



С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік
 университетінің ғылыми журналы
 Научный журнал Павлодарского государственного
 университета имени С. Торайғырова

1997 ж. құрылған
 Основан в 1997 г.



İ Ì Ó
 ÕÀÁÀÐØ ÛÑÛ

ÂÃÑÒÍ ÈÊ Ì ÑÓ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

1-2 2012

ISSN 1811-1807. Вестник ПГУ

Научный журнал Павлодарского государственного университета
имени С. Торайгырова

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о постановке на учет средства массовой информации
№ 4533-Ж

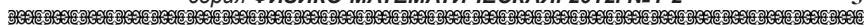
выдано Министерством культуры, информации и общественного согласия
Республики Казахстан
31 декабря 2003 года

Арын Е.М., д-р экон. наук, проф. (главный редактор)
Пфейфер Н.Э., д-р пед. наук, проф. (главный редактор)
Исинова К.С., канд. пед. наук, доцент (отв. секретарь)

Редакционная коллегия:

Ахметова Г.К., д-р пед. наук, проф.;
Булатбаева К.Н., д-р пед. наук, проф.;
Бурдина Е.И., д-р пед. наук, проф.;
Жуматаева Е.О., д-р пед. наук, проф.;
Каримова Р.Б., д-р псих. наук, проф.;
Кертаева Г.М., д-р пед. наук, проф.;
Лигай М.А., д-р пед. наук, проф.;
Менлибекова Г.Ж., д-р пед. наук, проф.;
Айтжанова Д.Н. (тех. редактор).

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели.
Мнение авторов публикаций не всегда совпадает с мнением редакции.
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов.
Рукописи и дискиеты не возвращаются.
При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник ПГУ» обязательна.



МАЗМҰНЫ

АЛЬЖАНОВ А.Б., ЖУКЕНОВ М.К. Магнитэлектрик-пьезоэлектрик құрылымдардағы электрмагниттік толқындардың таралуы туралы	9
СЕЙТХАНОВА А.Қ., ИСҚАҚОВА А.Б., ИСПУЛОВ Н.А. Термосерпімді жартылай кеністіктердің шекарасындағы байланысқан серпімді және жылулық толқындардың шағылуы туралы	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Толқындық процестерді зерттеуде «Mathematica» (КМЖ) компьютерлік математиканың жүйесі	22
ӘМРЕНОВА Г.Ж., ЕРТАЙ Е., ХАМИТОВ М.Х. Дифференциалдық теңдеудің оң периодты шешімі	27
ЖҰМАБАЕВ Д.С., АСАНОВА А.Т. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйелері үшін импульстік әсері туралы	32
АРИНОВ Е, СӘРСЕНБАЕВ Ж. Е. Иілімді біртекті емес тау-кен жыныстарының горизонтальді қуыс маңайындағы осесимметриялы серпімді-иілімді тұрақтылығының өртүрлі формадағы жазықты орнықтылығының бұзылуы	41
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСҚАҚОВА А.Б. Анизотропты орталардың ромбылық және гексагоналдық кластардағы термосерпімді толқындардың дифференциалдық теңдеулердің жүйесін, матрицант құрылымын және дисперсия теңдеулерін құру туралы	50
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.Қ. Біртекті изотропты ортадағы рәлей толқындардың таралуы туралы	58
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ. Пьезокристалдардағы таралатын электросерпімді толқындардың коэффициенттер матрицасы талдауы туралы	65
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., БЕЛЯЛОВА А.Б. 222 ромб сингониялы пьезокристалдағы электросерпімді толқындардың таралуы туралы	72
ТЛЕУКЕНОВ С.К., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСПУЛОВ Н.А. Анизотропты ортаның триклинды сингониядағы термосерпімді толқындардың таралуы туралы	78
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ЖҰКЕНОВ М.Қ. Изотропты және анизотропты диэлектрліктердің шекарасындағы электрмагниттік толқындардың шағылу және сыну коэффициенттері туралы	83
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ЗЕЙТОВА Ш.С. Анизотропты орталардың тетрагоналды сингонияның 422 классы үшін қозғалыс теңдеулері мен максвелл теңдеулердің фундаменталды шешулердің құрылымын құру	90

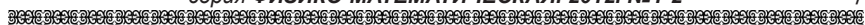
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., БЕЛЯЛОВА А.Б.

Анизотропты ортаның 422 тетрагоналды сингониядағы электросерпімді толқындардың дисперсия теңдеулері туралы	96
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К.	103
42'2' классына жататын анизотропты орта шекарасында ТМ электромагниттік толқынының шағылуы кезінде энергия ағындарының есептеуі.....	103
Наши авторы.....	151
Правила для авторов	154
Правила для авторов.....	156

СОДЕРЖАНИЕ

АЛЬЖАНОВ А.Б., ЖУКЕНОВ М.К. О распространении электроупругих волн в структуре магнитоэлектрик-пьезоэлектрик	9
СЕЙТХАНОВА А.К., ИСКАКОВА А.Б., ИСПУЛОВ Н.А. Об отражении связанных упругих и тепловых волн на границе анизотропных термоупругих полупространств.....	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Система компьютерной математики (СКМ) «Mathematica» при изучении волновых процессов.....	22
ӘМРЕНОВА Г.Ж., ЕРТАЙ Е., ХАМИТОВ М.Х. Дифференциалдық теңдеудің оң периодты шешімі	27
ДЖУМАБАЕВ Д.С., АСАНОВА А.Т. Об импульсном воздействии для систем гиперболических уравнений второго порядка	32
АРИНОВ Е., САРСЕНБАЕВ Ж.Е. О различных формах плоской потери устойчивости осесимметричного упругопластического равновесия пластического неоднородного массива горных пород	41
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСКАКОВА А.Б. О построении системы дифференциальных уравнений, структуры матрицанта и уравнений дисперсии термоупругих волн в анизотропных средах ромбической и гексагональной классов	50
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К. О распространении рэлеевских волн в неоднородной изотропной среде	58
ТЛЕУКЕНОВ С.К. Об анализе матриц коэффициентов электроупругих волн, распространяющихся в пьезокристаллах	65
ТЛЕУКЕНОВ С.К., БЕЛЯЛОВА А.Б. О распространении электроупругих волн в пьезокристаллах ромбической сингонии 222	72
ТЛЕУКЕНОВ С.К., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСПУЛОВ Н.А. О распространении термоупругих волн в анизотропной среде триклинной сингонии	78
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ЖУКЕНОВ М.К. О коэффициентах отражения и преломления электромагнитных волн на границе изотропного и анизотропного диэлектриков	83
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ЗЕЙТОВА Ш.С.	90
Построение структуры фундаментальных решений уравнений движения и уравнений максвелла в случае анизотропных сред тетрагональной сингонии класса 422.....	90

ТЛЕУКЕНОВ С.К., БЕЛЯЛОВА А.Б.	96
Об уравнениях дисперсии электроупругих волн в анизотропной среде тетрагональной сингонии 422	96
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К. Расчет потоков энергии при отражении электромагнитной ТМ волны от анизотропной среды класса 42'2'	103
Наши авторы	151
Правила для авторов	154
Правила для авторов	156



CONTENTS

ALZHANOV A.B., ZHUKENOV M.K. About propagation of electromagnetic waves in structure of magnitoelektrik-piezoelectric material	9
SEYTHANOVA A.K., ISKAKOVA A.B., ISPULOV N.A. About the reflection of the bound elastic and thermal waves on border of thermoelastic semispaces.....	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Application of a mathematical package «Mathematica» in studying of wave processes	22
AMRENOVA G.ZH., ERTAI E., KHAMITOV V.KH. The positive periodic solutions of differential equations	27
DHUMABAEV D.S., ASANOVA A.T. About impulse effect for system of hyperbolic equations of second order	32
ARINOV E., SARSENBAYEV ZH. Y. Various forms of flat loss of stability of asymmetric elastic-plastic equilibrium of plastic heterogeneous massif of rocks around horizontal PIT.....	41
ISPULOV N.A., SEYTHANOVA A.K., ISKAKOVA A.B. About creation of system of differential equations, structures of the matriciant and the equations of dispersion of thermoelastic waves in non-isotropic mediums rhombic and hexagonal classes	50
ISPULOV N.A., SEYTKHANOVA A.K. About propagation rayleigh waves in the non-uniform isotropic medium	58
TLEUKENOV S. About the analysis of matrixes of factors of the electroelastic waves extending in piezocrystals	65
TLEUKENOV S.K., BELYLOVA A.B. About propagation of electroelastic waves in rhombic singoniya's piezocrystals 222	72
TLEUKENOV S.K., SEYTKHANOVA A.K., ISPULOV N.A. About distribution of thermoelastic waves in triklinna singoniya's non-isotropic medium	78
TLEUKENOV S.K., ZHUKENOV M.K. Reflectivities and refractives of an electromagnetic waves on border of an isotropic dielectric and anisotropic of a dielectric	83
TLEUKENOV S.K., ZEITOVA SH. Creation of structure of fundamental solutions of equations of motion and maxwell's equations in case of tetragonal singoniya's non-isotropic mediums of the class 422	90
TLEUKENOV S.K., BELYLOVA A.B. About the equations of dispersion of electroelastic waves in tetragonal singony's non-isotropic medium 422	96

ТЛЕУКЕНОВ С.К., ДОСАНОВ Т.С., ЗХУКЕНОВ М. К.

Calculation of streams of energy at reflection electromagnetic
TM waves from the anisotropic environment of the class 42'2'

.....103

Наши авторы.....151

Правила для авторов154

Правила для авторов.....156

Для рассматриваемого случая матрица Р имеет следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & 0 & 0 & 0 & p_{37} & p_{38} & p_{39} & p_{310} \\ 0 & 0 & 0 & p_{33} & 0 & 0 & p_{47} & p_{48} & 0 & p_{410} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{55} & 0 & p_{57} & p_{58} & p_{59} & p_{510} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{55} & p_{67} & 0 & p_{69} & p_{610} \\ 0 & 0 & i p_{48} & i p_{38} & 0 & i p_{58} & p_{77} & 0 & p_{79} & p_{710} \\ 0 & 0 & i p_{47} & i p_{47} & i p_{67} & i p_{57} & 0 & p_{77} & p_{89} & p_{810} \\ 0 & 0 & i p_{410} & i p_{310} & i p_{610} & i p_{510} & p_{810} & p_{710} & p_{99} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i p_{39} & i p_{69} & i p_{59} & p_{89} & p_{79} & 0 & p_{99} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Условие (8) совместно с (10) приводит к системе уравнений:

$$\begin{aligned} p_{11} &= 0 \\ 4 + a^3 + b^2 + c &= d = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

где a, b, c, d – коэффициенты выражаемые через элементы матрицы Р.

Корни системы уравнений (17) выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} 1 &= p_{11} \\ 2 &= \frac{1}{12} (3a + 6) + \sqrt[3]{3(6a^2 + 16b + 2) + \sqrt[3]{4} \frac{4\sqrt[3]{2}(b^2 + 3(ac + 4d))}{1} + \frac{3(a^3 + 4ab + 8c)}{2}} \\ 3 &= \frac{1}{12} (3a + 6) + \sqrt[3]{3(6a^2 + 16b + 2) + \sqrt[3]{4} \frac{4\sqrt[3]{2}(b^2 + 3(ac + 4d))}{1} + \frac{3(a^3 + 4ab + 8c)}{2}} \\ 4 &= \frac{1}{12} (3a + 6) + \sqrt[3]{3(6a^2 + 16b + 2) + \sqrt[3]{4} \frac{4\sqrt[3]{2}(b^2 + 3(ac + 4d))}{1} + \frac{3(a^3 + 4ab + 8c)}{2}} \\ 5 &= \frac{1}{12} (3a + 6) + \sqrt[3]{3(6a^2 + 16b + 2) + \sqrt[3]{4} \frac{4\sqrt[3]{2}(b^2 + 3(ac + 4d))}{1} + \frac{3(a^3 + 4ab + 8c)}{2}} \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} 1 &= \sqrt[3]{2b^3 + 9acb + 72db + 27c^2 + 27a^2d + \sqrt{(2b^3 + 9acb + 72db + 27c^2 + 27a^2d)^2 - 4(b^2 + 3(ac + 4d))^3}} \\ 2 &= \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{1}{3\sqrt[3]{2}}} \frac{2b}{3} + \frac{\sqrt[3]{2}(b^2 + 3ac + 12d)}{3} \end{aligned}$$

Поскольку $\cos k_i h = \dots$, то из (12) следуют искомые уравнения дисперсии в явном аналитическом виде.

Последовательная подстановка численных значений в матрицы В, Т, Т-1, Р и корни системы уравнений (11) позволяет провести численный анализ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тлеукунов С.К., Зейтова Ш.С. Магнит-электрлік эффектiсi бар анизотропты ортада магниттi-серпiмдi толқындардың таралуы // «Механиканың және машинажасаудың өзектi мәселелерi» атты халықаралық ғылыми конференцияның материалдары, т.1, 330-333 б. Алматы, Қ.И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТУ, 17-19 маусым, 2005.

2. Тлеукунов С.К., Билялова А.Б. Распространение пьезоупругих волн в анизотропных средах с магнитоэлектрическим эффектом // Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиноведения», т.1, с. 326-329. Алматы, КазНТУ им. К.И. Сатпаева, 17-19 июня, 2005.

3. Тлеукунов С.К. Метод матрицанта. Павлодар, НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004, 151 с.

Подъяпольский Г.С. Отражение и преломление на границе двух сред в случае нежесткого контакта. Изв. АН СССР, Сер. Географическая, 1963, №4, с. 525-531.

4. Тлеукунов С.К. Об условиях контакта упругих сред с тонкой прослойкой. В кн. Математические вопросы теории распространения волн. Зап. научн. семин. ЛОМИ им. В.А. Стеклова АН СССР, т. 173, 1988, с. 163-166.

5. Тлеукунов С.К. О поглощении энергии и разрыве смещений на границах с нежесткими контактами. В кн. Математические вопросы теории распространения волн. Зап. научн. семин. ЛОМИ им. В.А. Стеклова АН СССР, т. 128, 1983, с. 166-171.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар. Материал поступил в редакцию 15.08.2012 г.

А.Б. АЛЪЖАНОВ, М.К. ЖУКЕНОВ
МАГНИТЭЛЕКТРИК-ПЬЕЗОЭЛЕКТРИК ҚҰРЫЛЫМДАРДАҒЫ
ЭЛЕКТРМАГНИТТІК ТӨЛҚЫНДАРДЫҢ ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ
A.B. ALZHANOV, M.K. ZHUKENOV
ABOUT PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN
STRUCTURE OF MAGNITOELEKTRIK-PIEZOELECTRIC MATERIAL

Түйіндеме

Берілген физика-механикалық қасиеттерге ие болатын жасанды материалдарды жасаудың бір бағыты көп қабатты гетероқұрылымдар болып табылады. Осындай орталарда табиғаты әртүрлі толқындардың таралу заңдылықтарын зерттеу акусто-оптоэлектроникада әртүрлі құралдар мен құрылғыларды құрастыру үшін ерекше қызығушылық тудырады. Мұнда табиғаты әртүрлі толқындардың гетероқұрылымдардағы әрекеттесуін, олардың өзара трансформациясын, генерация мүмкіншілігін, толқындық процестерді басқаруды және күшеюін зерттеу аса перспективті және кокейкесті болып табылады. Толқындардың өзара трансформациясына, механикалық (серпімді) энергияның электрмагниттік энергияға және керісінше түрлендірілуіне әкелетін физикалық орталар пьезоэлектрлік, пьезомагниттік, магнитстрикциялық және бірқатар басқа эффектілерге ие болады. Бір-біріне әсер етумен, табиғаты әртүрлі толқындарды генерациялаумен бірге өтетін анизотропты ортадағы толқындық процестерді талдауда бірқатар мәселелер пайда болады. Біріншіден кристалдық анизотропты ортаның серпімді, диэлектрлік, пьезосерпімді және басқа материалдық қасиеттерді қосатын физика-механикалық параметрлердің көп болуы. Екінші, аса маңызды мәселе, изотропты орта үшін әзірленген математикалық аппаратты және физикалық ұғымдарды қолдану мүмкіншілігінің жоқтығы. Осы жұмыста матрицанттың матрицалық әдісі негізінде, жұқа қабаттардан тұратын, пьезоэлектрлік және магнитэлектрлік эффектілерге ие болатын гетероқұрылымдар қарастырылады. Аналитикалық түрде толқындар дисперсиясының теңдеулері алынған.

Resume

One of directions of creation of artificial materials with the set physico-mechanical properties is multilayered heterostructures. Research of laws of distribution of waves of the various nature in similar environments represents special interest for designing of various devices in akusto-optoelectronics. Thus the most perspective and actual is studying of interaction of waves of the various nature in heterostructures, their mutual transformation, possibility of generation, strengthening and management of wave processes. The physical environments leading to mutual transformation, transformation of mechanical (elastic) energy in electromagnetic and back, possess piezoelectric, piezomagnetic, magnetostrictive and a number of other effects. The analysis of wave processes in the anisotropic environments accompanied by interference, generation of waves of the various nature is connected with a number of serious problems. First, this abundance of the physico-mechanical

parameters, including elastic, dielectric, piezoelectric and other material properties of crystal anisotropic environments. Second, deeper problem, the basic impossibility of application of a mathematical apparatus and physical concepts developed for isotropic environments is. In the given work on the basis of a matrix method of matrixer the heterostructure consisting of thin layers, possessing piezoelectric and magnetoelectric effects is considered. The equations of a dispersion of waves in an analytical kind are received.

УДК 539.3:534.2

**А.К. СЕЙТХАНОВА, А.Б. ИСКАКОВА, Н.А. ИСПУЛОВ
ОБ ОТРАЖЕНИИ СВЯЗАННЫХ УПРУГИХ И
ТЕПЛОВЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ АНИЗОТРОПНЫХ
ТЕРМОУПРУГИХ ПОЛУПРОСТРАНСТВ**

Матрица коэффициентов B в случае распространения термоупругой волны в анизотропной среде тетрагональной сингонии классов $4, \bar{4}, 4/m$ в одномерном случае ($m=0, n=0$) [1]:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega b_{17} & b_{87} & 0 \end{pmatrix}; \quad (1)$$

Компоненты матрицы коэффициентов (1) имеют вид:

$$b_{12} = \frac{1}{c_{33}}, \quad b_{17} = \frac{(2\beta_{13} + \beta_{33})}{c_{33}}, \quad b_{21} = -\omega^2 \rho,$$

$$b_{87} = -i\omega \left(\frac{\beta_{33}^2}{c_{11}} + \frac{c_{\varepsilon}}{T_0} \right), \quad b_{78} = -\frac{1}{\lambda_{33}}.$$

Во втором приближении имеем

$$P_{(2)} = E + \frac{B^2}{2} h^2; \quad (2)$$

где E – единичная матрица,
 B – матрица коэффициентов,
 h – период неоднородности.

$$P_{(2)} = \frac{h^2}{2} \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega b_{17} & b_{87} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega b_{17} & b_{87} & 0 \end{pmatrix} + E =$$

$$= \begin{pmatrix} P_1 & 0 & 0 & P_{14} \\ 0 & P_1 & P_{23} & 0 \\ 0 & -i\omega P_{14} & P_2 & 0 \\ -i\omega P_{23} & 0 & 0 & P_2 \end{pmatrix}; \quad (3)$$

Компоненты матрицы коэффициентов (3) имеют вид:

$$P_1 = 1 + \frac{1}{2} h^2 b_{12} b_{21}; \quad P_{14} = \frac{1}{2} h^2 b_{17} b_{78};$$

$$P_{23} = \frac{1}{2} h^2 b_{17} b_{21}; \quad P_2 = 1 + \frac{1}{2} h^2 b_{78} b_{87};$$

В связи с широким применением периодически неоднородные среды являются одним из важных классов неоднородных сред. Структура фундаментальных решений дает возможность определить самые общие уравнения дисперсии термоупругих волн в периодически неоднородных средах.

Условием существования нетривиальных решений для определения волновых чисел, является равенство следующего определителя [2]:

$$\det|P_{(2)} - \lambda E| = 0; \quad (4)$$

Корни характеристического уравнения имеют вид:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{b_{12} b_{21}}{2} + \frac{b_{78} b_{87}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{b_{12}^2 b_{21}^2 - 2b_{12} b_{21} b_{78} b_{87} + b_{78}^2 b_{87}^2 - 4i\omega b_{17}^2 b_{21} b_{78}}};$$

$$\lambda_2 = -\sqrt{\frac{b_{12} b_{21}}{2} + \frac{b_{78} b_{87}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{b_{12}^2 b_{21}^2 - 2b_{12} b_{21} b_{78} b_{87} + b_{78}^2 b_{87}^2 - 4i\omega b_{17}^2 b_{21} b_{78}}}; \quad (5)$$

$$\lambda_3 = \sqrt{\frac{b_{12} b_{21} + b_{78} b_{87} - \sqrt{b_{12}^2 b_{21}^2 - 2b_{12} b_{21} b_{78} b_{87} + b_{78}^2 b_{87}^2 - 4i\omega b_{17}^2 b_{21} b_{78}}}{2}};$$

$$\lambda_4 = -\sqrt{\frac{b_{12}b_{21} + b_{78}b_{87} - \sqrt{b_{12}^2b_{21}^2 - 2b_{12}b_{21}b_{78}b_{87} + b_{78}^2b_{87}^2} - 4i\omega b_{17}^2b_{21}b_{78}}{2}};$$

Абсолютным значением волновых векторов упругой и тепловой волны второй среды k и χ равны:

$$k = \sqrt{\frac{1}{2}(-b_{12}b_{21} - \sqrt{(b_{12}b_{21} - b_{78}b_{87})^2 - 4i\omega b_{17}^2b_{21}b_{78}})}; \quad (6)$$

$$\chi = \sqrt{\frac{1}{2}(-b_{12}b_{21} + \sqrt{(b_{12}b_{21} - b_{78}b_{87})^2 - 4i\omega b_{17}^2b_{21}b_{78}})};$$

Матрица Π имеет вид:

$$\Pi = \frac{1}{\tilde{p}_1 - \tilde{p}_2} (P_{(2)} - \frac{1}{2}(\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2)E); \quad (7)$$

В матричном виде уравнение (7) примет вид:

$$\Pi = \begin{pmatrix} \Pi_1 & 0 & 0 & \Pi_{14} \\ 0 & \Pi_1 & \Pi_{23} & 0 \\ 0 & -i\omega\Pi_{14} & -\Pi_1 & 0 \\ -i\omega\Pi_{23} & 0 & 0 & -\Pi_1 \end{pmatrix}; \quad (7)'$$

Компоненты матрицы коэффициентов (7)' имеют вид:

$$\Pi_1 = \frac{b_{12}b_{21} - b_{78}b_{87}}{2(\chi^2 - k^2)}; \quad \Pi_{14} = \frac{b_{17}b_{78}}{\chi^2 - k^2}; \quad \Pi_{23} = \frac{b_{17}b_{21}}{\chi^2 - k^2};$$

В рамках метода матрицанта усредненный матрицант, описывающий распространение связанных гармонических термоупругих волн в анизотропных средах с термомеханическим эффектом имеет вид [2]:

$$T_{\text{уср}}^{\pm} = \left(\pi + \frac{1}{2}E\right) \left(E \cos kz \pm \frac{B}{k} \sin kz\right) - \left(\pi - \frac{1}{2}E\right) \left(E \cos \chi z \pm \frac{B}{\chi} \sin \chi z\right) \quad (8)$$

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W} \quad \vec{W} = (U_z, \sigma_{zz}, U_x, \sigma_{xz}, U_y, \sigma_{yz}, \theta, q_z)$$

где

$$\cos kz = \frac{e^{ikz} + e^{-ikz}}{2}; \quad \sin kz = \frac{e^{ikz} - e^{-ikz}}{2}; \quad (9)$$

С учетом (9) и принимая, что физический смысл имеет $e^{-ik(\chi z)}$ (8) запишется в виде:

$$T = \left(\Pi + \frac{1}{2}E\right) \frac{1}{2} \left(Ee^{-ikz} - \frac{B}{ik}e^{-ikz}\right) - \left(\Pi - \frac{1}{2}E\right) \frac{1}{2} \left(Ee^{-i\chi z} - \frac{B}{\chi}e^{-i\chi z}\right); \quad (10)$$

Усредненный матрицант T_0^+ в этом случае для термоупругой среды примет вид:

$$T_0^+ = \left(\Pi + \frac{1}{2}E\right)\left(E - \frac{B}{ik}\right) - \left(\Pi - \frac{1}{2}E\right)\left(E - \frac{B}{i\chi}\right); \quad (11)$$

Структура матрицанта (11) примет вид:

$$T_0^\pm = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & t_{12} & t_{13} & 0 \\ t_{21} & 1 & 0 & t_{24} \\ t_{31} & 0 & 1 & t_{34} \\ 0 & t_{42} & t_{43} & 1 \end{pmatrix}; \quad (12)$$

где

$$t_{12} = -b_{12}b_{78}b_{87} - i\omega b_{17}^2b_{78} + \sqrt{b_{21}b_{78}(b_{12}b_{87} + i\omega b_{17}^2)};$$

$$t_{13} = b_{17}\sqrt{b_{21}b_{78}(b_{12}b_{87} + i\omega b_{17}^2)};$$

$$t_{21} = -b_{21}b_{78}b_{87} + \sqrt{b_{21}b_{78}(b_{12}b_{87} + i\omega b_{17}^2)};$$

$$t_{24} = b_{17}b_{21}b_{78};$$

$$t_{31} = -i\omega b_{17}b_{21}b_{78};$$

$$t_{34} = -b_{12}b_{21}b_{78} + \sqrt{b_{21}b_{78}(b_{12}b_{87} + i\omega b_{17}^2)};$$

$$t_{42} = -i\omega b_{17}\sqrt{b_{21}b_{78}(b_{12}b_{87} + i\omega b_{17}^2)};$$

$$t_{43} = -b_{12}b_{21}b_{87} - i\omega b_{17}^2b_{21} + \sqrt{b_{21}b_{78}(b_{12}b_{87} + i\omega b_{17}^2)};$$

При $z=0$ усредненный матрицант (11) может быть записан в виде:

$$T_0^\pm = \frac{1}{2}E \mp R; \quad (13)$$

Матрица R имеет вид:

$$R = \frac{1}{2i} \begin{pmatrix} k - \chi \\ k\chi \end{pmatrix} \pi B - \frac{1}{4i} \begin{pmatrix} k + \chi \\ k\chi \end{pmatrix} B \quad (14)$$

где

$$R = \begin{pmatrix} 0 & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & 0 & 0 & r_{24} \\ -i\omega r_{24} & 0 & 0 & r_{34} \\ 0 & -i\omega r_{13} & r_{43} & 0 \end{pmatrix}; \quad (15)$$

Компоненты матрицы (15) получены в виде:

$$\begin{aligned} r_{12} &= -i\omega b_{17}^2 b_{78} + b_{12}(-b_{78} b_{87} + \sqrt{b_{21} b_{78} (i\omega b_{17}^2 + b_{12} b_{87})}); \\ r_{13} &= b_{17} \sqrt{b_{21} b_{78} (i\omega b_{17}^2 + b_{12} b_{87})}; \\ r_{21} &= b_{21}(-b_{78} b_{87} + \sqrt{b_{21} b_{78} (i\omega b_{17}^2 + b_{12} b_{87})}); \\ r_{24} &= b_{17} b_{21} b_{78}; \\ r_{34} &= b_{78}(-b_{12} b_{21} + \sqrt{b_{21} b_{78} (i\omega b_{17}^2 + b_{12} b_{87})}); \\ r_{43} &= -i\omega b_{17}^2 b_{21} + b_{87}(-b_{12} b_{21} + \sqrt{b_{21} b_{78} (i\omega b_{17}^2 + b_{12} b_{87})}); \end{aligned}$$

Полагая: \vec{U}_P - поле падающих волн, \vec{U}_R - поле отраженных волн и \vec{U}_t - поле преломленных волн, на основе [3]

$$\vec{U}_P + \vec{U}_R = \vec{U}_t \quad (16)$$

имеем:

$$T_0^P \vec{U}_P + T_0^R \vec{U}_R = T_0^t \vec{U}_t \text{ при } z = 0$$

или

$$\left(\frac{1}{2}E - R_0\right)\vec{U}_P + \left(\frac{1}{2}E + R_0\right)\vec{U}_R = \left(\frac{1}{2}E - R_t\right)\vec{U}_t \quad (17)$$

Учитывая непрерывность полей на контакте сред (16), получим:

$$R_0 \vec{U}_P - R_0 \vec{U}_R = R_t \vec{U}_t \quad (18)$$

С учетом (16) выражение (18) есть искоемое граничное условие для векторов $\vec{U}_P, \vec{U}_R, \vec{U}_t$ в матричной форме.

В (16) и (18) неизвестны вектора \vec{U}_R и \vec{U}_t . Подстановка (16) в (18) дает уравнение:

$$(R_0 + R_t)\vec{U}_R = (R_0 - R_t)\vec{U}_P$$

откуда следует представление для отраженных волн:

$$\vec{U}_R = (R_0 + R_t)^{-1} (R_0 - R_t) \vec{U}_0$$

Поле преломленных волн \vec{U}_t определяется формулой (16).

Пусть

$$R_0 + R_t = Q_l \quad R_0 - R_t = Q_2 \quad (19)$$

Тогда

$$\vec{U}_R = (Q)^{-1} (Q) \vec{U}_P \quad (20)$$

Элементы матриц Q^+ и Q определяются как

$$\tau_{ij}^+ = r_{ij}^0 + r_{ij}^t, \quad \tau_{ij}^- = r_{ij}^0 - r_{ij}^t; \quad (21)$$

Поле отраженных волн:

$$\vec{U}_R = G \vec{U}_P; \quad (22)$$

Из (16):

$$\vec{U}_R = \vec{U}_t - \vec{U}_P; \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22) получим поле преломленных волн [4]:

$$\vec{U}_t = (G + E) \vec{U}_P; \quad (24)$$

где

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 & g_{14} \\ 0 & g_{22} & g_{23} & 0 \\ 0 & g_{32} & g_{33} & 0 \\ g_{41} & 0 & 0 & g_{44} \end{pmatrix}; \quad (25)$$

элементы матрицы G получены в виде:

$$\begin{aligned} g_{11} &= -1 + \frac{2b_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34})}{b_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34}) + ak(i\omega\chi r_{24}^2 + r_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34}))}; \\ g_{14} &= -\frac{2ab_{78}kr_{24}}{b_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34}) + ak(i\omega\chi r_{24}^2 + r_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34}))}; \\ g_{22} &= -1 + \frac{2b_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43})}{b_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43}) + ak(i\omega\chi r_{13}^2 + r_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43}))}; \\ g_{23} &= -\frac{2ab_{87}kr_{13}}{b_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43}) + ak(i\omega\chi r_{13}^2 + r_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43}))}; \end{aligned}$$

$$g_{32} = \frac{2i\omega b_{12}\chi r_{13}}{b_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43}) + ak(i\omega\chi r_{13}^2 + r_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43}))};$$

$$g_{33} = -1 + \frac{2b_{87}(b_{12} + akr_{12})}{b_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43}) + ak(i\omega\chi r_{13}^2 + r_{12}(b_{87} + \alpha\chi r_{43}))};$$

$$g_{41} = \frac{2i\omega b_{21}\chi r_{24}}{b_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34}) + ak(i\omega\chi r_{24}^2 + r_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34}))};$$

$$g_{44} = -1 + \frac{2b_{78}(b_{21} + akr_{21})}{b_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34}) + ak(i\omega\chi r_{24}^2 + r_{21}(b_{78} + \alpha\chi r_{34}))};$$

Поскольку

$$\vec{U}_R = (U_{zR}, \sigma_{zR}, \theta_R, q_{zR})$$

$$\vec{U}_t = (U_{zt}, \sigma_{zt}, \theta_t, q_{zt}) \quad (26)$$

полагая

$$\vec{U}_P = (U_{zP}, \sigma_{zP}, 0, 0) \quad (27)$$

Подставляя в уравнение (22), получим поле отраженных волн:

$$\begin{pmatrix} U_{zR} \\ \sigma_{zR} \\ \theta_R \\ q_{zR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 & g_{14} \\ 0 & g_{22} & g_{23} & 0 \\ 0 & g_{32} & g_{33} & 0 \\ g_{41} & 0 & 0 & g_{44} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_{zP} \\ \sigma_{zP} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (28)$$

$$U_{zR} = g_{11}U_{zP}; \quad \sigma_{zR} = g_{22}\sigma_{zP};$$

$$\theta_R = g_{32}\sigma_{zP}; \quad q_{zR} = g_{41}U_{zP};$$

Подставляя в уравнение (24) получим поле преломленных волн:

$$\begin{pmatrix} U_{zt} \\ \sigma_{zt} \\ \theta_t \\ q_{zt} \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 & g_{14} \\ 0 & g_{22} & g_{23} & 0 \\ 0 & g_{32} & g_{33} & 0 \\ g_{41} & 0 & 0 & g_{44} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] * \begin{pmatrix} U_{zP} \\ \sigma_{zP} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (29)$$

$$U_{zt} = (1 + g_{11})U_{zP}; \quad \sigma_{zt} = (1 + g_{22})\sigma_{zP};$$

$$\theta_t = g_{32}\sigma_{zP}; \quad q_{zt} = g_{41}U_{zP};$$

Таким образом, работа посвящена приложению матричного метода матрицанта к изучению распространения связанных упругих и тепловых волн в анизотропной среде. В работе аналитически решена задача отражения-преломления упругой волны на границе термоупругого пространства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С.К. Тлеукунов, М.К. Кудерин, В.А. Козионов, Н.А. Испулов Е.К. Баяубаев, А.К. Сейтханова Динамические и термодинамические процессы в скальных грунтах и строительных конструкциях. Монография под ред. академика АЕН, д.ф.-м.н., профессора С.К. Тлеукунова.- Павлодар, 2006.

2. С.К. Тлеукунов Метод матрицанта. Павлодар, НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004, 148 с.

3. С.К. Тлеукунов, А.К. Сейтханова, М.Н. Ильясов, К.Р. Досумбеков О матричной формулировке задачи отражения и преломления термоупругих волн // Материалы международной научной конференции «Вторые Ержановские чтения», г. Актобе, 2007 г.

4. С.К. Тлеукунов, А.К. Сейтханова, К.Р. Досумбеков О коэффициентах отражения и преломления упругих и термоупругих волн // Материалы международной научной конференции «Вторые Ержановские чтения», г. Актобе, 2007 г.

5. Новацкий В. Теория упругости. - М.: Мир, 1986, 556 с.

6. Ш.М. Айтиалиев, С.К. Тлеукунов, А.К. Сейтханова / 4 класты тетрагоналды сингониялы анизотропты ортада термосерпімді толқындардың таралуы туралы. Вестник КазНПУ им. Абая, Серия механика, физика, информатика, Алматы, 2007.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар. Материал поступил в редакцию 15.08.2012 г.

А.К. СЕЙТХАНОВА, А.Б. ИСҚАҚОВА, Н.А. ИСПУЛОВ
ТЕРМОСЕРПІМДІ ЖАРТЫЛАЙ КЕНІСТІКТЕРДІҢ
ШЕКАРАСЫНДАҒЫ БАЙЛАНЫСҚАН СЕРПІМДІ ЖӘНЕ ЖЫЛУЛЫҚ
ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ШАҒЫЛУ ТУРАЛЫ

A.K. SEYTHANOVA, A.B. ISKAKOVA, N.A. ISPULOV
ABOUT THE REFLECTION OF THE BOUND ELASTIC AND THERMAL
WAVES ON BORDER OF THERMOELASTIC SEMISPACES

Түйіндеме

Термомеханикалық эффектімен болатын серпімді орталарда толқындық процестердің заңдылықтарды зерттеу актуалдығы, геофизика, сейсмология, композиттік материалдардың

механикасының теориялық және қолданбалы есептерді шешуінде қажеттілігімен байланысты. Байланысқан қозғалыс теңдеулері мен жылуоткізгіштік теңдеулері физика–механикалық параметрлердің күрделілігі мен көп болуымен ерекшеленеді. Осыған байланысты деформацияланатын қатты дене механикасының – термосерпімділік деген тарауы қарқынды дамып келеді. Осы бағыттың аясында анизотропты орталардың кейбір физика–механикалық қасиеттерін қолдана отырып, байланысқан жылулық және механикалық өрістер зерттеледі. Берілген мақалада, матрицант әдісі негізінде, 4-ші ретті коэффициенттер матриалары үшін, біртекті анизотропты термосерпімді орталардың шекарасындағы толқындардың шағылу–сыну есебі қарастырылған.

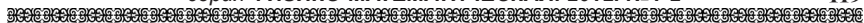
Resume

The urgency of research of laws of wave processes in elastic environments with thermo mechanical effect is connected with necessity of the decision of theoretical and applied problems of geophysics, seismology, mechanics of composite materials etc. Connected equations of movement and the heat conductivity equation differ complexity and an abundance of physical–mechanical parameters. In this connection the section of mechanics of a deformable firm body, - thermo elasticity intensively develops. Within the limits of this direction, leaning against use of certain physical–mechanical properties anisotropic environments, the connected thermal and mechanical fields are studied. In given article, on the basis of a method matrizant, the decision of a problem of reflexion-refraction of waves on border of homogeneous anisotropic thermoelastic environments, for a case of matrixes of factors of 4th order is received.

УДК 517.9-518.6

А.Б. АЛЖАНОВ, К.Р. ДОСУМБЕКОВ СИСТЕМА КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ (СКМ) «МАТЕМАТИКА» ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

«Mathematica 4.0» – универсальный математический пакет, предназначенный для аналитических и численных расчетов. Система «Mathematica» имеет большое количество функций, многофункциональный язык программирования, удобный интерфейс, текстовый редактор. Данный



Теруге 20.06.2012 ж. жіберілді. Басуға 28.06.2012 ж. қол қойылды.
Форматы 70x100 1/16. Кітап-журнал қағазы.
Көлемі шартты 7,9 б.т. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген А.Р. Тайлақова
Корректорлар: Б.Б. Әубәкірова, А. Елемесқызы, А.Р. Омарова
Тапсырыс № 1962

Сдано в набор 20.06.2012 г. Подписано в печать 28.06.2012 г.
Формат 70x100 1/16. Бумага книжно-журнальная.
Объем 7,9 ч.-изд. л. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка А.Р. Тайлақова
Корректоры: Б.Б. Аубақирова, А. Елемесқызы, А.Р. Омарова
Заказ № 1962

«КЕРЕКУ» баспасы
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
67-36-69
E-mail: publish@psu.kz
kereky@mail.ru