражения для работ сил давления (10) и вязкости (13), а также вводя внутреннюю по знаку техническую работу $\delta w_{\text{тех}} = -\delta w'_{\text{тех}}$ вместо внешней, в уравнение (8), и деля соответствующие величины на массу элемента δm, получим уравнение ПЗТ для нестационарного потока (для абсолютного движения микрочастиц элемента подвижной среды единичной массы) в таком виде:

$$g\mathrm{d}z + \mathrm{d}c^2/2 + \mathrm{d}u = \delta q^{e} + \delta q_{\text{тр}} - \mathrm{d}(p\upsilon) + \upsilon\frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t - \delta w_{\text{тех}} - \delta w_{\text{тр}}. \qquad (14)$$

Если из уравнения энергия (14) для абсолютного движения вычесть уравнение энергии (5) для упорядоченного движения и сделать соответствующие преобразования с учётом (2) и (11), то получим уравнение энергии только для одного хаотического движения

$$\mathrm{d}u = \delta q^{e} + \delta q_{\text{тр}} - p\mathrm{d}\upsilon \ \text{ или } \ \delta q = \delta q^{e} + \delta q_{\text{тр}} = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}\upsilon. \qquad (15)$$

Следовательно, вид **уравнения ПЗТ** (15) **для хаотического движения** частиц тела относительно их подвижного (или неподвижного) центра инерции не зависит от того, движется ли это тело (элемент потока) или неподвижно (рабочее тело в цилиндре), стационарный поток или нестационарный.

Используя выражение для дифференциала энтальпии $\mathrm{d}h = \mathrm{d}u + \mathrm{d}(p\upsilon)$, уравнение ПЗТ для нестационарного потока (14) можно преобразовать к виду

$$\delta q = \delta q^{e} + \delta q_{\text{тр}} = g\mathrm{d}z + \mathrm{d}c^2/2 + \mathrm{d}h - \upsilon\frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t + \delta w_{\text{тех}} + \delta w_{\text{тр}}, \qquad (16)$$

где $\delta q = \delta q^{e} + \delta q_{\text{тр}}$ – полная или суммарная удельная теплота.

В случае установившегося течения уравнение ПЗТ для потока (16) с учётом $\delta q_{\text{тр}} = \delta w_{\text{тр}}$ и $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ принимает общеизвестный вид

$$\delta q^{e} = g\mathrm{d}z + \mathrm{d}c^2/2 + \mathrm{d}h + \delta w_{\text{тех}}.$$

Интегрируя уравнение ПЗТ (16) в случае энергоизолированного изоэнтроп-ного (нет технической работы и теплообмена, нет трения) неустановившегося течения газа (изменением потенциальной энергии положения газа пренебрегаем), получим

$$h_1 + c_1^2/2 = h_2 + c_2^2/2 - \int_1^2 \upsilon \frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t. \tag{17}$$

С учётом выражения для энтальпии идеального газа

$$h = c_{\mathrm{p}}T = \frac{k}{k-1}RT = \frac{a^2}{k-1}$$

где $k = c_{\mathrm{p}}/c_x$ – показатель адиабаты; $a = \sqrt{kRT}$ – скорость звука, уравнение (17) можно записать в виде

$$\frac{a_1^2}{k-1} + c_1^2/2 = \frac{a_2^2}{k-1} + c_2^2/2 - \int_1^2 \upsilon \frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t. \tag{18}$$

Особенности вычисления интегралов $\int_1^{2s} \upsilon \frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x$ и $\int_1^2 \upsilon \frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t$, входящих в уравнения (7 и (18), покажем на примере расчёта параметров нестационарного потока, возникающего в центрированной волне разрежения. Центрированная волна разрежения образуется при разрыве диафрагмы в ударной трубе и представляет собой в плоскости $x - t$ расходящийся пучок прямых линий (волн Маха или характеристических линий), исходящих из начала координат (рис. 3).

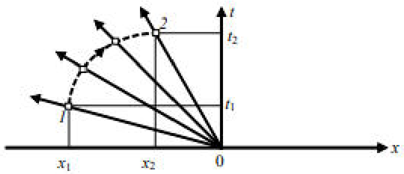

Рисунок 3 – К расчёту параметров нестационарного потока в центрированной волне разрежения

Пусть первая волна Маха, распространяющаяся со скоростью звука a_0 в невозмущённом газе ($c_1 = c_0 = 0$), подходит к макрочастице, расположенной в сечении x_1, в момент времени $t_1 = -x_1/a_0$ (точка 1). В момент времени t_2 макрочастица газа сместится в сечение x_2 (точка 2) и разгонится в волне разрежения до скорости c_2, определяемой из уравнения соотношения параметров на характеристике

$$c_2 = \frac{2}{k-1}(a_0 - a_2) \tag{19}$$

(все зависимости для волны разрежения взяты из [6] для k =1,4).

Уравнения (7) и (18) для энергоизолированного изоэнтропного одномерного течения, возникающего в центрированной волне разрежения, запишутся так:

$$c_2^2/2 = -\int_1^2 \upsilon \frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x, \tag{20}$$

$$\frac{a_0^2}{k-1} = \frac{a_2^2}{k-1} + c_2^2/2 - \int_1^2 \upsilon \frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t. \tag{21}$$

Используя зависимость давления в волне разрежения от координат и времени

$$p = p_0\left[\frac{5}{6}\left(1 - \frac{x}{5a_0t}\right)\right]^7,$$

находим
$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{7}{5}\left(\frac{5}{6}\right)^7 \frac{p_0}{a_0}\left(1 - \frac{x}{5a_0t}\right)^6 \frac{1}{t}$$

и
$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{7}{6}\frac{p_0 x}{a_0}\left[\frac{5}{6}\left(1 - \frac{x}{5a_0t}\right)\right]^6 \frac{1}{t^2},$$

а с учётом уравнения траектории движения макрочастицы газа

$$x = [1 - (6/5)(t_1/t)^{1/6}]5a_0t \tag{22}$$

переходим к одной переменной

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{7}{6}\frac{p_0}{a_0}\frac{t_1}{t^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{35}{6}p_0\left[1 - \frac{6}{5}\left(\frac{t_1}{t}\right)\right]^{1/6}\frac{t_1}{t^2}.$$

(Заметим, что переход к одной переменной не является очевидным, как можно было бы полагать, так как общепринятым является вычисление интеграла $\int_1^{2s} x\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x$ для начального или конечного момента времени, а интеграла $\int_1^2 x\frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t$ – для начального или конечного положения макрочатицы).

Удельный объём газа υ определяем из уравнения изоэнтропы с учётом зависимости давления в макрочастице от времени с начала её движения

$$p/p_0 = (t_1/t)^{7/6} = (a/a_0)^7 \tag{23}$$

и соотношения для скорости звука $a_0^2 = kp_0\upsilon_0$:

$$x = x_0(p/p_0)^{-1/k} = (5/7)(a_0^2/p_0)(t_1/t)^{-5/6}.$$

Дифференцируя (22), находим зависимость элементарного перемещения макрочастицы от времени

$$\mathrm{d}x = 5a_0[1-(t_1/t)^{1/6}]\mathrm{d}t\ .$$

С учётом перехода к одной переменной t и зависимости (23) вычисляются интегра-лы, входящие в уравнения (20) и (21):

$$-\int_1^2 x\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x = (25/2)a_0^2[1-(t_1/t_2)^{1/6}]^2 = (25/2)(a_0-a_2)^2\ ,$$

$$-\int_1^2 x\frac{\partial p}{\partial t}\mathrm{d}t = 25aa_0 - 10a_0^2 - 15a^2\ .$$

Подставляя выражения для соответствующих интегралов в уравнения (20) и (21), и разрешая их относительно скорости потока в момент времени t_2, получим

$$c_2 = 5(a_0-a_2) = \frac{2}{k-1}(a_0-a_2) \tag{24}$$

Выражение для скорости (24), полученное путём решения уравнений энергии для нестационарного потока (20) и (21), совпадает с соотношением параметров на характеристике (19), получаемым путём решения известной системы дифференциальных уравнений, описывающей нестационарное течение идеального газа. Таким образом, на частном примере нестационарного течения газа в волне разрежения показана справедливость полученных уравнений (20) и (21).

Выводы

1 В термодинамику вводятся (без привлечения тензорного исчисления) уравнения энергии для нестационарного потока, содержащие частные производные давления по координатам или по времени, что расширяет область применения классической равновесной термодинамики на нестационарные потоки.

2 Полученные уравнения апробированы на примере расчёта параметров нестационарного потока в центрированной волне разрежения и могут быть использованы при расчёте нестационарных потоков, возникающих в поршневых ДВС и компрессорах.

3 Сам пример имеет самостоятельное значение для теории волн конечной амплитуды, так как позволяет получить уравнение волны (соотношения параметров на характеристике) из уравнения первого закона термодинамики для нестационарного потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Бэр, Г. Д.** Техническая термодинамика. Теоретические основы и технические приложения // Пер. с нем. – М. : Мир, 1977. – 518 с. : ил.

2 **Седов, Л. И.** Механика сплошной среды. Т. 1. М. : Наука, 1986. – 536 с. : ил.

3 **Рындин, В. В.** Понятие располагаемой работы в термодинамике // Энергетика (Изв. высш. учеб. заведений). – 1991. – № 4. – С. 84–89.

4 **Рындин В. В.** Понятие работы в термодинамике // Энергетика (Изв. высш. учеб. заведений). – 1991. – № 10. – С. 64–68.

5 **Кушнырев, В. И., Лебедев, В. И., Павленко, В. А.** Техническая термодинамика и теплопередача : Учеб. для вузов. – М. : Стройиздат, 1986. – 464 с.

6 **Станюкович, К. П.** Неустановившиеся движения сплошной среды. М. : Гостехиздат, 1955. – 531 с. : ил.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар.

Материал поступил в редакцию 04.01.13.

В. В. Рындин

Стационарлық емес ағынға арналған энергияның теңдеулерін классикалық термодинамикаға кіріспе

С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.

Материал 04.01.13 редакцияға түсті.

V. V. Ryndin

Introduction into the classical thermodynamics of energy equations for non-stationary stream

Pavlodar State University named after S. Toraigyrov, Pavlodar.

Material received on 04.01.13.