

ISSN 1680-080X

Регистрационный №1438-Ж
Основан в 2001 году

№2 (76) 2020
Выходит 4 раза в год

Ғылыми журнал

Қазақ бас сәулет-құрылыс академиясының
ХАБАРШЫСЫ



В Е С Т Н И К

Казахской головной архитектурно-строительной академии

Научный журнал



Бас редакторы
Ә.А. Құсайынов,
ҚазБСҚА президенті,
техника ғылымының
докторы, профессор

Главный редактор
А.А. Кусаинов,
президент КазГАСА,
доктор технических
наук, профессор

Редакция алқасы – Редакционный совет

Заместитель главного редактора –
Г.С. Абдрасилова, д. арх., акад. профессор

Зарубежные члены редакционного совета:

1. Бегалиев У.Т. – к.т.н., профессор, ректор МУИТ, Кыргызстан, г. Бишкек;
2. Ватин Н.И. – д.т.н., профессор, директор Института строительства СПГПУ, Россия, г. Санкт-Петербург;
3. Голубев Н.М. – к.т.н., профессор строительного факультета Белорусского технического университета, Белоруссия, г. Минск;
4. Куц С. – д. арх., профессор, Краковский технологический университет, Польша, г. Краков;
5. Муксинов Р.М. – д. арх., профессор, декан факультета К-PCY им. Н. Ельцина, Кыргызстан, г. Бишкек;
6. Саламзаде Э.А. – д. искусствоведения, профессор, член-корреспондент НАН Азербайджана, директор Института архитектуры и искусства НАН Азербайджана, г. Баку;
7. Уйма А. – PhD, профессор Ченстоховского технологического университета, Польша, г. Ченстохов;
8. Шубин И.Л. – д.т.н., директор НИИСФ, член-корреспондент РААСН, Россия, г. Москва;
9. Юсупова М.А. – д. арх., член-корреспондент МААСВ, зав. отделом «Архитектуры» Института Искусствознания АН Узбекистана, г. Ташкент.

Члены редакционного совета:

1. Байтенов Э.М. – д. арх., ассоциированный профессор ФА;
2. Шапрова Г.Г. – к.п.н., ассоциированный профессор ФА;
3. Ахмедова А.Т. – д.арх., академический профессор ФД;
4. Бесимбаев Е.Т. – д.т.н., академический профессор ФОС;
5. Тойбаев К.Д. – д.т.н., ассоциированный профессор ФОС;
6. Адилова Д.А. – к.э.н., ассоциированный профессор ФСТИМ;
7. Омиржанова Ж.Т. – к.т.н., ассоциированный профессор ФСТИМ;
8. Колесникова И.В. – д.т.н., ассоциированный профессор ФСТИМ;
9. Жумагулова Р.Е. – к.т.н., ассоциированный профессор ФСТИМ;
10. Буганова С.Н. – к.т.н., ассоциированный профессор ФООД;
11. Абилова Б.А. – к.п.н., ассоциированный профессор ФООД;
12. Есимханова А.Е. – технический редактор издательского дома «СиА».

СОДЕРЖАНИЕ

АРХИТЕКТУРА И ДИЗАЙН

Atamanchenko-Michshenko V.D., Gvozdikova T.A. Open-air museum organization as a way to preserve monuments.....	6
Байтенов Э.М., Баядилов К.О. Окружность в петроглифах и древних сооружениях в окрестностях хребта Чулактау.....	10
Бахыткалиева А.Б. Заманауи әрлеу материалдарының ерекшеліктері.....	16
Бейсенов Е.Ж. Средневековая восточная баня города Туркестана.....	20
Галимжанова А.С., Глаудинова М.Б., Галимжанов С.Э. Живопись и Contemporary art городов Южного Казахстана периода независимости в контексте национальной идентичности.....	23
Еспенбетов Б.Ж., Токанаева А.Р. Дизайн өнерінің этикалық және экологиялық аспектілері.....	32
Киселева Т.А., Хван Е.Н. Клиентоориентированный дизайн интерьеров. Философия жилого интерьера.....	36
Лаптев В.А., Смагулова А.Б. Умная городская среда.....	42
Marcel OTTE et David DELNOÏ Symbolism in palaeolithic art.....	49
Мурзабаева К.С., Туякаева А.К. Алматы қаласының қоршаған ортасын қалыптастырудағы жүйелік тәсілдері.....	62
Садикова Н.И., Садикова С.Н. К проблеме сохранения идентичности в архитектуре жилья.....	68
Смагулова А.Б. Принципы организации транспортной системы крупнейших мегаполисов мира.....	76
Турекулова А.И., Исходжанова Г.Р. Световые эффекты как средство формирования концепций освещения архитектуры городской среды.....	81

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И МАТЕРИАЛЫ

Абшенов Х.А., Досалиев К.С., Сыдыков Б.К. Математическая модель температурных характеристик многослойной конструкции ограждения с эффективным утеплителем.....	88
Ажгалиева Б.А., Дубинин А.А. Колебания перекрытий высотных зданий и влияние их на человека.....	97
Бекбасаров И.И., Атенев Е.И. О несущей способности свай с уширениями ствола и формулах по ее определению.....	102
Дубинин А.А., Алдаберген А.Э. Методика организационно-технологической схемы и моделирование календарных графиков строительства.....	111
Жусупбеков А. Ж., Монтаева А.С., Монтаев С.А. Исследование возможности использования химических реагентов для локального оттаивания грунта для забивки свайных фундаментов в зимнее время.....	119
Камбаров М.А., Кудабаяев Р.Б., Мәлік И.К. Темірбетон бұйымдары мен конструкцияларын жылулық өңдеуге арналған энергия белсенді гелиокамера конструкциясы.....	126
Касимов А.Т., Рахимова Г.М., Жалгасбаев М.Б. Мероприятия по оценке технического состояния строительных конструкций.....	131
Колесникова И.В. Изучение влияния электрокинетических явлений, возникающих в процессе структурообразования наполненных модифицированных гипсовых систем, на формирование адгезионных свойств растворов.....	136

Кузнецова И.А., Кушанова Ж.С. Определение вертикальных смещений подкрановых путей электронным тахеометром.....	144
Кунанбаева Я.Б., Усенкулов Ж.А., Бахтыбай А.Т., Досалиев К.С. Оценка несущей способности фундаментов в вытрамбованных котлованах по динамическим параметрам.....	151
Манапбаев Б.Ж., Алимбаев Б.А., Аманбаев Е.Н. Болат құбырлардың бұрылған жерлерінде ішкі коррозияның дамуын шынайы зерттеу	156
Монтаев С.А. Исследование керамических масс в сырьевой системе лессовидный суглинок - зола Экибастузской ГРЭС с целью получения микропористого керамического заполнителя	163
Риставлетов Р.А., Сулейменов У.С., Калшабекова Э.Н., Камбаров М.А., Кудабаяев Р.Б., Раимбердиев Т.П. Оценка эффективности применения ограждающих конструкций с теплоотражающими покрытиями	169
Сенников М.Н., Джакияев Б.Д., Молдамуратов Ж.Н. Методика установления параметров местного размыва у гидротехнических сооружений	182
Сулейменов У.С., Жаңабай Н.Ж., Абшенов Х.А., Риставлетов Р.А. Результаты теплотехнического расчета энергосберегающей конструкции ограждения с воздушными каналами и теплоотражающим покрытием	191
Удербаяев С.С., Еримбетов К.А. Күлдібитумды байланыстырғыш негізінде асфальтты бетонның қасиеттерін зерттеу	199
Украинец В.Н., Гирнис С.Р., Отарбаев Ж.О. Влияние параметров движущейся в подкрепленном трехслойной обделкой тоннеле периодической нагрузки на напряженно-деформированное состояние породного массива	207

ИНЖЕНЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И ЭКОЛОГИЯ

Еспенбетов Б.Ж., Мәжіт Т.Л. Қалалық ортада табиғаттың өтемдік элементтерін іздестіру жолдары	220
Жараспаева Г.Ж., Жумагулова Р.Е. Интенсивность пылевыведения из складированных отходов	225
Молдагазыева Ж.Ы., Егеубаева С.С., Абиласова С.О. Реализация проекта «Энергия будущего» в рамках международной выставки «ЭКСПО 2017»	229
Павличенко Л.М., Есильбаева Н.М., Имангалиева А.К., Рысмагамбетова А.А. К проблеме дифференциации климатических параметров качества жизни населения	239
Рахимбаева Д., Кыргызбаева Г., Левин Е. Состояние исследованности береговой линии казахстанской части Каспийского моря.....	254

ГУМАНИТАРНЫЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ. ЭКОНОМИКА

Абилова Б.А. Национальная индентичность казахского народа в традициях и обычаях	260
Аширбекова Р.Н., Ибраимова А.К. Заманауи математикалық талдауды мәселелік бағытта негіздеу	265
Байспай Г.Б., Багитова К., Мусиралиева Ш.Ж., Курманкожаева А.А. Идентификация ключевых пользователей в социальных сетях по методу анализа социальных сетей.....	270
Букенов Ғ.С., Букенова И.Н. Көліктік есеп шешімінің бастапқы мәліметтердің қателігінен тәуелділігін бағалау үшін иммитациялық модельдеу әдістемесін зерттеу	277

Әбдіразақ А.М., Қуандықова Д.Р. Система укрытий для игр на тайловой основе	285
Zhumadilova A.K., Madalievа E.B., Zhigitiva S.Z., Nuralieva A. Preparation of NPK fertilizers in laboratory conditions and its chemical analysis	290
Zhumadilova A. Characteristics of barrel «milk» and methods of its neutralization and disposal.....	295
Калыбекова Ж.А. Методологические проблемы преподавания математики в технических университетах	299
Кобенкулова Ж.Т., Рысбаева А.К. 3D визуализация – жоба шешімдерінің сапасын жақсартуға арналған заманауи технология	304
Қазыхан Р., Ташев А. Ақырлы элемент әдісінің негізгі түсінігі.....	308
Омаров А.Т., Онгенбаева Ж.Ж., Ибраева Ж.Б., Камал Р., Қойшыбай С. Восприятие студенчеством дистанционного обучения в период карантина на примере Международного университета информационных технологий.....	311
Такенова Ж.С. Некоторые аспекты внедрения инклюзивного образования в высших учебных заведениях.....	320
Тасболатұлы Н., Алимхан К., Дузбаев Т.Т. Сызықтық емес жүйелерді глобалды практикалық басқару мәселелері үшін бағдарламалық кешен құру.....	328
Ташимбетова А.Т., Секенова А.У., Ахметкалиева Г.А. Учет кластерной модели в уравнениях состояния газов	335

Experimental results on the physical and mechanical properties of asphalt concrete with the addition of a small amount of ash from the ash dump of the Kyzylorda heat and power plant to the composition of bitumen are presented. The experimental work was performed in the laboratory «Nanotechnology in building materials science» of The Korkyt Ata Kyzylorda State University. The properties of asphalt concrete - shear resistance, water resistance and strength.

Key words: asphalt concrete, water resistance, ash TPP, bitumen, strength.

УДК 624.195:539.3

В.Н. Украинец¹, С.Р. Гирнис², Ж.О. Отарбаев³

(^{1,2}Павлодарский государственный университет, г. Павлодар,

³Казахская академия транспорта и коммуникаций
им. М. Тынышпаева, г. Алматы, Республика Казахстан)

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖУЩЕЙСЯ В ПОДКРЕПЛЕННОМ ТРЕХСЛОЙНОЙ ОБДЕЛКОЙ ТОННЕЛЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОДНОГО МАССИВА

Аннотация. На основе решения задачи о действии подвижной периодической нагрузки на трехслойную круговую цилиндрическую оболочку в упругом полупространстве проведен численный анализ влияния скорости и периода синусоидальной нагрузки, движущейся в подкрепленном трехслойной сталебетонной обделкой тоннеле мелко заложения, на напряженно-деформированное состояние породного массива. Из анализа результатов расчетов следует, что с уменьшением скорости движения или периода нагрузки эффект единичного воздействия на массив снижается.

Ключевые слова: тоннель, трехслойная оболочка, подвижная периодическая нагрузка, напряженно-деформированное состояние.

Экспериментальные исследования показывают, что при действии на тоннель движущихся в нем нагрузок возникают вибрации как в самом сооружении, так и в окружающем его породном массиве. Превышение уровнями вибраций допустимых норм может привести к потере несущей способности конструкций тоннеля или их непригодности для нормальной эксплуатации, а при его мелком заложении – к тем же последствиям для расположенных вблизи наземных сооружений. Следует заметить, что экспериментальные методы исследования вибрационных процессов, возникающих в тоннелях вследствие действия движущихся нагрузок, требуют значительных материальных затрат, а в некоторых случаях их проведение не представляется возможным. В связи с этим необходимы эффективные методы динамических расчетов конструкций тоннелей, основанные на математических моделях с использованием современных пред-

ставлений механики. На одном из таких методов и основываются представленные в данной работе исследования.

1. Постановка задачи. Используя для исследований модельный подход, представим подкрепленный трехслойной обделкой тоннель мелкого заложения в виде бесконечно длинной круговой цилиндрической трехслойной оболочки в линейно-упругом, однородном и изотропном полупространстве (массиве), отнесенному к неподвижным цилиндрической r, θ, z и декартовой x, y, z системам координат, ось z которых совпадает с осью оболочки и параллельна свободной от нагрузок горизонтальной границе полупространства (земной поверхности), ось x – перпендикулярна к этой границе: $x \leq h$ (рисунок 1). Внутренним слоем оболочки является толстостенная оболочка (заполнитель), а внешние слои (обшивка) представляют собой тонкостенные оболочки с радиусами срединных поверхностей R_1, R_2 и толщинами h_{01}, h_{02} . В силу малости толщин составляющих обшивку слоев допускается, что они контактируют с заполнителем и окружающим массивом вдоль своих срединных поверхностей. Контакт между слоями оболочки полагается жестким, а контакт между оболочкой и массивом полагается либо жестким, либо скользящим при двусторонней связи в радиальном направлении.

По внутренней поверхности оболочки в направлении ее оси z с постоянной скоростью c движется нагрузка интенсивностью P , вид которой не меняется с течением времени (стационарная нагрузка). Скорость движения нагрузки принимается дозвуковой, т.е. меньше скоростей распространения волн сдвига в заполнителе и массиве. Физико-механические свойства массива и заполнителя характеризуются соответственно следующими постоянными: $\nu_1, \mu_1, \rho_1; \nu_2, \mu_2, \rho_2$, где ν_k – коэффициент Пуассона, μ_k – модуль сдвига, ρ_k – плотность ($k = 1, 2$). В дальнейшем индекс $k = 1$ относится к массиву, а $k = 2$ – к заполнителю.

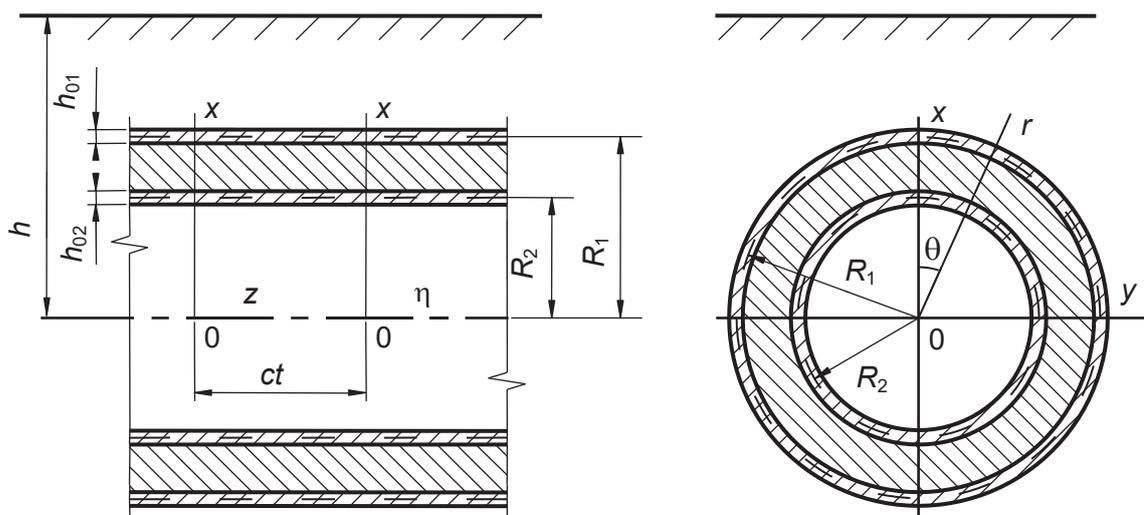


Рис. 1. Трехслойная оболочка в упругом полупространстве

Поскольку рассматривается установившийся процесс, то картина деформаций стационарна по отношению к движущейся нагрузке. Поэтому можно перейти к связанной с нагрузкой подвижной декартовой $(x, y, \eta = z - ct)$ или цилиндрической $(r, \theta, \eta = z - ct)$ системе координат.

Для описания движения массива и заполнителя используются динамические уравнения теории упругости в подвижной системе координат [1]

$$(M_{pk}^{-2} - M_{sk}^{-2}) \text{grad div } \mathbf{u}_k + M_{sk}^{-2} \nabla^2 \mathbf{u}_k = \partial^2 \mathbf{u}_k / \partial \eta^2, \quad k = 1, 2, \quad (1)$$

где $M_{pk} = c / c_{pk}$, $M_{sk} = c / c_{sk}$ – числа Маха; $c_{pk} = \sqrt{(\lambda_k + 2\mu_k) / \rho_k}$, $c_{sk} = \sqrt{\mu_k / \rho_k}$ – скорости распространения волн расширения-сжатия и сдвига в массиве и заполнителе, $\lambda_k = 2\mu_k \nu_k / (1 - 2\nu_k)$; \mathbf{u}_k – векторы смещений точек массива и заполнителя, ∇^2 – оператор Лапласа.

Колебания слоев обшивки описываются классическими уравнениями теории тонких оболочек в подвижной системе координат [1-3]

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{(1 - \nu_{0k}) \rho_{0k} c^2}{2\mu_{0k}} \right] \frac{\partial^2 u_{0\eta k}}{\partial \eta^2} + \frac{1 - \nu_{0k}}{2R_k^2} \frac{\partial^2 u_{0\eta k}}{\partial \theta^2} + \frac{1 + \nu_{0k}}{2R_k} \frac{\partial^2 u_{0\theta k}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{\nu_{0k}}{R_k} \frac{\partial u_{0rk}}{\partial \eta} = \\ & = \frac{1 - \nu_{0k}}{2\mu_{0k} h_{0k}} (q_{\eta k} - q_{\eta R_k}), \\ & \frac{1 + \nu_{0k}}{2R_k} \frac{\partial^2 u_{0\eta k}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{(1 - \nu_{0k})}{2} \left(1 - \frac{\rho_{0k} c^2}{\mu_{0k}} \right) \frac{\partial^2 u_{0\theta k}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{R_k^2} \frac{\partial^2 u_{0\theta k}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R_k^2} \frac{\partial u_{0rk}}{\partial \theta} = \\ & = \frac{1 - \nu_{0k}}{2\mu_{0k} h_{0k}} (q_{\theta k} - q_{\theta R_k}), \quad (2) \\ & \frac{\nu_{0k}}{R_k} \frac{\partial u_{0\eta k}}{\partial \eta} + \frac{1}{R_k^2} \frac{\partial u_{0\theta k}}{\partial \theta} + \frac{h_{0k}^2}{12} \nabla^2 \nabla^2 u_{0rk} + \frac{(1 - \nu_{0k}) \rho_{0k} c^2}{2\mu_{0k}} \frac{\partial^2 u_{0rk}}{\partial \eta^2} + \frac{u_{0rk}}{R_k^2} = \\ & = - \frac{1 - \nu_{0k}}{2\mu_{0k} h_{0k}} (q_{rk} - q_{rR_k}). \end{aligned}$$

Здесь для наружного слоя обшивки $k = 1$, для внутреннего – $k = 2$; ν_{0k} , μ_{0k} , ρ_{0k} – соответственно коэффициент Пуассона, модуль сдвига и плотность материалов слоев обшивки; $u_{0\eta k}$, $u_{0\theta k}$, u_{0rk} – перемещения точек срединных поверхностей слоев обшивки; $q_{jR_2} = \sigma_{rj2} |_{r=R_2}$, $q_{j1} = \sigma_{rj2} |_{r=R_1}$, $q_{jR_1} = \sigma_{rj1} |_{r=R_1}$ – составляющие реакции заполнителя и массива, $j = \eta, \theta, r$ (при скользящем контакте оболочки с массивом $q_{\eta R_1} = q_{\theta R_1} = 0$), σ_{rj1} , σ_{rj2} – компоненты тензоров

напряжений в массиве и заполнителе, $q_{j2} = P_j(\theta, \eta)$, $P_j(\theta, \eta)$ – составляющие интенсивности подвижной нагрузки $P(\theta, \eta)$, $j = \eta, \theta, r$.

Так как граница полупространства свободна от нагрузок, то при $x = h$

$$\sigma_{xx1} = \sigma_{xy1} = \sigma_{x\eta1} = 0 \quad (3)$$

При различных контактных условиях оболочки с массивом граничные условия имеют вид:

- для скользящего контакта оболочки с массивом

$$\text{при } r = R_1 \quad u_{r1} = u_{r2}, \quad u_{j2} = u_{0j1}, \quad \sigma_{r\eta1} = 0, \quad \sigma_{r\theta1} = 0,$$

$$\text{при } r = R_2 \quad u_{j2} = u_{0j2}, \quad j = r, \theta, \eta;$$

(4)

- для жёсткого контакта оболочки с массивом

$$\text{при } r = R_1 \quad u_{j1} = u_{j2}, \quad u_{j1} = u_{0j1}, \quad \text{при } r = R_2 \quad u_{j2} = u_{0j2}, \quad j = r, \theta, \eta,$$

(5)

где u_{jk} – компоненты векторов \mathbf{u}_k , $k = 1, 2$.

Векторы \mathbf{u}_k можно выразить через потенциалы Ламе [1, 4]

$$\mathbf{u}_k = \text{grad} \varphi_{1k} + \text{rot}(\varphi_{2k} \mathbf{e}_\eta) + \text{rot rot}(\varphi_{3k} \mathbf{e}_\eta), \quad k = 1, 2, \quad (6)$$

которые, как следует из (1) и (6), удовлетворяют уравнениям

$$\nabla^2 \varphi_{jk} = M_{jk}^2 \partial^2 \varphi_{jk} / \partial \eta^2, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2. \quad (7)$$

Здесь \mathbf{e}_η – орт оси η , $M_{1k} = M_{pk}$, $M_{2k} = M_{3k} = M_{sk}$.

Через эти же потенциалы, используя (6) и закон Гука, можно выразить компоненты тензоров напряжений σ_{lmk} в массиве ($k = 1$) и заполнителе ($k = 2$) в цилиндрической ($l, m = r, \theta, \eta$) системе координат, а также σ_{lm1} в декартовой ($l, m = x, y, \eta$) системе координат.

Таким образом, для определения компонент напряженно-деформированного состояния (НДС) массива и заполнителя необходимо решить уравнения (7), используя граничные условия (3) и, в зависимости от условия контакта оболочки с массивом, (4) или (5).

2. Аналитическое решение задачи. Рассмотрим случай действия на оболочку синусоидальной по η подвижной нагрузки с произвольной зависимостью от угловой координаты

$$P(\theta, \eta) = p(\theta) e^{i\xi\eta}, \quad p(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n e^{in\theta}, \quad (8)$$

$$P_j(\theta, \eta) = p_j(\theta) e^{i\xi\eta}, \quad p_j(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_{nj} e^{in\theta}, \quad j = r, \theta, \eta,$$

где константа ξ определяет период $T = 2\pi / \xi$ действующей нагрузки.

В установившемся состоянии зависимость всех величин от η имеет вид (8), поэтому

$$\varphi_{jk}(r, \theta, \eta) = \Phi_{jk}(r, \theta) e^{i\xi\eta}, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2 \quad (9)$$

$$u_{0jk}(\theta, \eta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{0njk} e^{in\theta} e^{i\xi\eta}, \quad j = r, \theta, \eta, \quad k = 1, 2 \quad (10)$$

Подставляя (9) в (7), получим

$$\nabla_2^2 \Phi_{jk} - m_{jk}^2 \xi^2 \Phi_{jk} = 0, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, \quad (11)$$

где $m_{jk} = (1 - M_{jk}^2)^{1/2}$, $m_{1k} = m_{pk}$, $m_{2k} = m_{3k} \equiv m_{sk}$, ∇_2^2 – двумерный оператор Лапласа.

Используя (9) можно получить выражения для перемещений u_{lk} и напряжений σ_{lmk} ($l, m = r, \theta, \eta$) в массиве ($k = 1$) и заполнителе ($k = 2$), а также u_{l1} , σ_{lm1} ($l, m = x, y, \eta$) в массиве как функции от Φ_{jk} .

При дозвуковой скорости движения нагрузки $M_{sk} < 1$, $m_{sk} > 0$, $k = 1, 2$, и решения уравнений (11) можно представить в виде [1-4]

$$\Phi_{jk} = \Phi_{jk}^{(1)} + \Phi_{jk}^{(2)}, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2 \quad (12)$$

где:

- для массива

$$\Phi_{j1}^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} K_n(k_{j1}r) e^{in\theta}, \quad \Phi_{j1}^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\xi, \zeta) \exp(iy\zeta + (x-h)\sqrt{\zeta^2 + k_{j1}^2}) d\zeta; \quad (13)$$

- для заполнителя

$$\Phi_{j2}^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj+3} K_n(k_{j2}r) e^{in\theta}, \quad \Phi_{j2}^{(2)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj+6} I_n(k_{j2}r) e^{in\theta}. \quad (14)$$

Здесь $I_n(k_j r)$, $K_n(k_j r)$ – соответственно модифицированные функции Бесселя и функции Макдональда, $k_{j1} = |m_{j1}\xi|$, $k_{j2} = |m_{j2}\xi|$; $g_j(\xi, \zeta)$, a_{n1}, \dots, a_{n9} – неизвестные функции и коэффициенты, подлежащие определению, $j = 1, 2, 3$.

Как показано в [3, 4], представление потенциалов для полупространства в форме (12) приводит к их следующим выражениям в декартовой системе координат:

$$\Phi_{j1} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{e^{-xf_j}}{2f_j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} \Phi_{nj} + g_j(\xi, \zeta) e^{(x-h)f_j} \right] e^{iy\zeta} d\zeta \quad (15)$$

где $f_j = \sqrt{\zeta^2 + k_{j1}^2}$, $\Phi_{nj} = [(\zeta + f_j)/k_{j1}]^n$, $j = 1, 2, 3$.

Воспользуемся граничными условиями (3), с учетом (15). Выделяя коэффициенты при $e^{iy\zeta}$ и приравнявая, в силу произвольности y , их нулю, получим систему трех уравнений, из которой выражаем функции $g_j(\xi, \zeta)$ через неизвестные коэффициенты a_{n1}, a_{n2}, a_{n3} :

$$g_j(\xi, \zeta) = \frac{1}{\Delta^*} \sum_{l=1}^3 \Delta_{jl}^* e^{-hf_l} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nl} \Phi_{nl} \quad (16)$$

$$\text{где } \Delta^* = (2\rho_*^2 - \beta^2)^2 - 4\rho_*^2 \sqrt{\rho_*^2 - \alpha^2} \sqrt{\rho_*^2 - \beta^2},$$

$$\Delta_{11}^* = \frac{\Delta^*}{2\sqrt{\rho_*^2 - \alpha^2}} - \frac{(2\rho_*^2 - \beta^2)^2}{\sqrt{\rho_*^2 - \alpha^2}}, \Delta_{12}^* = -2\zeta(2\rho_*^2 - \beta^2), \Delta_{13}^* = 2\xi(2\rho_*^2 - \beta^2)\sqrt{\rho_*^2 - \beta^2},$$

$$\Delta_{21}^* = -\frac{M_{s1}^2}{m_{s1}^2} \Delta_{12}^*, \Delta_{22}^* = -\frac{\Delta_{**}}{2\sqrt{\rho_*^2 - \beta^2}}, \Delta_{23}^* = -4\xi\zeta \frac{M_{s1}^2}{m_{s1}^2} \sqrt{\rho_*^2 - \alpha^2} \sqrt{\rho_*^2 - \beta^2},$$

$$\Delta_{31}^* = -\frac{\Delta_{13}^*}{m_{s1}^2 \xi^2}, \Delta_{32}^* = \frac{\Delta_{21}^*}{\beta^2}, \Delta_{33}^* = -\frac{\Delta_{**}}{2\sqrt{\rho_*^2 - \beta^2}} + \frac{(2\rho_*^2 - \beta^2)^2}{\sqrt{\rho_*^2 - \beta^2}},$$

$$\alpha = M_{p1}\xi, \beta = M_{s1}\xi, \rho_*^2 = \xi^2 + \zeta^2, \Delta_{**} = (2\rho_*^2 - \beta^2)^2 - 4\rho_*^2 \sqrt{\rho_*^2 - \alpha^2} \sqrt{\rho_*^2 - \beta^2},$$

$$\rho_{**}^2 = \xi^2 + (2/m_{s1}^2 - 1)\zeta^2.$$

Заметим, что Δ^* – определитель Рэлея, который обращается в ноль при $\rho_{*R}^2 = \xi^2 M_R^2$, или в двух точках $\pm \zeta_R = \pm |\xi| \sqrt{M_R^2 - 1}$, где $M_R = c/c_R$ – число Маха, c_R – скорость поверхностных волн Рэлея, которую условимся называть рэлеевской скоростью. Из последнего следует, что Δ^* не обращается в ноль на действительной оси, если $M_R < 1$ или $c < c_R$, то есть при дорэлеевских скоростях движения нагрузки. В этом случае потенциалы (15) можно представить в виде

$$\Phi_{j1} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{e^{-xf_j}}{2f_j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} \Phi_{nj} + e^{(x-h)f_j} \sum_{l=1}^3 \frac{\Delta_{jl}^*}{\Delta^*} e^{-hf_l} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nl} \Phi_{nl} \right] e^{iy\zeta} d\zeta \quad (17)$$

Следует отметить, что рэлеевская скорость c_R несколько ниже скорости волн сдвига в массиве.

С учетом (17) выражения для компонент НДС массива в декартовых координатах при $c < c_R$ примут вид

$$u_{l1} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(T_{lj}^{(1)} F_{nj}^{(1)} + T_{lj}^{(2)} F_{nj}^{(2)} \right) e^{i(y\zeta + \xi\eta)} d\zeta, \quad (18)$$

$$\frac{\sigma_{lm1}}{\mu_1} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(S_{lmj}^{(1)} F_{nj}^{(1)} + S_{lmj}^{(2)} F_{nj}^{(2)} \right) e^{i(y\zeta + \xi\eta)} d\zeta.$$

Здесь: $l = x, y, \eta$, $m = x, y, \eta$;

$$F_{nj}^{(1)} = \frac{e^{-xf_j}}{2f_j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj1} \Phi_{nj}, \quad F_{nj}^{(2)} = e^{(x-h)f_j} \sum_{l=1}^3 \frac{\Delta_{jl}^*}{\Delta^*} e^{-hf_l} \sum_n a_{nl1} \Phi_{nl},$$

$$T_{x1}^{(1)} = -T_{x1}^{(2)} = -f_1, \quad T_{x2}^{(1)} = T_{x2}^{(2)} = -\zeta, \quad T_{x3}^{(1)} = -T_{x3}^{(2)} = f_3 \xi,$$

$$T_{y1}^{(1)} = T_{y1}^{(2)} = i\zeta, \quad T_{y2}^{(1)} = -T_{y2}^{(2)} = if_2, \quad T_{y3}^{(1)} = T_{y3}^{(2)} = -i\xi\zeta,$$

$$T_{\eta 1}^{(1)} = T_{\eta 1}^{(2)} = i\xi, \quad T_{\eta 2}^{(1)} = T_{\eta 2}^{(2)} = 0, \quad T_{\eta 3}^{(1)} = T_{\eta 3}^{(2)} = -im_{s1}^2 \xi^2,$$

$$S_{xx1}^{(1)} = S_{xx1}^{(2)} = n_2 + 2(f_1^2 - \xi^2 m_{p1}^2), \quad S_{xx2}^{(1)} = -S_{xx2}^{(2)} = 2\zeta f_2, \quad S_{xx3}^{(1)} = S_{xx3}^{(2)} = -2f_3^2 \xi,$$

$$S_{yy1}^{(1)} = S_{yy1}^{(2)} = n_2 - 2(\zeta^2 + \xi^2 m_{p1}^2), \quad S_{yy2}^{(1)} = -S_{yy2}^{(2)} = -2f_2 \zeta, \quad S_{yy3}^{(1)} = S_{yy3}^{(2)} = 2\xi \zeta^2,$$

$$S_{\eta\eta 1}^{(1)} = S_{\eta\eta 1}^{(2)} = n_2 - 2n_1, \quad S_{\eta\eta 2}^{(1)} = S_{\eta\eta 2}^{(2)} = 0, \quad S_{\eta\eta 3}^{(1)} = S_{\eta\eta 3}^{(2)} = 2m_{s1}^2 \xi^3,$$

$$S_{xy1}^{(1)} = -S_{xy1}^{(2)} = -2f_1 \zeta i, \quad S_{xy2}^{(1)} = S_{xy2}^{(2)} = -(f_2^2 + \zeta^2) i, \quad S_{xy3}^{(1)} = -S_{xy3}^{(2)} = 2f_3 \xi \zeta i,$$

$$S_{\eta y 1}^{(1)} = S_{\eta y 1}^{(2)} = -2\xi \zeta, \quad S_{\eta y 2}^{(1)} = -S_{\eta y 2}^{(2)} = -\xi f_2, \quad S_{\eta y 3}^{(1)} = S_{\eta y 3}^{(2)} = n_2 \zeta,$$

$$S_{x\eta 1}^{(1)} = -S_{x\eta 1}^{(2)} = -2f_1 \xi i, \quad S_{x\eta 2}^{(1)} = S_{x\eta 2}^{(2)} = -\xi \zeta i, \quad S_{x\eta 3}^{(1)} = -S_{x\eta 3}^{(2)} = n_2 f_3 i,$$

$$n_1 = (1 + m_{p1}^2) \xi^2, \quad n_2 = (1 + m_{s1}^2) \xi^2.$$

Используя известное при $x < h$ соотношение [3, 4]

$$\exp(iy\zeta + (x-h)\sqrt{\zeta^2 + k_j^2}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(k_j r) e^{in\theta} \left[\left(\zeta + \sqrt{\zeta^2 + k_j^2} \right) / k_j \right]^n e^{-h\sqrt{\zeta^2 + k_j^2}},$$

представим Φ_{j1} (12) в цилиндрической системе координат

$$\Phi_{j1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(a_{nj} K_n(k_{j1} r) + I_n(k_{j1} r) \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\xi, \zeta) \Phi_{nj} e^{-hf_j} d\zeta \right) e^{in\theta}.$$

Подставляя в последнее выражение из (16) $g_j(\xi, \zeta)$, для $c < c_R$ получим

$$\Phi_{j1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(a_{nj} K_n(k_{j1} r) + b_{nj} I_n(k_{j1} r) \right) e^{in\theta} \quad (19)$$

$$\text{где } b_{nj} = \sum_{l=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{ml} A_{nj}^{ml}, \quad A_{nj}^{ml} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_{jl}^*}{\Delta^*} \Phi_{ml} \Phi_{nj} e^{-h(f_l + f_j)} d\zeta.$$

С учетом (19) выражения для компонент НДС массива в цилиндрических координатах при $c < c_R$ примут вид

$$u_{l1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 [T_{lj1}^{(1)}(K_n(k_{j1}r))a_{nj} + T_{lj1}^{(2)}(I_n(k_{j1}r))b_{nj}] e^{i(\xi\eta+n\theta)}, \quad (20)$$

$$\frac{\sigma_{lm1}}{\mu_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 [S_{lmj1}^{(1)}(K_n(k_{j1}r))a_{nj} + S_{lmj1}^{(2)}(I_n(k_{j1}r))b_{nj}] e^{i(\xi\eta+n\theta)}.$$

Здесь $l = r, \theta, \eta$, $m = r, \theta, \eta$;

$$T_{r11}^{(1)} = k_{11}K'_n(k_{11}r), \quad T_{r21}^{(1)} = -\frac{n}{r}K_n(k_{21}r), \quad T_{r31}^{(1)} = -\xi k_{31}K'_n(k_{31}r),$$

$$T_{\theta11}^{(1)} = \frac{n}{r}K_n(k_{11}r) \cdot i, \quad T_{\theta21}^{(1)} = -k_{21}K'_n(k_{21}r) \cdot i, \quad T_{\theta31}^{(1)} = -\frac{n}{r}\xi K_n(k_{31}r) \cdot i,$$

$$T_{\eta11}^{(1)} = \xi K_n(k_{11}r) \cdot i, \quad T_{\eta21}^{(1)} = 0, \quad T_{\eta31}^{(1)} = -k_{31}^2 K_n(k_{31}r) \cdot i,$$

$$S_{rr11}^{(1)} = 2 \left(k_{11}^2 + \frac{n^2}{r^2} - \frac{\lambda_1 M_{p1}^2 \xi^2}{2\mu_1} \right) K_n(k_{11}r) - \frac{2k_{11}K'_n(k_{11}r)}{r},$$

$$S_{rr21}^{(1)} = \frac{2n}{r^2} K_n(k_{21}r) - \frac{2k_{21}K'_n(k_{21}r)}{r}, \quad S_{rr31}^{(1)} = -2\xi \left(k_{31}^2 + \frac{n^2}{r^2} \right) K_n(k_{31}r) + \frac{2\xi k_{31}K'_n(k_{31}r)}{r},$$

$$S_{\theta\theta11}^{(1)} = -2 \left(\frac{n^2}{r^2} + \frac{\lambda_1 M_{p1}^2 \xi^2}{2\mu_1} \right) K_n(k_{11}r) + \frac{2k_{11}K'_n(k_{11}r)}{r},$$

$$S_{\theta\theta21}^{(1)} = -\frac{2nK_n(k_{21}r)}{r^2} + \frac{2nk_{21}K'_n(k_{21}r)}{r}, \quad S_{\theta\theta31}^{(1)} = \frac{2\xi n^2 K_n(k_{31}r)}{r^2} - \frac{2\xi k_{31}K'_n(k_{31}r)}{r},$$

$$S_{\eta\eta11}^{(1)} = -2\xi^2 \left(\frac{1 + \lambda_1 M_{p1}^2}{2\mu_1} \right) K_n(k_{11}r), \quad S_{\eta\eta21}^{(1)} = 0, \quad S_{\eta\eta31}^{(1)} = 2m_{31}^2 \xi^3 K_n(k_{31}r),$$

$$S_{r\theta11}^{(1)} = \left(-\frac{2nK_n(k_{11}r)}{r^2} + \frac{2nk_{11}K'_n(k_{11}r)}{r} \right) i,$$

$$S_{r\theta21}^{(1)} = \left(-\left(k_{21}^2 + \frac{2n^2}{r^2} \right) K_n(k_{21}r) + \frac{2k_{21}K'_n(k_{21}r)}{r} \right) i,$$

$$S_{r\theta31}^{(1)} = \left(\frac{2n\xi K_n(k_{31}r)}{r^2} - \frac{2n\xi k_{31}K'_n(k_{31}r)}{r} \right) i,$$

$$S_{\theta\eta11}^{(1)} = -\frac{2n\xi K_n(k_{11}r)}{r}, \quad S_{\theta\eta21}^{(1)} = \xi k_{21}K'_n(k_{21}r), \quad S_{\theta\eta31}^{(1)} = \frac{n\xi^2(1 + m_{31}^2)K_n(k_{31}r)}{r},$$

$$S_{r\eta11}^{(1)} = 2\xi k_{11}K'_n(k_{11}r)i, \quad S_{r\eta21}^{(1)} = -\frac{\xi n K_n(k_{21}r)i}{r}, \quad S_{r\eta31}^{(1)} = -\xi^2 k_{31}(1 + m_{31}^2)K'_n(k_{31}r)i;$$

$K'_n(k_{j1}r) = \frac{dK_n(k_{j1}r)}{d(k_{j1}r)}$; $T_{lj1}^{(2)}$, $S_{lmj1}^{(2)}$ получаются из $T_{lj1}^{(1)}$, $S_{lmj1}^{(1)}$ заменой K_n на I_n .

Используя соотношения для Φ_{j2} (12) получаем формулы для вычислений компонент НДС заполнителя при $c < c_R$

$$u_{j2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 [T_{lj2}^{(1)}(K_n(k_{j2}r))a_{nj+3} + T_{lj2}^{(2)}(I_n(k_{j2}r))a_{nj+6}] e^{i(\xi\eta+n\theta)}, \quad (21)$$

$$\frac{\sigma_{lm2}}{\mu_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 [S_{lmj2}^{(1)}(K_n(k_{j2}r))a_{nj+3} + S_{lmj2}^{(2)}(I_n(k_{j2}r))a_{nj+6}] e^{i(\xi\eta+n\theta)}.$$

Здесь $l = r, \theta, \eta$, $m = r, \theta, \eta$;

$$T_{r12}^{(1)} = k_{12}K'_n(k_{12}r), \quad T_{r22}^{(1)} = -\frac{n}{r}K_n(k_{22}r), \quad T_{r32}^{(1)} = -\xi k_{32}K'_n(k_{32}r),$$

$$T_{\theta12}^{(1)} = \frac{n}{r}K_n(k_{12}r)i, \quad T_{\theta22}^{(1)} = -k_{22}K'_n(k_{22}r)i, \quad T_{\theta32}^{(1)} = -\frac{n}{r}\xi K_n(k_{32}r)i,$$

$$T_{\eta12}^{(1)} = \xi K_n(k_{12}r)i, \quad T_{\eta22}^{(1)} = 0, \quad T_{\eta32}^{(1)} = -k_{32}^2 K_n(k_{32}r)i,$$

$$S_{rr12}^{(1)} = 2 \left(k_{12}^2 + \frac{n^2}{r^2} - \frac{\lambda_2 M_{p2}^2 \xi^2}{2\mu_2} \right) K_n(k_{12}r) - \frac{2k_{12}K'_n(k_{12}r)}{r},$$

$$S_{rr22}^{(1)} = \frac{2n}{r^2} K_n(k_{22}r) - \frac{2k_{22}K'_n(k_{22}r)}{r}, \quad S_{rr32}^{(1)} = -2\xi \left(k_{32}^2 + \frac{n^2}{r^2} \right) K_n(k_{32}r) + \frac{2\xi k_{32}K'_n(k_{32}r)}{r},$$

$$S_{\theta\theta12}^{(1)} = -2 \left(\frac{n^2}{r^2} + \frac{\lambda_2 M_{p2}^2 \xi^2}{2\mu_2} \right) K_n(k_{12}r) + \frac{2k_{12}K'_n(k_{12}r)}{r},$$

$$S_{\theta\theta22}^{(1)} = -\frac{2nK_n(k_{22}r)}{r^2} + \frac{2nk_{22}K'_n(k_{22}r)}{r}, \quad S_{\theta\theta32}^{(1)} = \frac{2\xi n^2 K_n(k_{32}r)}{r^2} - \frac{2\xi k_{32}K'_n(k_{32}r)}{r},$$

$$S_{\eta\eta12}^{(1)} = -2\xi^2 \left(\frac{1 + \lambda_2 M_{p2}^2}{2\mu_2} \right) K_n(k_{12}r), \quad S_{\eta\eta22}^{(1)} = 0, \quad S_{\eta\eta32}^{(1)} = 2m_{32}^2 \xi^3 K_n(k_{32}r),$$

$$S_{r\theta12}^{(1)} = \left(-\frac{2nK_n(k_{12}r)}{r^2} + \frac{2nk_{12}K'_n(k_{12}r)}{r} \right) i,$$

$$S_{r\theta22}^{(1)} = \left(-\left(k_{22}^2 + \frac{2n^2}{r^2} \right) K_n(k_{22}r) + \frac{2k_{22}K'_n(k_{22}r)}{r} \right) i,$$

$$S_{r\theta32}^{(1)} = \left(\frac{2n\xi K_n(k_{32}r)}{r^2} - \frac{2n\xi k_{32}K'_n(k_{32}r)}{r} \right) i,$$

$$S_{\theta\eta 12}^{(1)} = -\frac{2n\xi K_n(k_{12}r)}{r}, \quad S_{\theta\eta 22}^{(1)} = \xi k_{22} K'_n(k_{22}r), \quad S_{\theta\eta 32}^{(1)} = \frac{n\xi^2(1+m_{32}^2)K_n(k_{32}r)}{r},$$

$$S_{r\eta 12}^{(1)} = 2\xi k_{12} K'_n(k_{12}r)i, \quad S_{r\eta 22}^{(1)} = -\frac{\xi n K_n(k_{22}r)i}{r}, \quad S_{r\eta 32}^{(1)} = -\xi^2 k_{32}(1+m_{32}^2)K'_n(k_{32}r)i;$$

$$K'_n(k_{j2}r) = \frac{dK_n(k_{j2}r)}{d(k_{j2}r)}; T_{lj2}^{(2)}, S_{lmj2}^{(2)} \text{ получаются из } T_{lj2}^{(1)}, S_{lmj2}^{(1)} \text{ заменой } K_n \text{ на } I_n.$$

Подставляя (10) в (2), для n -го члена разложения получим

$$\varepsilon_{1k}^2 u_{0m\eta k} + v_{02k} n \xi_{0k} u_{0n\theta k} - 2iv_{0k} \xi_{0k} u_{0nrk} = G_{0k} (q_{m\eta k} - q_{m\eta R_k}),$$

$$v_{02k} n \xi_{0k} u_{0m\eta k} + \varepsilon_{2k}^2 u_{0n\theta k} - 2inu_{0nrk} = G_{0k} (q_{n\theta k} - q_{n\theta R_k}),$$

$$2iv_{0k} \xi_{0k} u_{0m\eta k} + 2inu_{0n\theta k} + \varepsilon_{3k}^2 u_{0nrk} = G_{0k} (q_{nrk} - q_{nrR_k}),$$

где $k = 1, 2$; $\varepsilon_{1k}^2 = \alpha_{0k}^2 - \varepsilon_{0k}^2$, $\varepsilon_{2k}^2 = \beta_{0k}^2 - \varepsilon_{0k}^2$, $\varepsilon_{3k}^2 = \gamma_{0k}^2 - \varepsilon_{0k}^2$, $\xi_{0k} = \xi R_k$,

$$\alpha_{0k}^2 = 2\xi_{0k}^2 + v_{01k} n^2, \quad \beta_{0k}^2 = v_{01k} \xi_{0k}^2 + 2n^2, \quad \gamma_{0k}^2 = \chi_k^2 (\xi_{0k}^2 + n^2)^2 + 2, \quad \varepsilon_{0k}^2 = v_{01k} \xi_{0k}^2 M_{s0k}^2,$$

$$v_{01k} = 1 - v_{0k}, v_{02k} = 1 + v_{0k}, \quad M_{s0k} = c / c_{s0k}, c_{s0k} = \sqrt{\frac{\mu_{0k}}{\rho_{0k}}}, \quad \chi_k^2 = \frac{h_{0k}^2}{6R_k^2}, \quad G_{0k} = -\frac{v_{01k} R_k^2}{\mu_{0k} h_{0k}};$$

$$q_{nj1} = (\sigma_{rj2})_n \Big|_{r=R_1}, \quad q_{jR_1} = (\sigma_{rj1})_n \Big|_{r=R_1}, \quad q_{nj2} = P_{nj}(\theta, \eta), \quad q_{jR_2} = (\sigma_{rj2})_n \Big|_{r=R_2}, \quad j = \eta, \theta, r.$$

Разрешая (22) относительно $u_{0m\eta k}$, $u_{0n\theta k}$, u_{0nrk} , находим

$$u_{0m\eta k} = \frac{G_{0k}}{\delta_{nk}} \sum_{j=1}^3 \delta_{\eta jk} (q_{nj k} - q_{nj R_k}),$$

$$u_{0n\theta k} = \frac{G_{0k}}{\delta_{nk}} \sum_{j=1}^3 \delta_{\theta jk} (q_{nj k} - q_{nj R_k}),$$

$$u_{0nrk} = \frac{G_{0k}}{\delta_{nk}} \sum_{j=1}^3 \delta_{rjk} (q_{nj k} - q_{nj R_k}).$$

Здесь $\delta_{nk} = \delta_{|n|k} = (\varepsilon_{1k} \varepsilon_{2k} \varepsilon_{3k})^2 - (\varepsilon_{1k} \xi_1)^2 - (\varepsilon_{2k} \xi_{2k})^2 - (\varepsilon_{3k} \xi_{3k})^2 + 2\xi_1 \xi_{2k} \xi_{3k}$,

$\delta_{\eta 1k} = (\varepsilon_{2k} \varepsilon_{3k})^2 - \xi_1^2$, $\delta_{\eta 2k} = \xi_1 \xi_{2k} - \xi_{3k} \varepsilon_{3k}^2$, $\delta_{\eta 3k} = i(\varepsilon_{2k}^2 \xi_{2k} - \xi_1 \xi_{3k})$,

$\delta_{\theta 1k} = \delta_{\eta 2k}$, $\delta_{\theta 2k} = (\varepsilon_{1k} \varepsilon_{3k})^2 - \xi_{2k}^2$, $\delta_{\theta 3k} = i(\varepsilon_{1k}^2 \xi_1 - \xi_{2k} \xi_{3k})$,

$\delta_{r1k} = -\delta_{\eta 3k}$, $\delta_{r2k} = -\delta_{\theta 3k}$, $\delta_{r3k} = (\varepsilon_{1k} \varepsilon_{2k})^2 - \xi_{3k}^2$,

$\xi_1 = 2n$, $\xi_{2k} = 2v_{0k} \xi_{0k}$, $\xi_{3k} = v_{02k} \xi_{0k} n$,

для $q_{nj k}$ и $q_{nj R_k}$ индекс $j = 1$ соответствует индексу η , $j = 2 - \theta$, $j = 3 - r$.

Для определения коэффициентов a_{n1}, \dots, a_{n9} воспользуемся, в зависимости от условия сопряжения оболочки со средой, граничными условиями (4) или (5),

с учетом (8), (10), (20), (21), (23). Приравнивая коэффициенты рядов при $e^{in\theta}$, получим бесконечную систему ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) линейных алгебраических уравнений, для решения которой можно использовать метод редукции или более удобный для решения поставленной задачи метод последовательных отражений [3], позволяющий при каждом последовательном отражении решать систему линейных уравнений блочно-диагонального вида с матрицами размером (9×9) и определителями $\Delta_n(\xi, c)$ вдоль главной диагонали. Данная система уравнений имеет единственное решение, если определители $\Delta_n(\xi, c)$ не равны нулю. После определения коэффициентов, компоненты НДС массива и заполнителя можно вычислить по формулам (20), (21). В случае произвольной периодической по η нагрузки, разлагая ее в ряд Фурье, для каждой составляющей ряда получим вышерассмотренную задачу.

Следует заметить, что, исключая из постановки задачи граничные условия (3) и исключая из (12) $\Phi_{j1}^{(2)}$, получим решение аналогичной задачи для упругого пространства.

3. Численные эксперименты. Используя полученное решение, исследуем влияние скорости c и периода T равномерно движущейся в подкрепленном трехслойной сталебетонной обделкой тоннеле мелкого заложения нормальной осесимметричной синусоидальной нагрузки $P_i \equiv P$ с амплитудой P_A , оказывающей давление на внутреннюю поверхность обделки в окрестности начала подвижной системы координат ($\eta=0$), на НДС породного массива. Расчетные параметры обделки: обшивка – тонкостенные ($h_{01}=h_{02}=0,01$ м) стальные ($\nu_{01}=\nu_{02}=0,3$, $\mu_{01}=\mu_{02}=8,08 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho_{01}=\rho_{02}=7,8 \cdot 10^3$ кг/м³) оболочки ($R_1=1,0$ м, $R_2=0,9$ м); заполнитель – толстостенная бетонная ($\nu_2=0,2$, $\mu_2=1,21 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho_2=2,5 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_{s2}=2200$ м/с) оболочка. Расчетные параметры породного массива: $\nu_1=0,28$, $\mu_1=\mu=4,69 \cdot 10^9$ Па, $\rho_1=2,7 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_{s1}=1318$ м/с, $c_R=1218$ м/с (алевролит). Глубина заложения тоннеля $h=2R_1$. Контакт между слоями обделки, а также контакт между обделкой и массивом полагаем жестким.

В таблицу 1 помещены результаты расчетов максимальных прогибов земной поверхности $u_x^0 = u_x \mu / P_A$ ($\eta=y=0$, $x=h$) при различных скоростях c и периодах T нагрузки.

Из анализа результатов расчетов следует, что возрастание скорости движения нагрузки ведет к увеличению прогибов земной поверхности. С уменьшением T прогибы уменьшаются и при $T = \pi/4$ м, то есть при $T/h \approx 0,4$, они, как и другие компоненты НДС земной поверхности, практически равны нулю для всех рассматриваемых скоростей нагрузки. В этом случае толщина окружающего обделку динамически активного слоя массива приблизительно равна $R_1 = h/2$. При дальнейшем уменьшении T , толщина динамически активного слоя становится меньше. Таким образом, в случае $T/h < 0,4$ для расчета рассматрива-

емого тоннеля на данную нагрузку можно использовать более простую его расчетную модель – трехслойную оболочку в упругом пространстве. Подобная расчетная модель тоннеля обычно принимается при его глубоком заложении.

Таблица 1. Максимальные прогибы u_x^0 земной поверхности

c, м/с	T, м				
	2π	π	π/2	π/4	π/8
	u_x^0 , м				
100	0,2200	0,0799	0,0093	0,0001	0,0000
400	0,2343	0,0894	0,0113	0,0002	0,0000
600	0,2584	0,1058	0,0149	0,0003	0,0000
800	0,3038	0,1398	0,0235	0,0005	0,0000

В таблицах 2, 3 приведены результаты расчетов НДС породного массива на контуре поперечного сечения выработки ($\eta=0, r=R_1$) по двум расчетным моделям (РМ) тоннеля: 1 – трехслойная оболочка в упругом полупространстве, 2 – трехслойная оболочка в упругом пространстве. Данные таблицы 2 получены в случае движущейся со скоростью $c=800$ м/с нагрузки с периодом $T=\pi/8$ м, данные таблицы 3 – в случае движущейся со скоростью $c=100$ м/с нагрузки с периодом $T=2\pi$ м. В таблицах приняты следующие обозначения: $u_r^0 = u_r \mu / P_A$, м, $\sigma_{rr}^0 = \sigma_{rr} / P_A$, $\sigma_{\theta\theta}^0 = \sigma_{\theta\theta} / P_A$, $\sigma_{\eta\eta}^0 = \sigma_{\eta\eta} / P_A$.

Таблица 2. Компоненты НДС породного массива на контуре поперечного сечения выработки ($c=800$ м/с, $T=\pi/8$ м)

РМ	Комп. НДС	θ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
1	u_r^0	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
	σ_{rr}^0	-0,276	-0,276	-0,276	-0,276	-0,276	-0,276	-0,276
	$\sigma_{\theta\theta}^0$	-0,042	-0,042	-0,042	-0,042	-0,042	-0,042	-0,042
	$\sigma_{\eta\eta}^0$	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007
2	u_r^0	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
	σ_{rr}^0	-0,276	-0,276	-0,276	-0,276	-0,276	-0,276	-0,276
	$\sigma_{\theta\theta}^0$	-0,042	-0,042	-0,042	-0,042	-0,042	-0,042	-0,042
	$\sigma_{\eta\eta}^0$	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007

Как видно из таблицы 2, даже при относительно близкой скорости движения нагрузки с данным периодом к скорости рэлеевской волны, отличия в значениях компонент НДС исследуемого контура, полученных при использовании различных расчетных моделей тоннеля, отсутствуют.

Из анализа приведенных в таблице 3 результатов расчетов следует, что даже при относительно низких скоростях движения нагрузки, отличия в значениях сравниваемых выше компонент НДС массива довольно существенны. С увеличением скорости движения нагрузки эта тенденция усиливается.

Таблица 3. Компоненты НДС породного массива на контуре поперечного сечения выработки ($c=100$ м/с, $T=2\pi$ м)

РМ	Комп. НДС	θ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
1	u_r	0,328	0,289	0,226	0,194	0,192	0,200	0,203
	σ_{rr}	-0,577	-0,547	-0,505	-0,511	-0,554	-0,580	-0,581
	$\sigma_{\theta\theta}$	0,463	0,404	0,363	0,361	0,348	0,337	0,319
	$\sigma_{\eta\eta}$	-0,218	-0,228	-0,228	-0,221	-0,224	-0,224	-0,226
2	u_r	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209
	σ_{rr}	-0,574	-0,574	-0,574	-0,574	-0,574	-0,574	-0,574
	$\sigma_{\theta\theta}$	0,312	0,312	0,312	0,312	0,312	0,312	0,312
	$\sigma_{\eta\eta}$	-0,219	-0,219	-0,219	-0,219	-0,219	-0,219	-0,219

Выводы

С уменьшением скорости движения или периода нагрузки эффект ее динамического воздействия на породный массив снижается. Изменение скорости движения нагрузки не оказывает столь сильного влияния на НДС породного массива, как изменение ее периода.

Литература:

1. Українець В.Н., Гирнис С.Р. Математическое моделирование динамики подкрепленных двухслойными оболочками тоннелей при действии транспортных нагрузок. – Павлодар: Кереку, 2018. – 116 с.
2. Алексеева Л.А., Українець В.Н. Динамика упругого полупространства с подкрепленной цилиндрической полостью при подвижных нагрузках // Прикладная механика. НАН Украины – Киев, 2009. – Т. 45. – № 9. – С. 75-85.
3. Українець В.Н. Динамика тоннелей и трубопроводов мелкого заложения под воздействием подвижных нагрузок. – Павлодар: НИЦ ПГУ, 2006. – 123 с.
4. Ержанов Ж.С., Айтиалиев Ш.М., Алексеева Л.А. Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. – Алма-Ата: Наука, 1989. – 240 с.

Жүктеме әсер ету мәселесін шешу негізінде тау массасының кернеу-деформациялық күйінде үш қабатты болат-бетонды төсенішпен нығайтылған таяз туннельде қозғалатын синусоидалы жүктеме жылдамдығы мен периодына сандық талдау жасалды. Серпімді жартылай кеңістіктегі үш қабатты дөңгелек цилиндрлік қабықшаға қозғалатын периодты. Есептеу нәтижелерін талдау нәтижесінде қозғалыс жылдамдығының немесе жүктеме кезеңінің азайуымен оның массивке динамикалық әрекетінің әсері азаяды.

Түйін сөздер: тоннель, үшқабат қабықша, жылжымалы периодты жүктеме, кернеу-деформациялық күйі.

Based on the solution of the problem of the action of a moving periodic load on a three-layer circular cylindrical shell in an elastic half-space, a numerical analysis of the influence of the speed or period of a sinusoidal load moving in a shallow tunnel supported by a three-layer steel-concrete lining on the stress-strain state of a rock mass is carried out. From the analysis of the calculation results, it follows that a decrease in the speed of movement and the load period reduces the effect of its dynamic action on the array.

Key words: tunnel, three-layered shell, periodic moving load, tense-deformed condition.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ РУКОПИСЕЙ

1. Научная работа должна быть оформлена следующим образом:
 - индекс УДК (нежирным шрифтом);
 - фамилия, инициалы (полужирным шрифтом), ученая степень, звание, занимаемая должность автора (-ов), наименование организации (аббревиатура), город;
 - название статьи – прописными буквами (жирным шрифтом);
 - резюме – краткая аннотация с изложением основных результатов исследования (в курсиве, не более 8 строк, выравнивание по ширине) на русском и казахском языках, если статья на английском, то резюме на казахском языке.
2. Текст статьи:
 - формат страницы – А4, книжная ориентация. Поля – 2 см со всех сторон;
 - шрифт – Times New Roman, цвет шрифта – чёрный, размер – 14 пунктов, междустрочный интервал – одинарный.
3. Форматирование текста: запрещены любые действия над текстом («красные строки», центрирование, отступы, переносы в словах, уплотнение интервалов).
4. Возможно использование только вертикальных таблиц и рисунков. Запрещены рисунки, имеющие залитые цветом области, все объекты должны быть черно-белыми, без оттенков, в исключительных случаях при внесении автором дополнительной оплаты, рисунки возможно включение цветных рисунков. Изображения должны быть высокого качества. Формат рисунка должен обеспечивать ясность передачи всех деталей (минимальный размер рисунка – 90-120 мм, максимальный – 130-200 мм). Иллюстрации и таблицы нумеруются, если их количество больше одной. Все формулы должны быть созданы с использованием компонента Microsoft Equation или в виде чётких картинок.
5. Список использованной литературы под заголовком «Литература» располагается в конце статьи (строчными буквами, нежирным шрифтом, выравнивание по левому краю).
6. Список литературы должен оформляться в следующем порядке (Ф.И.О. автора (-ов), название статьи, книги, журнала, год, том, номер, первая и последняя страницы через дефис).
7. В тексте ссылки нумеруются в квадратных скобках. В список литературы не включаются неопубликованные работы и учебники. Автор несет ответственность за правильность данных, приведенных в пристатейном списке литературы.

ТРЕБОВАНИЯ И УСЛОВИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СТАТЕЙ В НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ВЕСТНИК» КазГАСА

1. Материал, предлагаемый для публикации, должен являться оригинальным, неопубликованным ранее в других печатных изданиях.
2. К рассмотрению принимаются научно-теоретические и экспериментальные работы по проблемам архитектуры, дизайна, строительства, общественных и гуманитарных наук.
3. Статья должна являться законченной научной работой, содержащей научную новизну и/или практическую значимость, обоснование выдвинутых положений.
4. Магистрантами КазГАСА и КАУ могут быть опубликованы статьи в научном журнале «ВЕСТНИК КазГАСА» совместно с научным руководителем или научным консультантом, ответственность за достоверность и качество статьи несет руководитель/консультант.
5. Объем научной работы – не более 5–7 страниц.
6. Принимаются к рассмотрению статьи на русском, казахском и английском языках.
7. Допускается публикация в журнале только одной статьи одного автора и одной в соавторстве.
8. Статья (за исключением обзоров) должна содержать новые научные результаты.
9. Статья должна соответствовать тематике и научному уровню журнала.
10. Публикации в журнале бесплатные для ППС КазГАСА и КАУ и платные для сторонних авторов, согласно тарифов «основных и дополнительных образовательных и сопутствующих услуг, оказываемых в КазГАСА».
11. На рукописи должна быть подпись члена Редакционного совета по направлению и директора Научного центра.
12. Наш сайт в Интернете: www.vestnik-kazgasa.kz.
Статьи присылайте по адресу: nauka_kazgasa@mail.ru

ҚазБСҚА ХАБАРШЫСЫ 2(76) 2020

Ғылыми журнал

2001 жылдан шыға бастады.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және қоғамдық келісім министрлігінде тіркеліп,
2000 жылдың 14 тамызында №1438-Ж куәлігі берілген.

ВЕСТНИК КазГАСА 2(76) 2020

Научный журнал

Издается с 2001 г.

Зарегистрирован Министерством информации и общественного согласия
Республики Казахстан. Свидетельство №1438-Ж от 14 августа 2000 г.

Редактор – *Есимханова А.Е.*

Материалды компьютерде беттеген –

Верстка оригинал-макета

Есимхановой А.Е.

Басылымды Riso-да беттеп шығарған – Печать на Riso

Ендібаева Б.К.

Басуға 24.06.2020 ж. қол қойылды.

Форматы 70x100/16. Офсет қағазы.

Есептік баспа табағы 43.37. Шартты баспа табағы 43.0.

Таралымы 250 дана. Тапсырыс № 3999.

Бағасы келісім бойынша.

Подписано 24.06.2020 г. в печать.

Формат 70x100/16. Бумага офсетная.

Уч.-изд. л. 43.37. Усл. печ. л. 43.0.

Заказ № 3999. Тираж 250 экз.

Цена договорная.

Қазақ бас сәулет-құрылыс академиясы, 2020

050043, Алматы қ-сы, Қ. Рысқұлбеков к-сі, 28

«Құрылыс және сәулет» Баспа үйінде басылып шықты

050043, Алматы қ-сы, Қ. Рысқұлбеков к-сі, 28

Казахская головная архитектурно-строительная академия, 2020

050043, г. Алматы, ул. К. Рысқұлбекова, 28

Отпечатано в Издательском доме «Строительство и архитектура»

050043, г. Алматы, ул. К. Рысқұлбекова, 28

Тел. 8 (727) 220 81 03

kazgasa@mail.ru, nauka_kazgasa@mail.ru