



С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік
 университетінің ғылыми журналы
 Научный журнал Павлодарского государственного
 университета имени С. Торайғырова

1997 ж. құрылған
 Основан в 1997 г.



İ İ Ó
 ÕÀÁÀÐØ ÛÑÛ

ÂÃÑÒÍ ÈÊ Ì ÑÓ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

1-2 2012

ISSN 1811-1807. Вестник ПГУ

Научный журнал Павлодарского государственного университета
имени С. Торайгырова

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на учет средства массовой информации
№ 4533-Ж

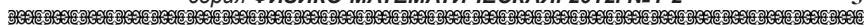
выдано Министерством культуры, информации и общественного согласия
Республики Казахстан
31 декабря 2003 года

Арын Е.М., д-р экон. наук, проф. (главный редактор)
Пфейфер Н.Э., д-р пед. наук, проф. (главный редактор)
Исинова К.С., канд. пед. наук, доцент (отв. секретарь)

Редакционная коллегия:

Ахметова Г.К., д-р пед. наук, проф.;
Булатбаева К.Н., д-р пед. наук, проф.;
Бурдина Е.И., д-р пед. наук, проф.;
Жуматаева Е.О., д-р пед. наук, проф.;
Каримова Р.Б., д-р псих. наук, проф.;
Кертаева Г.М., д-р пед. наук, проф.;
Лигай М.А., д-р пед. наук, проф.;
Менлибекова Г.Ж., д-р пед. наук, проф.;
Айтжанова Д.Н. (тех. редактор).

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели.
Мнение авторов публикаций не всегда совпадает с мнением редакции.
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов.
Рукописи и дискиеты не возвращаются.
При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник ПГУ» обязательна.



МАЗМҰНЫ

АЛЬЖАНОВ А.Б., ЖУКЕНОВ М.К. Магнитэлектрик-пъезоэлектрик құрылымдардағы электрмагниттік толқындардың таралуы туралы	9
СЕЙТХАНОВА А.Қ., ИСҚАҚОВА А.Б., ИСПУЛОВ Н.А. Термосерпімді жартылай кеністіктердің шекарасындағы байланысқан серпімді және жылулық толқындардың шағылуы туралы	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Толқындық процестерді зерттеуде «Mathematica» (КМЖ) компьютерлік математиканың жүйесі	22
ӘМРЕНОВА Г.Ж., ЕРТАЙ Е., ХАМИТОВ М.Х. Дифференциалдық теңдеудің оң периодты шешімі	27
ЖҰМАБАЕВ Д.С., АСАНОВА А.Т. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйелері үшін импульстік әсері туралы	32
АРИНОВ Е, СӘРСЕНБАЕВ Ж. Е. Иілімді біртекті емес тау-кен жыныстарының горизонтальді қуыс маңайындағы осесимметриялы серпімді-иілімді тұрақтылығының өртүрлі формадағы жазықты орнықтылығының бұзылуы	41
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСҚАҚОВА А.Б. Анизотропты орталардың ромбылық және гексагоналдық кластардағы термосерпімді толқындардың дифференциалдық теңдеулердің жүйесін, матрицант құрылымын және дисперсия теңдеулерін құру туралы	50
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.Қ. Біртекті изотропты ортадағы рәлей толқындардың таралуы туралы	58
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ. Пъезокристалдардағы таралатын электросерпімді толқындардың коэффициенттер матрицасы талдауы туралы	65
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., БЕЛЯЛОВА А.Б. 222 ромб сингониялы пьезокристалдағы электросерпімді толқындардың таралуы туралы	72
ТЛЕУКЕНОВ С.К., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСПУЛОВ Н.А. Анизотропты ортаның триклинды сингониядағы термосерпімді толқындардың таралуы туралы	78
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ЖҰКЕНОВ М.Қ. Изотропты және анизотропты диэлектрліктердің шекарасындағы электрмагниттік толқындардың шағылу және сыну коэффициенттері туралы	83
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ЗЕЙТОВА Ш.С. Анизотропты орталардың тетрагоналды сингонияның 422 классы үшін қозғалыс теңдеулері мен максвелл теңдеулердің фундаменталды шешулердің құрылымын құру	90

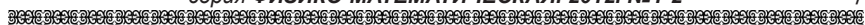
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., БЕЛЯЛОВА А.Б.

Анизотропты ортаның 422 тетрагоналды сингониядағы электросерпімді толқындардың дисперсия теңдеулері туралы	96
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К.	103
42'2' классына жататын анизотропты орта шекарасында ТМ электромагниттік толқынының шағылуы кезінде энергия ағындарының есептеуі.....	103
Наши авторы.....	151
Правила для авторов	154
Правила для авторов.....	156

СОДЕРЖАНИЕ

АЛЬЖАНОВ А.Б., ЖУКЕНОВ М.К. О распространении электроупругих волн в структуре магнитоэлектрик-пьезоэлектрик	9
СЕЙТХАНОВА А.К., ИСКАКОВА А.Б., ИСПУЛОВ Н.А. Об отражении связанных упругих и тепловых волн на границе анизотропных термоупругих полупространств.....	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Система компьютерной математики (СКМ) «Mathematica» при изучении волновых процессов.....	22
ЭМРЕНОВА Г.Ж., ЕРТАЙ Е., ХАМИТОВ М.Х. Дифференциалдық теңдеудің оң периодты шешімі	27
ДЖУМАБАЕВ Д.С., АСАНОВА А.Т. Об импульсном воздействии для систем гиперболических уравнений второго порядка	32
АРИНОВ Е., САРСЕНБАЕВ Ж.Е. О различных формах плоской потери устойчивости осесимметричного упругопластического равновесия пластического неоднородного массива горных пород	41
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСКАКОВА А.Б. О построении системы дифференциальных уравнений, структуры матрицанта и уравнений дисперсии термоупругих волн в анизотропных средах ромбической и гексагональной классов	50
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К. О распространении рэлеевских волн в неоднородной изотропной среде	58
ТЛЕУКЕНОВ С.К. Об анализе матриц коэффициентов электроупругих волн, распространяющихся в пьезокристаллах	65
ТЛЕУКЕНОВ С.К., БЕЛЯЛОВА А.Б. О распространении электроупругих волн в пьезокристаллах ромбической сингонии 222	72
ТЛЕУКЕНОВ С.К., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСПУЛОВ Н.А. О распространении термоупругих волн в анизотропной среде триклинной сингонии	78
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ЖУКЕНОВ М.К. О коэффициентах отражения и преломления электромагнитных волн на границе изотропного и анизотропного диэлектриков	83
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ЗЕЙТОВА Ш.С.	90
Построение структуры фундаментальных решений уравнений движения и уравнений максвелла в случае анизотропных сред тетрагональной сингонии класса 422.....	90

ТЛЕУКЕНОВ С.К., БЕЛЯЛОВА А.Б.	96
Об уравнениях дисперсии электроупругих волн в анизотропной среде тетрагональной сингонии 422	96
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К. Расчет потоков энергии при отражении электромагнитной ТМ волны от анизотропной среды класса 42'2'	103
Наши авторы	151
Правила для авторов	154
Правила для авторов	156



CONTENTS

ALZHANOV A.B., ZHUKENOV M.K. About propagation of electromagnetic waves in structure of magnitoelektrik-piezoelectric material	9
SEYTHANOVA A.K., ISKAKOVA A.B., ISPULOV N.A. About the reflection of the bound elastic and thermal waves on border of thermoelastic semispaces.....	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Application of a mathematical package «Mathematica» in studying of wave processes	22
AMRENOVA G.ZH., ERTAI E., KHAMITOV V.KH. The positive periodic solutions of differential equations	27
DHUMABAEV D.S., ASANOVA A.T. About impulse effect for system of hyperbolic equations of second order	32
ARINOV E., SARSENBAYEV ZH. Y. Various forms of flat loss of stability of asymmetric elastic-plastic equilibrium of plastic heterogeneous massif of rocks around horizontal PIT.....	41
ISPULOV N.A., SEYTHANOVA A.K., ISKAKOVA A.B. About creation of system of differential equations, structures of the matriciant and the equations of dispersion of thermoelastic waves in non-isotropic mediums rhombic and hexagonal classes	50
ISPULOV N.A., SEYTKHANOVA A.K. About propagation rayleigh waves in the non-uniform isotropic medium	58
TLEUKENOV S. About the analysis of matrixes of factors of the electroelastic waves extending in piezocrystals	65
TLEUKENOV S.K., BELYLOVA A.B. About propagation of electroelastic waves in rhombic singoniya's piezocrystals 222	72
TLEUKENOV S.K., SEYTKHANOVA A.K., ISPULOV N.A. About distribution of thermoelastic waves in triklinna singoniya's non-isotropic medium	78
TLEUKENOV S.K., ZHUKENOV M.K. Reflectivities and refractives of an electromagnetic waves on border of an isotropic dielectric and anisotropic of a dielectric	83
TLEUKENOV S.K., ZEITOVA SH. Creation of structure of fundamental solutions of equations of motion and maxwell's equations in case of tetragonal singoniya's non-isotropic mediums of the class 422	90
TLEUKENOV S.K., BELYLOVA A.B. About the equations of dispersion of electroelastic waves in tetragonal singony's non-isotropic medium 422	96



TLEUKENOV S.K., DOSANOV T.S., ZHUKENOV M. K.

Calculation of streams of energy at reflection electromagnetic
TM waves from the anisotropic environment of the class 42'2'103

Наши авторы151
Правила для авторов154
Правила для авторов.....156

ARINOV E., SARSENBAYEV ZH. Y.

VARIOUS FORMS OF FLAT LOSS OF STABILITY OF ASYMMETRIC ELASTIC-PLASTIC EQUILIBRIUM OF PLASTIC HETEROGENEOUS MASSIF OF ROCKS AROUND HORIZONTAL PIT

Түйіндеме

Мақалада илімді біртекті емес тау-кен жыныстарының массивтеріндегі горизонтальді қуыс маңайындағы жазық тұрақтылық және қосымша шешімнің пайда болуына байланысты массив тұрақтылығының орнықтылығының жоғалуы қарастырылған.

Resume

The flat balance of plastic heterogeneous massif of rocks around the horizontal pit, and loss of stable equilibrium of the massif, relevant to the rise of additional solutions are considered in this article.

УДК 539.3:534.2

**Н.А. ИСПУЛОВ, А. К. СЕЙТХАНОВА, А.Б. ИСКАКОВА
О ПОСТРОЕНИИ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ, СТРУКТУРЫ МАТРИЦАНТА И
УРАВНЕНИЙ ДИСПЕРСИИ ТЕРМОУПРУГИХ ВОЛН
В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ РОМБИЧЕСКОЙ И
ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ КЛАССОВ**

1 Матричная формулировка задач распространения термоупругих волн
Распространение термоупругих волн в анизотропных средах описывается уравнениями движения, решаемых совместно с уравнением теплопроводности Фурье и уравнением притока тепла, которые имеют вид:

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{U}_i \quad (1)$$

$$\lambda_{ij} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = -q_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_i} = -i\omega \beta_{ij} \varepsilon_{ij} - i\omega \frac{c_\varepsilon}{T_0} \theta \quad (3)$$

где σ_{ij} - тензор напряжения, ρ - плотность среды, λ_{ij} - тензор теплопроводности, q_i - вектор притока тепла, ω - круговая частота,

β_{ij} - термомеханические постоянные $\beta_{ij} = \beta_{ji}$, ϵ_{ij} - тензор деформации, \tilde{n} - теплоемкость при постоянной деформации, $\theta = T - T_0$ - приращение температуры по сравнению с температурой естественного состояния T_0 , $\left| \frac{\theta}{T_0} \right| \ll 1$ для малых деформаций.

Физико-механические величины связаны соотношением Дюгамеля-Неймана:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} - \beta_{ij} \theta \quad (4)$$

Здесь c_j - упругие параметры, $c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}$; ϵ_{kl} ; k - тензор малых деформаций Коши.

Уравнения (1)-(4) определяют взаимосвязь механических напряжений и температуры как функции независимых переменных – теплового поля и деформации.

Таким образом, соотношения (1)-(4) составляют замкнутую систему уравнений термоупругости, которая описывает распространение термоупругих волн.

На основе метода разделения переменных в случае гармонической зависимости от времени:

$$\left[U_i(x, y, z, t); \sigma_{ij}(x, y, z, t); \theta; q_z \right] = \left[U_i(z), \sigma_{ij}(z), \theta; q_z \right] e^{i(\omega t - mx - ny)} \quad (5)$$

Система уравнений (1)-(4) приводится к системе дифференциальных уравнений 1-го порядка с переменными коэффициентами, описывающей распространение гармонических волн:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W} \quad (6)$$

Здесь $B = B[c_{ijkl}(z), \beta_{ij}(z), \omega, m, n]$ - матрица коэффициентов, элементы которой содержат в себе параметры среды, в которой распространяются термоупругие волны; m, n -компоненты волнового вектора $\vec{\sim}$.

Вектор \vec{W} имеет вид:

$$\vec{W}(x, y, z, t) = \left[u_z(z), \sigma_{zz}, u_x(z), \sigma_{xz}, u_y(z), \sigma_{yz}, \theta, q_z \right] \exp(i\omega t - imx - iny) \quad (7)$$

Символ \bar{t} означает операцию транспонирования вектора - строки в вектор – столбец.

Неоднородность среды предполагается вдоль оси Z. При построении матрицы коэффициентов В используется представление решения в виде (5), из системы уравнений (1)-(4) выделяются производные по Z и исключаются компоненты тензора напряжения не входящие в граничные условия. Множитель $\exp(i\omega t - imx - iny)$ всюду опущен.

Структуры матрицы В и вектор – столбец граничных условий в объемном случае для ромбической и гексагональной сингонии в случае оси симметрии второго порядка и неоднородности вдоль оси Z:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & b_{26} & 0 & 0 \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & b_{45} & 0 & b_{47} & 0 \\ b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & 0 \\ 0 & b_{15} & b_{45} & 0 & b_{65} & 0 & b_{67} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega b_{17} & -i\omega b_{47} & 0 & -i\omega b_{67} & 0 & b_{87} & 0 \end{bmatrix} \quad \vec{W} = \begin{pmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \\ u_x \\ \sigma_{xz} \\ u_y \\ \sigma_{yz} \\ \theta \\ q_z \end{pmatrix} \quad (8)$$

Из структуры матрицы коэффициентов (8) следует, что в пространственном случае упругие волны различной поляризации и тепловая волна взаимосвязаны.

Отличные от нуля элементы матрицы В b_{13} , b_{24} определяют взаимную трансформацию продольной и поперечной X - поляризованной волн. Элементы b_{15} , b_{26} описывают взаимосвязь поперечной Y-поляризации с продольной волной. Отличный от нуля элемент b_{45} определяет взаимную трансформацию между волнами поперечной поляризации.

$$\text{Отличие от нуля коэффициента } b_{17}: \quad b_{17} = \frac{\beta_{33}}{c_{33}}$$

означает, что продольная волна распространяется с термоупругим эффектом.

Не нулевые элементы b_{47} и b_{67} :

$$b_{47} = \left(\frac{c_{13}}{c_{33}} \beta_{33} - \beta_{11} \right) im; \quad b_{67} = \left(\frac{c_{23}}{c_{33}} \beta_{33} - \beta_{22} \right) in$$

означают влияние на упругие волны поперечных поляризаций термоупругого эффекта. При этом b_{47} описывает влияние термоупругого

эффекта на упругую поперечную волну X- поляризации, а b_{67} влияние термоупругого эффекта на поперечную волну Y- поляризации.

Аналогично, для термоупругих волн, распространяющихся в анизотропной среде кубической сингонии построена матрица коэффициентов в объемном случае и проведен анализ матриц коэффициентов. Также получены структуры матриц коэффициентов при распространении термоупругих волн в анизотропных средах ромбической и гексагональной и кубической сингоний в плоскости XZ и YZ, определены типы волн и взаимная трансформация волн различной поляризации.

2 Структура матрицанта

Построение структуры матрицанта основано на его представлении в форме экспоненциального матричного ряда

$$T = E + \int_0^z B dz_1 + \int_0^z \int_0^{z_1} B(z_1)B(z_2) dz_1 dz_2 + \dots \quad (9)$$

И аналогичном представлении обратного матрицанта T^{-1}

$$T^{-1} = E - \int_0^z B dz_1 + \int_0^z \int_0^{z_1} B(z_2)B(z_1) dz_1 dz_2 - \dots \quad (10)$$

Оба ряда абсолютно и равномерно сходятся на любом конечном интервале, в котором элементы матрицы $B(z)$ непрерывны.

При этом справедливо соотношение:

$$TT^{-1} = T^{-1}T = E \quad (11)$$

Построение структуры матрицанта есть установление зависимости между элементами прямой и обратной матриц T и T^{-1} на основе поэлементного их сравнения.

Бесконечные матричные ряды можно представить в виде

$$T = T_{ч} + T_{нч}, \quad T^{-1} = T_{ч}^{-1} - T_{нч}^{-1} \quad (12)$$

где $T_{ч,нч}^{\pm}$ – сумма четных и нечетных рядов (9) и (10).

Методом математической индукции доказывается, что структура $T_{(2n)}^{-1}$ и $T_{(2n+1)}^{-1}$ сохраняется при любом n .

Структура матрицанта, в случае распространения термоупругих волн в кубической, гексагональной и ромбической сингоний в объемном случае, определена в виде:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{22} & -t_{12} & -t_{42} & t_{32} & -t_{62} & t_{52} & -t_{82} & t_{72} \\ -t_{21} & t_{11} & t_{41} & -t_{31} & t_{61} & -t_{51} & t_{81} & -t_{71} \\ -t_{24} & t_{14} & t_{44} & -t_{34} & t_{64} & -t_{54} & t_{84} & -t_{74} \\ t_{23} & -t_{13} & -t_{43} & t_{33} & -t_{63} & t_{53} & -t_{83} & t_{73} \\ -t_{26} & t_{16} & t_{46} & -t_{36} & t_{66} & -t_{56} & t_{86} & -t_{76} \\ t_{25} & -t_{15} & -t_{45} & t_{35} & -t_{65} & t_{55} & -t_{85} & t_{75} \\ -t_{28} & t_{18} & t_{48} & -t_{38} & t_{68} & -t_{58} & t_{88} & -t_{78} \\ t_{27} & -t_{17} & -t_{47} & t_{37} & -t_{67} & t_{57} & -t_{87} & -t_{77} \end{pmatrix} \quad (13)$$

элементы t_{ij} матрицанта T^{-1} являются элементами прямого матрицанта T .

Получены структура матрицанта при распространении термоупругих волн в данных классах в плоскости XZ , в плоскости YZ .

В одномерном случае (распространение волн вдоль оси Z , $m=0$, $n=0$) структура (13) примет вид:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{22} & -t_{12} & -t_{82} & t_{72} \\ -t_{21} & t_{11} & t_{81} & -t_{71} \\ -t_{28} & t_{18} & t_{88} & -t_{78} \\ t_{27} & -t_{17} & -t_{87} & t_{77} \end{pmatrix}; T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{44} & -t_{34} \\ -t_{43} & t_{33} \end{pmatrix}; T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{66} & -t_{56} \\ -t_{65} & t_{55} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Построение структуры матрицанта, в данном случае, есть установление зависимости между элементами прямой и обратной матриц T и T^{-1} на основе поэлементного их сравнения.

Разложение структуры (8x8) матрицы (13) на матрицу (4x4) и две матрицы (2x2) означает независимость распространения упругой продольной волны с термоэффектом и упругих поперечных волн. В то же время на упругие поперечные волны, при одномерном распространении в анизотропных средах кубической, гексагональной и ромбической сингоний, вдоль оси симметрии четного порядка, также распространяются без термоупругого эффекта.

3 Уравнения дисперсии для упругих и термоупругих анизотропных сред

Основной характеристикой, определяющей закономерности волновых процессов в неограниченных периодических структурах, являются уравнения дисперсии. Дисперсионные соотношения представляют собой зависимости $v = v(\omega)$, $\kappa = \kappa(\omega)$, $\omega = \omega(\kappa)$, $\omega = \omega(v)$. Где v - скорость, ω - циклическая частота, κ - волновой вектор. В частном случае мы получаем зависимость $\kappa = \kappa(\omega)$. Полученная выше структура матрицанта позволяет

модифицировать условие существования нетривиальных решений и в два раза понизить степень характеристического уравнения.

На основе модифицированной формы условия существования нетривиальных решений:

$$\det[p - E \cos \tilde{k}h] = 0 \quad (15)$$

где

$$p = \frac{1}{2}[T + T^{-1}] \quad (16)$$

получены уравнения дисперсии термоупругих волн, распространяющихся в анизотропных средах кубической, гексагональной и ромбической сингоний в объемном случае, имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned} \cos \tilde{k}_1 h &= -\frac{a}{4} - \frac{1}{4\sqrt{3}} \left(\sqrt{3\sqrt[3]{\gamma} + 3a^2 - 8b + \frac{5(b^2 - 3ac + 12d)}{\sqrt[3]{\gamma}}} \right) - \\ &\frac{1}{5} \left(\sqrt{-\sqrt[3]{\gamma} + 3a^2 - 8b + \frac{2(b^2 - 3ac + 12d)}{\sqrt[3]{\gamma}} + \frac{5(a^3 - 4ba + 8c)}{3\sqrt[3]{\gamma}}} + 3a^2 - 8b \right) \\ \cos \tilde{k}_2 h &= -\frac{a}{4} - \frac{1}{4} \left(\sqrt{3\sqrt[3]{\gamma} + 3a^2 - 8b + \frac{5(b^2 - 3ac + 12d)}{\sqrt[3]{\gamma}}} \right) + \\ &+ \frac{1}{5} \left(\sqrt{-\sqrt[3]{\gamma} + 3a^2 - 8b + \frac{2(b^2 - 3ac + 12d)}{\sqrt[3]{\gamma}} + \frac{5(a^3 - 4ba + 8c)}{3\sqrt[3]{\gamma}}} + 3a^2 - 8b \right) \\ \cos \tilde{k}_3 h &= -\frac{a}{4} + \frac{1}{4} \left(\sqrt{3\sqrt[3]{\gamma} + 3a^2 - 8b + \frac{5(b^2 - 3ac + 12d)}{\sqrt[3]{\gamma}}} \right) - \\ &- \frac{1}{5} \left(\sqrt{-\sqrt[3]{\gamma} + 3a^2 - 8b + \frac{2(b^2 - 3ac + 12d)}{\sqrt[3]{\gamma}} + \frac{5(a^3 - 4ba + 8c)}{3\sqrt[3]{\gamma}}} + 3a^2 - 8b \right) \\ \cos \tilde{k}_4 h &= -\frac{a}{4} + \frac{1}{4} \left(\sqrt{3\sqrt[3]{\gamma} + 3a^2 - 8b + \frac{5(b^2 - 3ac + 12d)}{\sqrt[3]{\gamma}}} \right) + \\ &+ \frac{1}{5} \left(\sqrt{-\sqrt[3]{\gamma} + 3a^2 - 8b + \frac{2(b^2 - 3ac + 12d)}{\sqrt[3]{\gamma}} - \frac{5(a^3 - 4ba + 8c)}{3\sqrt[3]{\gamma}}} + 3a^2 - 8b \right) \end{aligned}$$

где

$$\gamma = \sqrt[3]{2b^3 - 9(ac + 8d)b + 27(c^2 + a^2d) + \sqrt{(2b^3 - 9(ac + 8d)b + 27(da^2 + c^2))^2 - 4(b^2 - 3ac + 12d)}} \quad (16)$$

a, b, c – элементы матрицы

Данные уравнения дисперсии получены с помощью математического пакета *Mathematic 4.0*.

Знание матрицы монодромии (матрицант одного периода неоднородности) позволяет в аналитической форме получить представление матрицанта произвольного периодически неоднородного слоя.

При наличии n периодов последовательность уравнений

$$\vec{u}_1 = T\vec{u}_0, \vec{u}_2 = T\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n = T\vec{u}_{n-1} \quad (17)$$

приводит к уравнению

$$\vec{u}_n = T^n \vec{u}_0 \quad (18)$$

Таким образом, вычисление матрицанта периодически неоднородного слоя, имеющего n периодов, связано с вычислением n – ой степени матрицы монодромии.

Введение важной для регулярных структур матрицы p (16) дает рекуррентное соотношение:

$$T^2 = 2pT - E \quad (19)$$

Последовательное применение (19) позволяет представить T_n в виде:

$$T^n = P_n(p)T - P_{n-1}(p) \quad (20)$$

где $P_n(p)$ – матричные полиномы Чебышева – Гегенбауэра.

Получены уравнения дисперсии упругих волн в однородных анизотропных слоях при различных граничных условиях: уравнение дисперсии упругих волн в анизотропном слое ромбической сингонии при жестком закреплении границ; уравнение дисперсии упругих волн в анизотропном слое в случае свободных границ и в случае свободно-жестких границ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С.К. Тлеуменов Метод матрицанта. Павлодар, НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004, 148 с.
2. Новацкий В. Теория упругости. - М.: Мир, 1986, 556 с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988, 552 с.
4. Тлеуменов С. К., Орынбасаров К. А. О матрицах фундаментальных решений уравнений динамики неоднородных анизотропных сред. Изв. АН Каз ССР, сер. физ.-мат., 1991, N 5, С. 87-91.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова,
г. Павлодар. Материал поступил в редакцию 15.08.2012 г.

Н.А. ИСПУЛОВ, А.К. СЕЙТХАНОВА, А.Б. ИСКАҚОВА
АНИЗОТРОПТЫ ОРТАЛАРДЫҢ РОМБЫЛЫҚ ЖӘНЕ
ГЕКСАГОНАЛДЫҚ КЛАСТАРДАҒЫ ТЕРМОСЕРПІМДІ ТОЛҚЫНДАРДЫҢ
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІҢ ЖҮЙЕСІН, МАТРИЦАНТ
ҚҰРЫЛЫМЫН ЖӘНЕ ДИСПЕРСИЯ ТЕҢДЕУЛЕРІН ҚҰРУ ТУРАЛЫ

N.A. ISPULOV, A.K. SEYTHANOVA, A.B. ISKAKOVA
ABOUT CREATION OF SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS,
STRUCTURES OF THE MATRICIANT AND THE EQUATIONS OF
DISPERSION OF THERMOELASTIC WAVES IN NON-ISOTROPIC
MEDIUMS RHOMBIC AND HEXAGONAL CLASSES

Түйіндеме

Термомеханикалық эффектiмен болатын серпiмдi орталарда толқындық процесстердiң заңдылықтарды зерттеу актуалдығы, геофизика, сейсмология, композиттік материалдардың механикасының теориялық және қолданбалы есептердi шешуiнде қажеттiлiгiмен байланысты. Байланысқан қозғалыс теңдеулерi мен жылуоткiзiшiлiк теңдеулерi физика–механикалық параметрлердiң күрделiгi мен көп болуымен ерекшеленедi. Осыған байланысты деформацияланатын қатты дене механикасының – термосерпiмдiлiк деген тарауы қарқынды дамып келедi. Осы бағыттың аясында анизотропты орталардың кейбiр физика–механикалық қасиеттерiн қолдана отырып, байланысқан жылулық және механикалық өрiстер зерттеледi.

Resume

The urgency of research of laws of wave processes in elastic environments with thermo mechanical effect is connected with necessity of the decision of theoretical and applied problems of geophysics, seismology, mechanics of composite materials etc. Connected equations of movement and the heat conductivity equation differ complexity and an abundance of physical–mechanical parameters. In this connection the section of mechanics of a deformable firm body, - thermo elasticity intensively develops. Within the limits of this direction, leaning against use of certain physical–mechanical properties anisotropic environments, the connected thermal and mechanical fields are studied.



Теруге 20.06.2012 ж. жіберілді. Басуға 28.06.2012 ж. қол қойылды.
Форматы 70x100 1/16. Кітап-журнал қағазы.
Көлемі шартты 7,9 б.т. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген А.Р. Тайлақова
Корректорлар: Б.Б. Әубәкірова, А. Елемесқызы, А.Р. Омарова
Тапсырыс № 1962

Сдано в набор 20.06.2012 г. Подписано в печать 28.06.2012 г.
Формат 70x100 1/16. Бумага книжно-журнальная.
Объем 7,9 ч.-изд. л. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка А.Р. Тайлақова
Корректоры: Б.Б. Аубақирова, А. Елемесқызы, А.Р. Омарова
Заказ № 1962

«КЕРЕКУ» баспасы
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
67-36-69
E-mail: publish@psu.kz
kereky@mail.ru