



С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік  
 университетінің ғылыми журналы  
 Научный журнал Павлодарского государственного  
 университета имени С. Торайғырова

1997 ж. құрылған  
 Основан в 1997 г.



İ Ì Ó  
 ÕÀÁÀÐØ ÛÑÛ

ÂÃÑÒÍ ÈÊ Ì ÑÓ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

**1-2** 2012

**ISSN 1811-1807. Вестник ПГУ**

Научный журнал Павлодарского государственного университета  
имени С. Торайгырова

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о постановке на учет средства массовой информации  
№ 4533-Ж

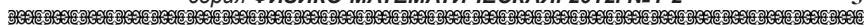
выдано Министерством культуры, информации и общественного согласия  
Республики Казахстан  
31 декабря 2003 года

Арын Е.М., д-р экон. наук, проф. (главный редактор)  
Пфейфер Н.Э., д-р пед. наук, проф. (главный редактор)  
Исинова К.С., канд. пед. наук, доцент (отв. секретарь)

**Редакционная коллегия:**

Ахметова Г.К., д-р пед. наук, проф.;  
Булатбаева К.Н., д-р пед. наук, проф.;  
Бурдина Е.И., д-р пед. наук, проф.;  
Жуматаева Е.О., д-р пед. наук, проф.;  
Каримова Р.Б., д-р псих. наук, проф.;  
Кертаева Г.М., д-р пед. наук, проф.;  
Лигай М.А., д-р пед. наук, проф.;  
Менлибекова Г.Ж., д-р пед. наук, проф.;  
Айтжанова Д.Н. (тех. редактор).

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели.  
Мнение авторов публикаций не всегда совпадает с мнением редакции.  
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов.  
Рукописи и дискиеты не возвращаются.  
При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник ПГУ» обязательна.



## МАЗМҰНЫ

АЛЬЖАНОВ А.Б., ЖУКЕНОВ М.К. Магнитэлектрик-пьезоэлектрик құрылымдардағы электрмагниттік толқындардың таралуы туралы .....	9
СЕЙТХАНОВА А.Қ., ИСҚАҚОВА А.Б., ИСПУЛОВ Н.А. Термосерпимді жартылай кеністіктердің шекарасындағы байланысқан серпимді және жылулық толқындардың шағылу туралы .....	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Толқындық процестерді зерттеуде «Mathematica» (КМЖ) компьютерлік математиканың жүйесі .....	22
ӘМРЕНОВА Г.Ж., ЕРТАЙ Е., ХАМИТОВ М.Х. Дифференциалдық теңдеудің оң периодты шешімі .....	27
ЖҰМАБАЕВ Д.С., АСАНОВА А.Т. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйелері үшін импульстік әсері туралы .....	32
АРИНОВ Е, СӘРСЕНБАЕВ Ж. Е. Иілімді біртекті емес тау-кен жыныстарының горизонтальді қуыс маңайындағы осесимметриялы серпимді-иілімді тұрақтылығының өртүрлі формадағы жазықты орнықтылығының бұзылуы .....	41
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСҚАҚОВА А.Б. Анизотропты орталардың ромбылық және гексагоналдық кластардағы термосерпимді толқындардың дифференциалдық теңдеулердің жүйесін, матрицант құрылымын және дисперсия теңдеулерін құру туралы .....	50
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.Қ. Біртекті изотропты ортадағы рәлей толқындардың таралуы туралы .....	58
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ. Пьезокристалдардағы таралатын электросерпимді толқындардың коэффициенттер матрицасы талдауы туралы .....	65
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., БЕЛЯЛОВА А.Б. 222 ромб сингониялы пьезокристалдағы электросерпимді толқындардың таралу туралы .....	72
ТЛЕУКЕНОВ С.К., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСПУЛОВ Н.А. Анизотропты ортаның триклинды сингониядағы термосерпимді толқындардың таралуы туралы .....	78
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ЖҰКЕНОВ М.Қ. Изотропты және анизотропты диэлектрліктердің шекарасындағы электрмагниттік толқындардың шағылу және сыну коэффициенттері туралы .....	83
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ЗЕЙТОВА Ш.С. Анизотропты орталардың тетрагоналды сингонияның 422 классы үшін қозғалыс теңдеулері мен максвелл теңдеулердің фундаменталды шешулердің құрылымын құру .....	90

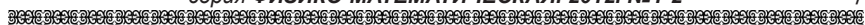
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., БЕЛЯЛОВА А.Б.

Анизотропты ортаның 422 тетрагоналды сингониядағы электросерпімді толқындардың дисперсия теңдеулері туралы .....	96
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К. ....	103
42'2' классына жататын анизотропты орта шекарасында ТМ электромагниттік толқынының шағылуы кезінде энергия ағындарының есептеуі.....	103
Наши авторы.....	151
Правила для авторов .....	154
Правила для авторов.....	156

## СОДЕРЖАНИЕ

АЛЬЖАНОВ А.Б., ЖУКЕНОВ М.К. О распространении электроупругих волн в структуре магнитоэлектрик-пьезоэлектрик .....	9
СЕЙТХАНОВА А.К., ИСКАКОВА А.Б., ИСПУЛОВ Н.А. Об отражении связанных упругих и тепловых волн на границе анизотропных термоупругих полупространств.....	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Система компьютерной математики (СКМ) «Mathematica» при изучении волновых процессов.....	22
ӘМРЕНОВА Г.Ж., ЕРТАЙ Е., ХАМИТОВ М.Х. Дифференциалдық теңдеудің оң периодты шешімі .....	27
ДЖУМАБАЕВ Д.С., АСАНОВА А.Т. Об импульсном воздействии для систем гиперболических уравнений второго порядка .....	32
АРИНОВ Е., САРСЕНБАЕВ Ж.Е. О различных формах плоской потери устойчивости осесимметричного упругопластического равновесия пластического неоднородного массива горных пород .....	41
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСКАКОВА А.Б. О построении системы дифференциальных уравнений, структуры матрицанта и уравнений дисперсии термоупругих волн в анизотропных средах ромбической и гексагональной классов .....	50
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К. О распространении рэлеевских волн в неоднородной изотропной среде .....	58
ТЛЕУКЕНОВ С.К. Об анализе матриц коэффициентов электроупругих волн, распространяющихся в пьезокристаллах .....	65
ТЛЕУКЕНОВ С.К., БЕЛЯЛОВА А.Б. О распространении электроупругих волн в пьезокристаллах ромбической сингонии 222 .....	72
ТЛЕУКЕНОВ С.К., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСПУЛОВ Н.А. О распространении термоупругих волн в анизотропной среде триклинной сингонии .....	78
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ЖУКЕНОВ М.К. О коэффициентах отражения и преломления электромагнитных волн на границе изотропного и анизотропного диэлектриков .....	83
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ЗЕЙТОВА Ш.С. ....	90
Построение структуры фундаментальных решений уравнений движения и уравнений максвелла в случае анизотропных сред тетрагональной сингонии класса 422.....	90

ТЛЕУКЕНОВ С.К., БЕЛЯЛОВА А.Б. ....	96
Об уравнениях дисперсии электроупругих волн в анизотропной среде тетрагональной сингонии 422 .....	96
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К. Расчет потоков энергии при отражении электромагнитной ТМ волны от анизотропной среды класса 42'2' .....	103
Наши авторы .....	151
Правила для авторов .....	154
Правила для авторов .....	156



## CONTENTS

ALZHANOV A.B., ZHUKENOV M.K. About propagation of electromagnetic waves in structure of magnitoelektrik-piezoelectric material .....	9
SEYTHANOVA A.K., ISKAKOVA A.B., ISPULOV N.A. About the reflection of the bound elastic and thermal waves on border of thermoelastic semispaces.....	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Application of a mathematical package «Mathematica» in studying of wave processes .....	22
AMRENOVA G.ZH., ERTAI E., KHAMITOV V.KH. The positive periodic solutions of differential equations .....	27
DHUMABAEV D.S., ASANOVA A.T. About impulse effect for system of hyperbolic equations of second order .....	32
ARINOV E., SARSENBAYEV ZH. Y. Various forms of flat loss of stability of asymmetric elastic-plastic equilibrium of plastic heterogeneous massif of rocks around horizontal PIT.....	41
ISPULOV N.A., SEYTHANOVA A.K., ISKAKOVA A.B. About creation of system of differential equations, structures of the matriciant and the equations of dispersion of thermoelastic waves in non-isotropic mediums rhombic and hexagonal classes .....	50
ISPULOV N.A., SEYTKHANOVA A.K. About propagation rayleigh waves in the non-uniform isotropic medium .....	58
TLEUKENOV S. About the analysis of matrixes of factors of the electroelastic waves extending in piezocrystals .....	65
TLEUKENOV S.K., BELYLOVA A.B. About propagation of electroelastic waves in rhombic singoniya's piezocrystals 222 .....	72
TLEUKENOV S.K., SEYTKHANOVA A.K., ISPULOV N.A. About distribution of thermoelastic waves in triklinna singoniya's non-isotropic medium .....	78
TLEUKENOV S.K., ZHUKENOV M.K. Reflectivities and refractives of an electromagnetic waves on border of an isotropic dielectric and anisotropic of a dielectric .....	83
TLEUKENOV S.K., ZEITOVA SH. Creation of structure of fundamental solutions of equations of motion and maxwell's equations in case of tetragonal singoniya's non-isotropic mediums of the class 422 .....	90
TLEUKENOV S.K., BELYLOVA A.B. About the equations of dispersion of electroelastic waves in tetragonal singony's non-isotropic medium 422 .....	96

ТЛЕУКЕНОВ С.К., ДОСАНОВ Т.С., ЗХУКЕНОВ М. К.

Calculation of streams of energy at reflection electromagnetic

TM waves from the anisotropic environment of the class 42'2' .....103

Наши авторы .....151

Правила для авторов .....154

Правила для авторов.....156



## Н.А. ИСПУЛОВ, А.К. СЕЙТХАНОВА О РАСПРОСТРАНЕНИИ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Физика поверхностных акустических волн составляет основу новой, развивающейся области прикладной физики и техники, объединяющей такие различные дисциплины, как неразрушающий контроль, сейсмология и обработка сигналов в электронных системах.

Чрезвычайно низкая скорость распространения и, следовательно, очень малая длина волны акустических (ультразвуковых) волн позволяют очень просто осуществлять с их помощью те операции, которые было весьма трудно выполнить при любой другой технологии. Быстрое развитие физики и техники ПАВ обусловлено объединением усилий специалистов по теории упругости, физики твердого тела и радиотехнике. Благодаря этому было обеспечено быстрое изучение акустических волн этого типа и достигнут значительный успех в соответствующих инженерных разработках [1]. Методом исследования является аналитический метод матрицанта, разработанный профессором С.К. Тлеукиевым и его учениками [2].

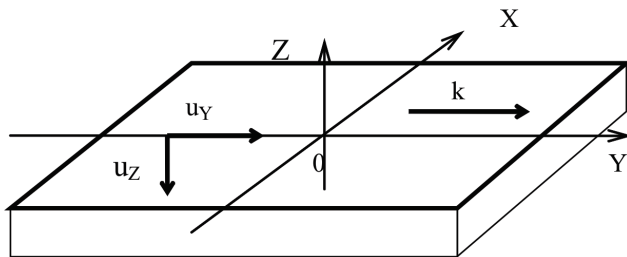


Рисунок 1 – Система координат к вопросу о распространении рэлеевской волны

При распространении рэлеевских волн в неоднородной изотропной среде в плоскости  $yz$  (при наличии неоднородности вдоль оси  $z$ ) система дифференциальных уравнений 1-го порядка имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dU_z}{dz} &= \frac{1}{\lambda + 2\mu} \sigma_{zz} + ik_y \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} U_y \\ \frac{d\sigma_{zz}}{dz} &= -\rho\omega^2 U_z + ik_y \sigma_{yz} \\ \frac{dU_y}{dz} &= \frac{1}{\mu} \sigma_{yz} + ik_y U_z \\ \frac{d\sigma_{yz}}{dz} &= ik_y \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \sigma_{zz} + \left( \left( \lambda + 2\mu - \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu} \right) k_y^2 - \omega^2 \rho \right) U_y \end{aligned} \right. \quad (1)$$

или в матричном виде (1) имеет вид:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W} \quad (2)$$

где  $\vec{W} = (U_z; \sigma_{zz}; U_y; \sigma_{yz})^t$ .

Индекс «t» указывает транспонирование вектор-строки в вектор-столбец.

В (2) структура матрицы коэффициентов имеет вид

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{15} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{26} \\ b_{26} & 0 & 0 & b_{56} \\ 0 & b_{15} & b_{65} & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Решение системы (2) будем искать в виде [2]:

$$T = \hat{E} \cos \tilde{k}z + \frac{\hat{B}}{\tilde{k}} \sin \tilde{k}z \quad (4)$$

Получим  $t_{ij}$  в формуле (4) в явной форме. Матрицы  $T_0$  и  $\hat{E}$  будут иметь вид:

$$T_0 = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{pmatrix} \quad \hat{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_{11} = \cos \tilde{k}z; \quad t_{12} = b_{12} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}} = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}};$$

$$t_{13} = b_{15} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}} = ik_y \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}}; \quad t_{14} = 0;$$

$$\begin{aligned}
 t_{21} &= b_{21} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}} = -\rho\omega^2 \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}}; & t_{22} &= \cos \tilde{k}z; \\
 t_{23} &= 0; & t_{24} &= b_{26} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}} = ik_y \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}}; \\
 t_{31} &= b_{26} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}} = ik_y \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}}; & t_{32} &= 0; \\
 t_{33} &= \cos \tilde{k}z; & t_{34} &= b_{56} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}} = \frac{1}{\mu} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}}; \\
 t_{41} &= 0; & t_{42} &= b_{15} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}} = ik_y \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}}; \\
 t_{43} &= b_{65} \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}} = \left( \left( \lambda + 2\mu - \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu} \right) k_y^2 - \omega^2 \rho \right) \frac{\sin \tilde{k}z}{\tilde{k}}.
 \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$t_{13} = t_{42}, \quad t_{24} = t_{31}, \quad t_{44} = t_{33} = t_{22} = t_{11}$$

Матрица  $T_0$  будет иметь вид

$$T_0 = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & 0 \\ t_{21} & t_{11} & 0 & t_{24} \\ t_{24} & 0 & t_{11} & t_{34} \\ 0 & t_{13} & t_{43} & t_{11} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Связь между амплитудами падающих и отраженных волн зададим в виде:

$$\begin{pmatrix} U_z \\ \sigma_{zz} \\ U_y \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = T_0 \begin{pmatrix} U_{z_0} \\ \sigma_{zz_0} \\ U_{y_0} \\ \sigma_{yz_0} \end{pmatrix} \quad (6)$$

или

$$\vec{W} = T_0 \vec{W}_0 \quad (6')$$

Вектор смещения для изотропных сред представляется в виде:

$$\vec{U} = \text{grad}\varphi + \text{rot}\vec{\psi} \quad (7)$$

Скалярный и векторный потенциалы задаются в следующем виде:

$$\varphi = A_1 e^{-ik_z z - ik_y y} + B_1 e^{ik_z z - ik_y y} \quad (8)$$

$$\psi = A_2 e^{-ik_z z - ik_y y} + B_2 e^{ik_z z - ik_y y}$$

где  $A_1, A_2, B_1, B_2$  - амплитуды падающих и отраженных волн. Запишем уравнение (6) в другом виде с учетом (8)

$$\begin{pmatrix} U_z \\ \sigma_{zz} \\ U_y \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Теперь приравняем (6) и (9), получим:

$$G \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} U_{z_0} \\ \sigma_{zz_0} \\ U_{y_0} \\ \sigma_{yz_0} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = G^{-1} T \begin{pmatrix} U_{z_0} \\ \sigma_{zz_0} \\ U_{y_0} \\ \sigma_{yz_0} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Компоненты вектора смещения  $\vec{U} - U_y$  и  $U_z$  в случае распространения рэлеевских волн равны:

$$U_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad U_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (12)$$

Выразим из (11) компоненты тензора смещения:

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{dU_z}{dz} - \lambda ik_y U_y \quad (13)$$

$$\sigma_{yz} = \mu \frac{dU_y}{dz} - \mu ik_y U_z$$

Запишем (9) в виде:

$$\begin{pmatrix} U_z \\ \sigma_{zz} \\ U_y \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix}$$

Компоненты матрицы G имеют вид:

$$\begin{aligned} g_{11} &= -ik_z; & g_{12} &= ik_z; \\ g_{13} &= -ik_y; & g_{14} &= -ik_y; \\ g_{21} &= -(\lambda + 2\mu)k_z^2 - \lambda k_y^2; & g_{22} &= -(\lambda + 2\mu)k_z^2 - \lambda k_y^2; \\ g_{23} &= -((\lambda + 2\mu)k_y k_z - \lambda k_y k_z); & g_{24} &= (\lambda + 2\mu)k_y k_z - \lambda k_y k_z; \\ g_{31} &= -ik_y; & g_{32} &= -ik_y; \\ g_{33} &= ik_z; & g_{34} &= -ik_z; \\ g_{41} &= -2\mu k_y k_z; & g_{42} &= 2\mu k_y k_z; \\ g_{43} &= \mu(k_z^2 - k_y^2); & g_{44} &= \mu(k_z^2 - k_y^2). \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$g_{11} = -g_{12} = -g_{33} = g_{34}$$

$$g_{13} = g_{14} = g_{31} = g_{32}$$

$$g_{41} = -g_{42}$$

$$g_{21} = g_{22}$$

$$g_{43} = g_{44}$$

$$g_{23} = -g_{24}$$

Матрица G будет иметь вид

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & -g_{11} & g_{13} & g_{13} \\ g_{21} & g_{21} & g_{23} & -g_{23} \\ g_{13} & g_{13} & -g_{11} & g_{11} \\ g_{41} & -g_{41} & g_{43} & g_{43} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Найдем обратную матрицу  $G^{-1}$  по формуле

$$G^{-1} = \frac{1}{\det G} \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{pmatrix}$$

$$\det G = \begin{pmatrix} g_{11} & -g_{11} & g_{13} & g_{13} \\ g_{21} & g_{21} & g_{23} & -g_{23} \\ g_{13} & g_{13} & -g_{11} & g_{11} \\ g_{41} & -g_{41} & g_{43} & g_{43} \end{pmatrix} = g_{11}A_{11} + (-g_{11})A_{12} + g_{13}A_{13} + g_{13}A_{14}$$

где  $A$  – алгебраическое дополнение.

Обратная матрица  $G^{-1}$  будет иметь вид

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{21} & g_{31} & g_{41} \\ g_{12} & g_{22} & g_{32} & g_{42} \\ g_{13} & g_{23} & g_{33} & g_{43} \\ g_{14} & g_{24} & g_{34} & g_{44} \end{pmatrix} \tag{15}$$

Проверка  $GG^{-1} = E$

$$GG^{-1} = \begin{pmatrix} g_{11} & -g_{11} & g_{13} & g_{13} \\ g_{21} & g_{21} & g_{23} & -g_{23} \\ g_{13} & g_{13} & -g_{11} & g_{11} \\ g_{41} & -g_{41} & g_{43} & g_{43} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{11} & g_{21} & g_{31} & g_{41} \\ g_{12} & g_{22} & g_{32} & g_{42} \\ g_{13} & g_{23} & g_{33} & g_{43} \\ g_{14} & g_{24} & g_{34} & g_{44} \end{pmatrix} = E$$

Вычислим матрицу  $\hat{L}$  (в явном виде):

$$\hat{L} = G^{-1}T_0$$

Рассмотрим случай, когда границы среды свободны от напряжения

$$\sigma_0 = 0$$

$$z_0 = 0$$

$$\begin{matrix} A_1 \div \\ 0 \div \\ B_1 \div \\ 0 \div \end{matrix} = L \begin{matrix} U_{z_0} \div \\ 0 \div \\ U_{y_0} \div \\ 0 \div \end{matrix} = \begin{matrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 \\ l_2 & l_2 & l_3 & l_4 \\ l_3 & l_3 & l_3 & l_4 \\ l_4 & l_4 & l_3 & l_4 \end{matrix} \begin{matrix} U_{z_0} \div \\ 0 \div \\ U_{y_0} \div \\ 0 \div \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} l_{21}U_{z_0} + l_{23}U_{y_0} &= 0 \\ l_{41}U_{z_0} + l_{43}U_{y_0} &= 0 \end{aligned}$$

Условием существования нетривиальных решений является равенство нулю следующего определителя

$$\det \begin{vmatrix} l_{21} & l_{23} \\ l_{41} & l_{43} \end{vmatrix} = 0$$

$$l_{21}l_{43} - l_{23}l_{41} = 0$$

Рассмотрим частный случай при  $T_0 = E$

$$L = G^{-1}E$$

$$l_{21}l_{43} - l_{23}l_{41} = 0$$

$$\frac{(k_z^2 - k_y^2)}{2ik_z(k_y^2 + k_z^2)} \cdot \frac{(\lambda + 2\mu)k_z^2 + \lambda k_y^2}{2ik_z(\lambda + 2\mu)(k_z^2 + k_y^2)} - \frac{\mu k_y}{i(\lambda + 2\mu)(k_z^2 + k_y^2)} \cdot \frac{k_y}{i(k_y^2 + k_z^2)} = 0$$

$$(k_z^2 - k_y^2)((\lambda + 2\mu)k_z^2 + \lambda k_y^2) + 4\mu k_y^2 k_z^2 = 0 \quad (16)$$

уравнение Рэлея

В статье рассмотрены задачи распространения упругих поверхностных волн в изотропной среде. Получены уравнения Рэлея, определяющие связь компонентов волнового вектора с упругими параметрами среды, когда границы среды свободны от напряжения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фарнелл Дж. Свойства упругих поверхностных волн. Физическая акустика (под. ред. У. Мэзона), т. VI, гл. 3. М., «Мир», 1973.
2. Тлеуженов С.К. Метод матрицанта. – Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004. - 148 с.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар. Материал поступил в редакцию 15.08.2012 г.

Н.А. ИСПУЛОВ, А.Қ. СЕЙТХАНОВА

БІРТЕКТІ ИЗОТРОПТЫ ОРТАДАҒЫ РЭЛЕЙ ТӨЛҚЫНДАРДЫҢ ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ

N. A. ISPULOV, A.K.SEYTKHANOVA

## ABOUT PROPAGATION RAYLEIGH WAVES IN THE NON-UNIFORM ISOTROPIC MEDIUM

**Түйіндеме**

*Изотропты және анизотропты орталарда толқындық процестерді зерттеу қазіргі уақытта матрицалық аппаратты қолданумен байланысты. Серпінді, термосерпінді, электрмагниттік, пьезосерпінді және беттік толқындарды зерттеу үшін бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесінің матрицант құрылымын құрастыруға негізделген матрицалық әдіс қолданылады.*

**Resume**

*Studying of wave processes in isotropic and anisotropic environments is connected now with application of matrix annapam. For studying elastic, thermoelastic, electromagnetic, piezoelastic and surface waves the matrix method based on construction of structure matrizer of system of the differential equations of the first order is used.*

УДК 534.2:537.2

**С.К. ТЛЕУКЕНОВ**  
**ОБ АНАЛИЗЕ МАТРИЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ**  
**ЭЛЕКТРОУПРУГИХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ**  
**В ПЬЕЗОКРИСТАЛЛАХ**

При рассмотрении макроскопических свойств кристаллов, можно отвлечься от их дискретного микропериодического строения. При этом кристалл выступает как сплошная однородная анизотропная среда. В самом деле, рассматривая макроскопические свойства кристаллов, мы имеем дело с расстояниями, существенно большими, чем наибольший из периодов кристаллической решетки, и с объемами, гораздо большими, чем объем ячейки. Поэтому можно рассматривать кристалл как сплошную (непрерывную) среду. Следует помнить, что кристалл можно рассматривать как сплошную однородную среду лишь с некоторой точностью, так как реальный пьезоэлектрический кристалл содержит различного рода примеси и несовершенства, имеющие различное объемное распределение (секториальное, зонарное и т.д.). Физические свойства кристалла анизотропны и зависят от направления, их описание зависит от ориентации системы координат. Анизотропность среды определяется либо ее внутренней





Теруге 20.06.2012 ж. жіберілді. Басуға 28.06.2012 ж. қол қойылды.  
Форматы 70x100 1/16. Кітап-журнал қағазы.  
Көлемі шартты 7,9 б.т. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.  
Компьютерде беттеген А.Р. Тайлақова  
Корректорлар: Б.Б. Әубәкірова, А. Елемесқызы, А.Р. Омарова  
Тапсырыс № 1962

Сдано в набор 20.06.2012 г. Подписано в печать 28.06.2012 г.  
Формат 70x100 1/16. Бумага книжно-журнальная.  
Объем 7,9 ч.-изд. л. Тираж 300 экз. Цена договорная.  
Компьютерная верстка А.Р. Тайлақова  
Корректоры: Б.Б. Аубақирова, А. Елемесқызы, А.Р. Омарова  
Заказ № 1962

«КЕРЕКУ» баспасы  
С. Торайғыров атындағы  
Павлодар мемлекеттік университеті  
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.  
67-36-69  
E-mail: [publish@psu.kz](mailto:publish@psu.kz)  
[kereky@mail.ru](mailto:kereky@mail.ru)